

Chapitre III : Mouvements des particules dans un fluide

III.1. Introduction

L'objet est de développer une compréhension des forces qui peuvent résulter des mouvements des particules granulaires vis-à-vis du fluide est d'estimer et de calculer la vitesse relative de ces particules.

III.2. Nature des forces exercées par un fluide

Les mouvements des particules granulaires dans un fluide peuvent avoir dans un aspect :

- 1- L'étude des forces qui régiment au cours du mouvement d'une particule isolée dans un fluide.
- 2- Le comportement d'une particule dans une suspension sous l'action de l'autre particule environnante.

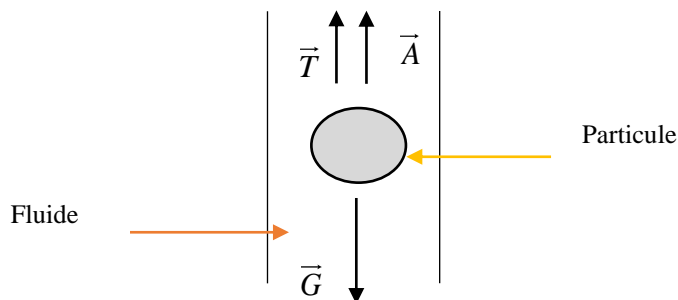


Figure III.1 : Les forces impliquées sur une particule.

- La force gravitation \vec{G} : dans le même sens de déplacement de la particule.
- La force de trainée \vec{T} : ces forces ont la tendance de résister ou de trainer le mouvement de la particule. Ces forces empêchent la particule de mouvoir :

La force de trainée est composée en deux composantes :

$$F_T = F_p + F_s$$

- i) La force de trainée de pression F_p due à la pression du fluide

$$F_p = 2 \pi D \mu_f U$$

D : diamètre de la particule,

μ_f : viscosité du fluide,

U : vitesse de la particule.

- ii) La force de trainée de cisaillement F_S dû aux forces de cisaillement qui due à la viscosité de fluide $F_S = \pi D \mu_f U$

La force de trainée résultante $F_T = 3\pi D \mu_f U$

III.3. Les expressions du calcul de la vitesse de chute d'une particule

Reynolds

Le nombre de Reynolds particulaire, noté Re_p est défini à partir de la vitesse relative entre le fluide et la particule. Lorsqu'on est dans le domaine de stokes, on peut décrire le nombre de Reynolds

$$Re_p = \frac{\rho_f D_p U_p}{\mu_f}$$

ρ_f : masse volumique du fluide ;

D_p : diamètre de la particule ;

μ_f : viscosité dynamique du fluide ;

U_p : vitesse de la particule.

R' la résistance à la trainée, c'est la contrainte.

$R' = \text{Force/ Unité de surface projeté de la particule.}$

$$R' = \frac{F_T}{S} \Rightarrow F_T = R' * S$$

Dans le cas d'une particule sphérique :

$$F_T = R' * \left(\frac{\pi D_p^2}{4} \right)$$

F_T dépend de plusieurs paramètres permis quelles :

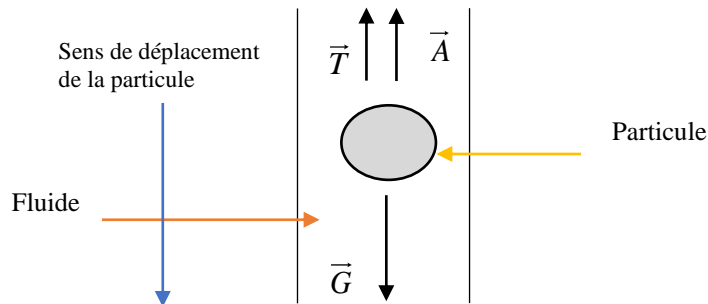
- La forme géométrique de la particule ;
- Le matériau qui le constitue ;
- Le nombre de Reynolds ;
- L'aire projeté de la particule.

D'une part, le coefficient de la trainé (C_D) est définie par

$$C_D = \frac{R'}{\frac{1}{2} \rho_f U^2}$$

$$R' = C_D \frac{1}{2} \rho_f U^2$$

Dans le cas d'une sphère seule qui sédimente dans un fluide newtonien et dans un milieu infini, la vitesse de chute peut être obtenue analytiquement.



Force d'accélération (F) = gravité - trainée - poussée d'Archimède

A l'équilibre $\sum \vec{F} = 0$

$$G - T - A = 0$$

$$m_p g - T - m_f g = 0$$

$$\rho_p V_p g - R' * \left(\frac{\pi D_p^2}{4} \right) - \rho_f V_p g = 0 \quad (V_p : \text{volume de la particule})$$

$$\rho_p V_p g - C_D \frac{1}{2} \rho_f U^2 * \left(\frac{\pi D_p^2}{4} \right) - \rho_f V_p g = 0$$

$$\rho_p V_p g - \frac{1}{8} C_D \rho_f U^2 \pi D_p^2 - \rho_f V_p g = 0 \quad (U : \text{vitesse de la particule})$$

$$\underbrace{\rho_p V_p g - \rho_f V_p g}_{\text{force motrice}} - \underbrace{\frac{1}{8} \pi C_D \rho_f U^2 D_p^2}_{\text{force de trainée}} = 0$$

$$V_p g (\rho_p - \rho_f) - \frac{1}{8} \pi C_D \rho_f U^2 D_p^2 = 0$$

V_p : volume de la particule $V_p = \frac{\pi D_p^3}{6}$

$$\frac{\pi D_p^3}{6} g(\rho_p - \rho_f) - \frac{1}{8} \pi C_D \rho_f U^2 D_p^2 = 0$$

$$\frac{\pi D_p^3}{6} g(\rho_p - \rho_f) = \frac{1}{8} \pi C_D \rho_f U^2 D_p^2 \Rightarrow C_D = \frac{\frac{\pi D_p^3}{6} g(\rho_p - \rho_f)}{\frac{1}{8} \pi \rho_f U^2 D_p^2}$$

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f U^2} \text{ L'expression générale du coefficient de traînée, } C_D$$

Si Rep < 1 Régime de Stokes $C_D = 24/\text{Rep}$

Pour de faibles valeurs de **Rep**, les forces de viscosité sont bien supérieures aux forces d'inertie. Les lignes de courant suivent le contour de l'obstacle sans se décoller. La traînée est due uniquement au frottement visqueux.

$$\frac{24}{\text{Re}_p} = \frac{4}{3} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f U_p^2} \Rightarrow \frac{24}{\frac{\rho_f D_p U_p}{\mu_f}} = \frac{4}{3} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f U_p^2} \Rightarrow 24 \mu_f = \frac{4}{3} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p^2}{U_p}$$

$$U_p = \frac{1}{18} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p^2}{\mu_f} \text{ (} U_p \text{ : vitesse de la particule)}$$

Si $1 < \text{Rep} < 1000$ Régime intermédiaire (Régime d'Allen) : on doit utiliser le graphe de Log -Log de $C_D = f(\text{Rep})$

Si $1000 < \text{Rep} < 4 \cdot 10^5$ Régime de Newton $C_D = 0.44$

$$0.44 = \frac{4}{3} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f U_p^2} \Rightarrow U_p^2 = \frac{4}{3 \cdot 0.44} \frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f}$$

$$U_p = 1.74 \sqrt{\frac{g(\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f}}$$

$U_p = U_T$ vitesse terminale de la particule

Parfois on utilise le terme U_T vitesse terminale = U_T vitesse de la particule

On regroupe les résultats dans un tableau en fonction de Rep.

Tableau III.1 : Les expressions utilisées du coefficient de trainé pour différents régimes.

Régime	Rep	C _D	Vitesse de sédimentation
Stokes	Rep < 1	24/ Rep	$U_p = \frac{1}{18} \frac{g (\rho_p - \rho_f) D_p^2}{\mu_f}$
Allen	1 < Rep < 1000	Voir le graphe	
Newton	1000 < Rep < 4 10 ⁵	0.44	$U_p = 1.74 \sqrt{\frac{g (\rho_p - \rho_f) D_p}{\rho_f}}$

Dans le cas de régime d'Allen 1 < Rep < 1000

On utilise le diagramme standard de C_D en fonction de Rep.

Généralement le calcul de U_p dans cette zone peut être calculé en déterminant des groupes adimensionnels qui sont X et Y, proportionnel à D_p³ respectivement.

$$X = C_D * \text{Re } p^2 = \frac{4}{3} \frac{\rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{\mu^2} D_p^3 = K * D_p^3$$

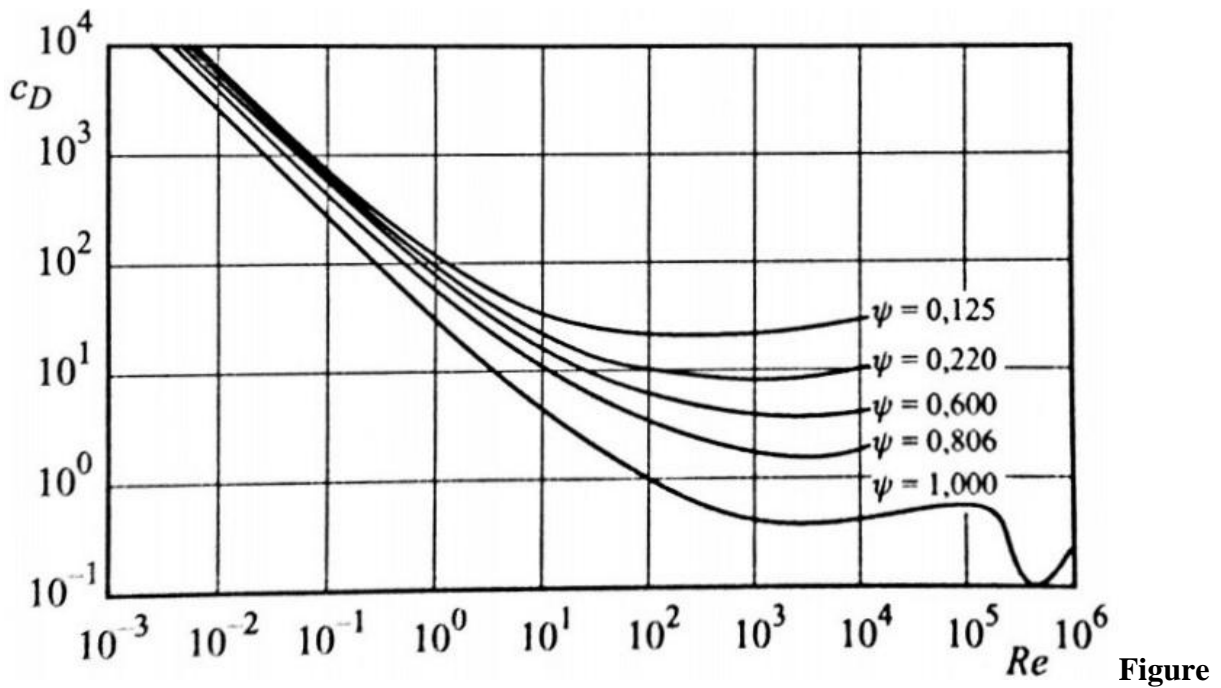
Sachant que $K = \frac{4}{3} \frac{\rho_f (\rho_p - \rho_f) g}{\mu^2}$ si on cherche U_p.

$$Y = \frac{\text{Re } p}{C_D} = \frac{3}{4} \frac{\rho_f^2}{\mu (\rho_p - \rho_f) g} U_p^3 = K' * U_p^3$$

Sachant que $K' = \frac{3}{4} \frac{\rho_f^2}{\mu (\rho_p - \rho_f) g}$ si on cherche D_p.

Tableau III.2 : Valeurs limites des critères adimensionnels X et Y en fonction du régime.

Formule	X	Y
Stokes	X < 24	Y < 1/24
Intermédiaire -Allen	24 < X < 44000	1/24 < Y < 2270
Newton	X > 44000	Y > 2270



III.2 : Le graphe de Log-Log de $C_D=f(Rep)$

La relation générale posée de C_D est $C_D = a * Re p^{-n}$

Tableau III.3 : Valeurs de a et n selon le régime appliqué.

Régime	a	n	Domaine de validité
Stokes	24	1	$10^{-4} < Rep < 1$
Intermédiaire -Allen	18,5	0,6	$1 < Rep < 1000$
Newton	0.44	0	$1000 < Rep < 4 \cdot 10^5$

Formule de Morisi Alexander : $C_D = a + b * Re p^{-1} + c * Re p^{-2}$

Tableau III.4 : Valeurs de a, b et c selon la formule Morisi Alexander.

Rep	a	b	c
$Rep < 0,1$	0	24	0
$0,1 < Rep < 1$	3,69	22,73	0,0903
$1 < Rep < 10$	1,222	29,17	-3,89
$10 < Rep < 100$	0,62	46,3	-116,67
$100 < Rep < 1000$	0,36	98,33	-2278
$1000 < Rep < 5000$	0,36	148,62	$-4,75 \cdot 10^4$
$5000 < Rep < 10^4$	0,45	-490,55	57,87
$10^4 < Rep < 10^5$	-0,52	-1662	$5,4 \cdot 10^6$

III.4. Chute collective de particules dans un fluide immobile

Dans les opérations industrielles de sédimentation, les nombreuses particules solides parcourent des trajectoires grossièrement parallèles, mais ces trajectoires s'influencent les unes les autres pour une double raison :

- chaque grain ne se déplace pas dans un fluide au repos mais dans un fluide perturbé par les sillages des grains qui le précèdent.
- les grains de diamètres différents se déplacent avec des vitesses différentes entraînant de nombreux chocs interparticulaires.

Pour tenir compte de ces interactions, un modèle simple a été proposé. Ce modèle repose sur l'hypothèse suivante :

«Le mouvement de chaque particule est celui d'une sphère isolée au sein d'un fluide continu équivalent au milieu dispersé ».

III.4.1. Fluide continu équivalent D'après les équations précédentes de la vitesse terminale U_t , les propriétés physico-chimiques du fluide qui interviennent dans l'évaluation de U_t sont d'une part sa masse volumique ρ_f et d'autre part sa viscosité μ_f .

- Masse volumique du fluide continu équivalent

Elle est égale à la masse volumique apparente du fluide :

$$\rho_A = \rho_C (1 - \beta) + \rho_D \beta$$

- Viscosité du fluide continu équivalent

La viscosité d'une suspension solide est plus délicate à définir, du fait que la plupart des dispersions se comportent comme des fluides non Newtoniens.

En 1906, **Einstein** a étudié théoriquement le cas d'une **dispersion très diluée, de sphères rigides uniformes et lisses, dans un liquide Newtonien**. Sa démonstration, basée sur la loi de **Stokes** conduit à la relation :

$$\mu_A = \mu_C (1 + 2,5\beta) \quad \beta < 0,02$$

Pour des concentrations plus élevées de la dispersion, la viscosité croît plus vite que linéairement. Vand a démontré une loi exponentielle :

$$\mu_A = \mu_C \exp(K\beta) \quad 2,5 < K < 6 \quad K_{moy} \cong 5,2$$

La meilleure expression de la viscosité d'une dispersion de grains solides et sphériques serait :

$$\mu_A = \mu_C \exp\left(\frac{K\beta}{1-q\beta}\right) \quad K = 4,2 \pm 1,7 \quad q = 1,0 \pm 0,4$$

III.4.2. Vitesse terminale de chute collective

Une expression de la vitesse terminale de chute collective s'obtient en remplaçant dans celle donnant la vitesse de chute libre du grain isolé sphérique la masse volumique ρ_C par la masse volumique ρ_A et la viscosité μ_C par la viscosité μ_A , soit :

$$U_{tc}^{2-n} = \frac{4}{3} \frac{d^{(1+n)} g (\rho_D - \rho_A)}{a \mu_A^n \rho_A^{(1-n)}}$$

$$\rho_A = \rho_C (1 - \beta) + \rho_D \beta$$

$$\mu_A = \mu_C \exp\left(\frac{K\beta}{1-q\beta}\right)$$

Le rapport de la vitesse terminale de chute collective à la vitesse terminale de chute libre, toutes les autres grandeurs étant égales par ailleurs, s'écrit :

$$\left(\frac{U_{tc}}{U_t}\right)^{2-n} = \frac{(1-\beta) \exp\left(-\frac{nK\beta}{1-q\beta}\right)}{\left[1-\beta + \beta\left(\frac{\rho_D}{\rho_C}\right)\right]^{(1-n)}}$$

➤ Régime de **Stokes** $a = 24$ et $n = 1$

$$\frac{U_{tc}}{U_t} = (1-\beta) \exp\left(-\frac{K\beta}{1-q\beta}\right)$$

➤ Régime de **Newton** $a = 0,44$ et $n = 0$

$$\left(\frac{U_{tc}}{U_t}\right)^2 = \frac{(1-\beta)}{1-\beta + \beta\left(\frac{\rho_D}{\rho_C}\right)}$$

III.4.3. Relation de Richardson et Zaki

Richardson et **Zaki** ont effectué un grand nombre d'expériences pour mesurer les vitesses terminales de chute collective et de vitesse de fluidisation.

Ils ont opéré avec des grains de diamètres compris entre 0,1 et 6 mm dans de l'eau, de la glycérine et diverses huiles ; ils ont en outre étudié l'influence du diamètre du récipient **D** dans lequel se fait la mesure.

Pour une analyse dimensionnelle, ces auteurs ont montré que la vitesse de la phase dispersée pouvait s'exprimer en fonction des grandeurs U , $Re p$, d/D , β , soit :

$$\frac{U_{tc}}{U_t} = f(Re p, \frac{d}{D}, \beta)$$

Richardson et **Zaki** sont parvenus à cette conclusion importante pour les applications : Dans tous les cas et dans tout le domaine de β , les résultats expérimentaux peuvent être représentés par l'unique relation :

$$\frac{U_{tc}}{U_t} = (1 - \beta)^{n-1} \quad \text{avec } n = f(Re p, D)$$

$$\begin{aligned} \text{Si } d \ll D \text{ et } Re p < 0,2 &\Rightarrow n = 4,6 \\ Re p > 500 &\Rightarrow n = 2,4 \end{aligned}$$

Si on tient compte de d/D , **Richardson** et **Zaki** proposent les valeurs suivantes pour n :

Tableau III.5: Valeurs de n en fonction de $Re p$ et d/D .

Rep	n
< 0,2	$4,65 + 20 \frac{d}{D}$
[0,2 - 1]	$\left(4,4 + 18 \frac{d}{D}\right) Re p^{-0,03}$
[1 - 200]	$\left(4,4 + 18 \frac{d}{D}\right) Re p^{-0,1}$
[200 - 500]	$4,4 Re p^{-0,1}$
> 500	2,4

III.5. La sédimentation

III.5.1. Principe de la décantation statique

La décantation statique fait appel à la sédimentation de particules solides dans un liquide, qui est habituellement de l'eau ou une solution aqueuse, sous l'action de la pesanteur. Elle est

continue quand on extrait en permanence les matières qui se sont déposées (sousverse ou boues) et que l'on recueille simultanément et séparément le liquide clarifié (surverse ou surnageant ou liquide clair). De nombreux facteurs régissent la séparation solide-liquide, dont les principaux sont :

- la taille des particules solides et leur distribution granulométrique : les particules les plus fines ont la vitesse de sédimentation la plus lente et les boues en résultant sont moins chargées en solides que lorsqu'il s'agit de particules grossières ;
- la concentration en solides, qui conditionne la surface unitaire des appareils ($\text{m}^2 \text{t}^{-1} \text{h}^{-1}$) ;
- la différence entre les masses volumiques du solide et du liquide, la forme et les caractéristiques superficielles des solides et la viscosité du liquide, qui influent sur la vitesse de sédimentation.

III.5.2. Domaines technologiques d'application

La technologie de la sédimentation s'est perfectionnée principalement dans deux domaines très différents : le traitement des eaux (naturelles, domestiques et industrielles), d'une part, et celui des pulpes en minéralurgie et hydrométallurgie, d'autre part. Dans ces deux grands domaines, les critères de choix des dimensions et de capacité des appareils ne sont pas les mêmes. En effet, le traitement des effluents liquides, et tout particulièrement le traitement des eaux, demande la clarification de débits importants de suspensions diluées. On doit, cependant, rechercher non seulement une surface minimale pour la décantation des particules mais aussi un volume minimal, bien que la clarification soit conditionnée par la floculation et par le temps de séjour. En minéralurgie, la situation est tout autre, car les pulpes sont en général relativement concentrées. On doit pouvoir disposer d'une surface suffisante pour la décantation et d'un volume suffisant, non pour floculer les particules solides de la suspension, mais pour épaissir les boues. C'est la raison pour laquelle on est amené à considérer les suspensions diluées et les suspensions concentrées ou pulpes.

III.5.3. Caractéristiques des suspensions

Les particules peuvent sédimenter selon des régimes différents du fait que le comportement de chaque particule est influencé à la fois par la dilution de la suspension et par les interactions entre les particules. On distingue les cas suivants :

■ **La sédimentation individuelle** est réalisée pour des dilutions importantes. Dans ce cas, chaque particule est suffisamment éloignée de sa voisine, et la vitesse individuelle de sédimentation décroît à mesure que la dilution de la suspension augmente. Pour qu'il y ait décantation des particules les plus fines, il faut qu'elles puissent sédimenter dans un courant ascendant de liquide. On peut aussi effectuer une séparation granulométrique ou

hydroséparation, en utilisant l'effet du courant ascendant, les fines particules étant alors évacuées avec le débordement du décanteur.

■ **La sédimentation des floccs** résultant de la collision des particules, est réalisée avec ou sans addition d'un agent flocculant à la suspension diluée. On assiste alors à une clarification progressive et il n'y a pas d'interface nette entre le liquide surnageant et les particules en cours de sédimentation. La vitesse du courant ascendant est alors le facteur principal régissant la clarification.

■ **La sédimentation globale** résulte de la sédimentation d'une suspension concentrée au point que chaque particule ou flocc soit en contact avec des entités adjacentes. On obtient alors une structure plastique et il se produit une sédimentation d'ensemble présentant une interface nette entre le liquide surnageant et la masse boueuse qui décante en piston. La vitesse de déplacement de cette interface est constante pendant un certain temps. Les particules gardent les mêmes positions relatives, cependant, en se rapprochant du fond du décanteur elles sont gênées dans leur mouvement et leur vitesse de chute diminue. Il se forme alors dans le fond du décanteur une zone de concentration supérieure à celle voisine de l'interface et dont la hauteur va en augmentant. Cette zone correspond à l'épaississement des boues.

■ **La sédimentation en compression** prend le relais du régime précédent quand la structure de la pulpe devient suffisamment compacte pour développer une force de compression. La subsidence de chaque couche est ralentie par le comportement mécanique des couches sous-jacentes, chaque couche étant soumise à une compression qui entraîne l'expulsion du liquide et favorise ainsi l'augmentation de la concentration en solide.

■ **La sédimentation hétérogène** correspond à un régime particulier où des perturbations interviennent dans la séparation des phases lors de la sédimentation en compression. Certaines pulpes présentent des mouvements locaux intermittents de liquide, ou de suspension diluée, de bas en haut. Ce phénomène peut se traduire à l'interface « liquide clair - pulpe » par le dégagement de bulles. Parfois, il prend naissance dès le régime de sédimentation globale. Le résultat final est un épaississement plus rapide de la pulpe. La nature exacte des mécanismes mis en jeu est mal connue.

Il faut noter que la transition entre les différents régimes se fait de manière continue et le classement qui vient d'être proposé constitue une simplification pour mieux les caractériser.

III.5.4. Vitesse de sédimentation des particules dans un liquide

La théorie de la sédimentation de solides fins dans un liquide, qui obéit à la loi de Stokes, montre que la vitesse de chute d'une particule est proportionnelle à la différence des masses volumiques entre la particule et le liquide et au carré de la dimension de la particule. En

conséquence, tout phénomène susceptible d'augmenter le diamètre des particules favorise la sédimentation de façon très significative, de sorte que la floculation est devenue une partie intrinsèque de la sédimentation. La plupart des matériaux en suspension dans un liquide sont naturellement floculés et, de ce fait, peuvent être concentrés par sédimentation, bien que celle-ci soit parfois très lente.

III.5.4.1. Suspensions diluées

a. Particules isolées

Lorsque la concentration en volume des solides en suspension est inférieure à 0,5 %, on considère que les particules sont suffisamment éloignées les unes des autres et que, de ce fait, chacune d'entre elles sédimente comme si elle était isolée dans le liquide. En fonction du nombre de Reynolds de la particule, il existe trois régimes de sédimentation : un régime laminaire ou régime de Stokes, un régime de transition et un régime turbulent ou régime de Newton.

Dans un fluide, un solide en mouvement libre est soumis à trois forces :

- son poids, fonction de sa masse volumique (ρ_s), de son volume et de l'accélération gravitaire (g) ;
- la poussée d'Archimède, fonction de la masse volumique du fluide (ρ_f), du volume du solide et de l'accélération (g) ;
- les forces de frottement, fonction du carré de la vitesse relative du solide par rapport au fluide, du maître-couple (surface de la projection, égale à $\pi d^2/4$ pour une sphère de diamètre d) et du coefficient de traînée du solide dans le fluide (C_D), qui varie en fonction de la forme et du nombre de Reynolds (Re) de la particule.

Après un certain temps de chute accélérée, une particule atteint une **vitesse limite de chute** (U_{lim}). Dans le cas d'une particule sphérique de diamètre d , cette vitesse est donnée par la relation suivante :

$$U_{lim} = \sqrt{\frac{4d}{3C_D} \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) g}$$

Et le nombre de Reynolds de la particule s'exprime par la relation :

$$Re = \frac{U_{lim} \rho_f d}{\mu_f}$$

Avec μ_f : viscosité dynamique du fluide.

Les résultats de nombreux travaux expérimentaux ont conduit à délimiter plusieurs domaines en fonction de la valeur de Re , comme le montre le tableau **V.1**, qui donne également les

relations exprimant la vitesse limite de chute des particules pour chaque domaine, en fonction de C_D .

Tableau III.6 : Vitesse limite de chute des particules sphériques en fonction du nombre de Re .

Re	C_D	U_{lim}	Domaine
$< 10^{-4}$	La loi de Stokes ne s'applique pas, car le mouvement des particules est influencé par le mouvement brownien		
10^{-4} à 1	$24/Re$	$0,545 (\rho_s - \rho_f) \mu_f^{-1} d^2$	Régime laminaire
1 à 10	$26/Re^{0,77}$	$0,57 (\rho_s - \rho_f)^{0,814} \mu_f^{-0,625} d^2$	Régime de transition
10 à 10^2	$20/Re^{0,65}$	$0,73 (\rho_s - \rho_f)^{0,741} \mu_f^{-0,481} d^{1,222}$	
10^2 à 10^3	$4,92/Re^{0,346}$	$1,81 (\rho_s - \rho_f)^{0,604} \mu_f^{-0,209} d^{0,813}$	
10^3 à $2 \cdot 10^5$	0,44	$5,40 (\rho_s - \rho_f)^{0,5} d^{0,5}$	Régime turbulent

b. Particules floculées

Si l'on considère les temps de décantation de particules isolées, les données du tableau V.2, obtenues d'après la loi de Stokes, montrent que les propriétés de surface deviennent primordiales pour les particules ultrafines. L'interaction entre les particules induit leur agrégation, lorsque les forces répulsives, dues à des charges électriques superficielles, sont contrebalancées par des forces attractives de type Van der Waals. La déstabilisation de la suspension de très fines particules revient donc à diminuer les forces de répulsion électrostatiques. Elle peut être naturelle ou provoquée par l'ajout de réactifs chimiques (coagulants et/ou floculants). Les fines particules donnent alors des microflocs, puis des flocons ou flocons volumineux, qui sédimentent facilement. La formation des microflocs est régie par la diffusion brownienne, tandis que la formation des flocons est régie par l'énergie dissipée dans le volume occupé par un liquide de viscosité donnée, créant ainsi un gradient de vitesse.

Tableau III.7: Temps de sédimentation pour différentes particules, d'après la loi de Stokes.

Type de particules	Diamètre (μm)	Temps de décantation pour 1 m d'eau
Graviers	10000	1 s
Sables	1000	10 s
fins	100	2 min
Argiles	10	2 h
Bactéries	1	8 j

On constate que, pour une suspension floculée, la décantation se déroule suivant plusieurs phases, comme d'ailleurs dans le cas des suspensions concentrées :

- la formation d'une interface plus ou moins bien marquée ;
- une décantation « en piston » de cette interface, à une vitesse régulière ;

— un tassement à vitesse décroissante, appelée par convention phase de compression des boues.

La première phase correspond à une floculation de la suspension. La seconde phase est particulièrement importante, car c'est dans ce domaine de concentrations de particules que travaillent les décanteurs à lit de boues, où la décantation est souvent assistée par des prétraitements ou par des pulsations permettant une meilleure floculation. En ce qui concerne les lois de sédimentation, on se rapproche alors des suspensions concentrées. Enfin, la dernière phase correspond à l'épaississement des boues.

Pour faciliter le passage de la première phase à la deuxième phase, il est possible d'agir sur le diamètre des particules, sur leur masse volumique ou, enfin, sur la géométrie des écoulements. Pour ce faire, les techniques mises en œuvre sont la décantation en lit de boues ou à recirculation de boues, la décantation de floccs lestés et la décantation tubulaire ou lamellaire.

III.5.4.2. Suspensions concentrées

Dès que la concentration volumique en solides devient élevée ($> 0,5 \%$), les interactions entre particules ne sont plus négligeables. La sédimentation est gênée et la vitesse de décantation freinée. Les particules adhèrent entre elles et la masse décante en piston avec une interface nette entre les boues et le liquide surnageant. Théoriquement, pour calculer la vitesse de sédimentation, il faut faire intervenir la masse volumique et la viscosité équivalente de la suspension.

a. Vitesse limite de chute

En régime laminaire ($Re < 1$) et en milieu newtonien, on peut admettre que la viscosité cinématique équivalente d'une suspension (ν_m) et sa masse volumique (ρ_m) s'expriment approximativement à partir de celles du liquide (ν_f et ρ_f) suivant les relations :

$$\nu_m = \nu_f \frac{D + (1/\rho_s)}{D - D_{lim}}$$

$$\rho_m = \frac{D\rho_f + 1}{D + (1/\rho_s)}$$

Avec D et D_{lim} , dilutions (volume du liquide par unité de masse de solides) de la suspension et de la boue en fin de sédimentation (tassement), respectivement.

En remplaçant ρ_f par ρ_m et ν_f par ν_m dans l'équation de la loi de Stokes en régime laminaire (tableau V.1), on obtient la valeur approximative de la vitesse limite de chute des particules en suspension concentrée, soit :

$$U_{lim} = 0,545 \frac{(\rho_s - \rho_f)(D - D_{lim}) d^2}{\left[(1/D) + \rho_f \right] \left[D + (1/\rho_s) \nu_f \right]}$$

Dans le cas des particules flocculées, la valeur de U_{lim} est obtenue en remplaçant, dans la relation (5), D_{lim} par D_c , la dilution correspondant au début de compression.

b. Temps de séjour

La vitesse de floculation est fonction de la concentration en solides et la vitesse de décroissance de la concentration en matière flocculée est proportionnelle au carré de cette concentration (Rivet, 1981) :

$$-\frac{dC}{dt} = k t^2$$

Soit après intégration,

$$\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} = k t$$

Avec C_0 concentration initiale en solides de la suspension, C : concentration en solides au temps t , k : constante de floculation, t : temps de séjour.

III.6. Mouvement des Colloïdes

Les particules colloïdales (taille comprise entre 1 nm et 1 μ m) en suspension dans un fluide sont soumises à diverses forces et phénomènes physiques influençant leur mouvement. Ces mouvements sont essentiels pour comprendre la stabilité des suspensions colloïdales et leur comportement dans divers procédés industriels et naturels.

Types de Mouvements des Colloïdes

a) Mouvement Brownien (Diffusion Aléatoire)

- Résulte des collisions aléatoires entre les molécules du fluide et les particules colloïdales.
- Plus marqué pour les particules de petite taille ($< 1 \mu$ m).
- Dépend de la température et de la viscosité du fluide.
- Décrit par l'équation d'Einstein-Smoluchowski :

$$D = \frac{k_B T}{6 \pi \mu r}$$

Où :

D : coefficient de diffusion (m^2/s),

k_B : constante de Boltzmann (1.38×10^{-23} J/K),

T : température absolue (K),

μ : viscosité du fluide (Pa.s),

r : rayon de la particule (m).

b) Migration sous l'Effet de la Gravité (Sédimentation)

- Les particules colloïdales sont soumises à la force gravitationnelle.
- Si leur densité est supérieure à celle du fluide, elles ont tendance à descendre (sédimentation).
- Si leur densité est inférieure, elles remontent (flottabilité).
- La vitesse de sédimentation est donnée par la loi de Stokes :

$$U_p = \frac{2r^2 g (\rho_p - \rho_f) k_B}{9\mu}$$

Où :

- U_p : vitesse de sédimentation (m/s),
- g : accélération gravitationnelle (9.819.819.81 m/s²),
- ρ_p, ρ_f : densités de la particule et du fluide (kg/m³).

c) Électrophorèse (Déplacement sous Champ Électrique)

- Les colloïdes chargés électriquement migrent sous l'effet d'un champ électrique appliqué.
- La vitesse de migration U_p est donnée par :

$$U_p = \mu_e E$$

Où :

μ_e : mobilité électrophorétique (m²/V.s),

E : intensité du champ électrique (V/m).

Ce phénomène est utilisé dans la séparation et l'analyse des colloïdes (ex. électrophorèse des protéines).

III.7. Mouvement de gouttes et de bulles

Un globule fluide se distingue d'un globule sphérique rigide par sa viscosité μ_g qui n'est pas infinie et par la tension interfaciale globule/phase continue s .

Pour un globule sphérique de diamètre d , qui n'est soumis ni à des déformations ni à des oscillations, et en écoulement laminaire ($Re_p < 1$), la vitesse du globule est égale à la vitesse de chute libre donnée par la formule de Stokes, multipliée par un facteur correctif, coefficient de Hadamard H :

$$H = \frac{3\mu + 3\mu_g}{2\mu + 3\mu_g}$$

Les globules de grande dimension ne restent pas sphériques. Sous l'influence des forces normales de pression dynamique, ils se déforment. Cette déformation résulte de l'équilibre

des forces dynamiques, hydrostatiques et de tension interfaciale. Elle consiste en un aplatissement, ce qui augmente l'aire du maître-couple, donc de la traînée et par suite, une diminution de la vitesse de déplacement. De plus, une turbulence apparaît à l'arrière du globule.

Comme en général les forces de viscosité interviennent en même temps que les forces interfaciales, on introduit trois critères adimensionnels Eötvös, Weber et P, qui permettent de comparer les forces s'appliquant sur les particules :

$$E\ddot{o} = \frac{g(\rho_g - \rho_f)d^2}{\sigma}$$

c'est à dire $\frac{\text{Pesanteur}}{\text{Tension interfaciale}}$

$$We = \frac{\rho_g U^2 d}{\sigma}$$

c'est à dire $\frac{\text{inertie}}{\text{Tension interfaciale}}$

$$P = \frac{\sigma^3 \rho_f^2}{\mu^4 g(\rho_g - \rho_f)}$$

III.7.1. Vitesse de déplacement d'une goutte

L'allure des variations de la vitesse d'une goutte en fonction de son diamètre, représentée sur la figure III.3a, fait apparaître l'existence de trois régimes, caractérisés par le critère de Froude Fr (rapport des forces cinétiques aux forces volumiques).

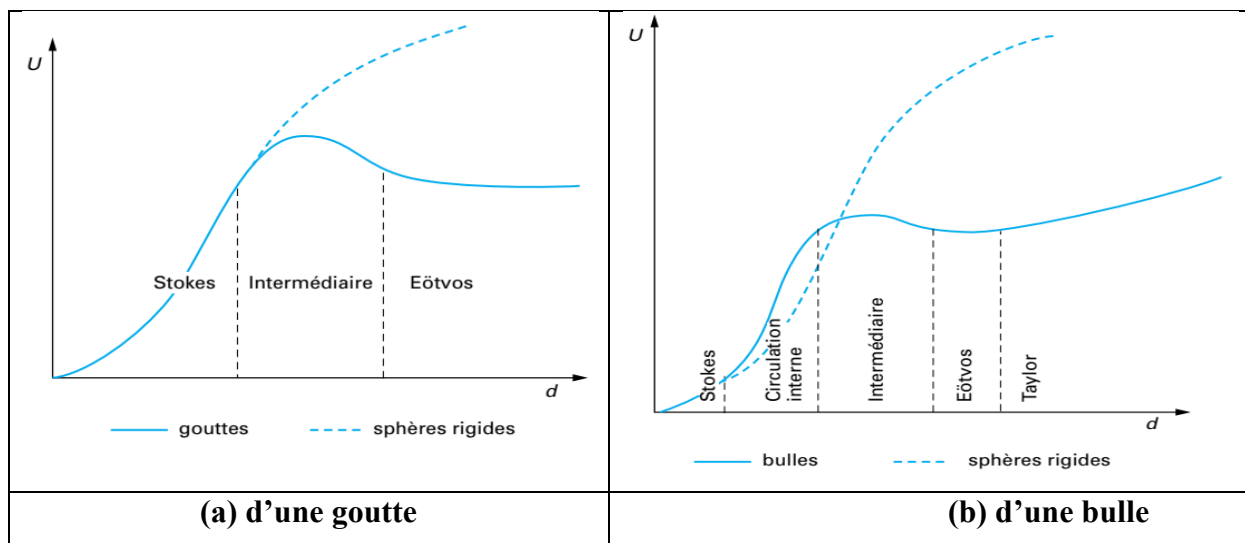


Figure III.3 : Allure des variations de la vitesse de déplacement d'une goutte et d'une bulle en fonction de son diamètre.

- Régime de Stokes

La goutte est une sphère rigide.

$$E\ddot{o} = \frac{\rho_f U^2}{g d (\rho_g - \rho_f)} = \frac{\text{Re } p}{18}$$

- **Régime intermédiaire**

La déformation de la goutte n'est plus négligeable. La vitesse passe par un maximum quand le diamètre croît.

$$Fr = 0.116 (\text{Re } p)^{1/2} \left(1 - \frac{E\ddot{o}}{6}\right)^{3/2}$$

- **Régime d'Eötvös**

La déformation est grande et la vitesse de la goutte est constante.

$$Fr = 2.3 E\ddot{o}^{-1/2}$$

III.7.2. Vitesse de déplacement d'une bulle

Quand une bulle monte dans un liquide, l'allure des variations de sa vitesse en fonction de son diamètre, représentée sur la figure III.3b, laisse apparaître l'existence de cinq régimes.

- **Régime de Stokes**

La bulle est une sphère rigide.

- **Régime de circulation interne**

La vitesse de la bulle peut être au maximum augmenté de 50 % par rapport à celle de la loi de Stokes, selon le coefficient de Hadamard H.

- **Régime intermédiaire**

La déformation de la bulle n'est pas négligeable. La vitesse passe par un maximum.

- **Régime d'Eötvös**

La déformation est importante. La vitesse est indépendante du diamètre.

- **Régime de Taylor**

Ce régime est obtenu pour les très grosses bulles en forme de champignon. On a alors :

$$U \approx \sqrt{\frac{g d}{2}} \text{ soit } Fr \approx 0.5$$