## TD N° 02 d’Electricité Théorème de Gauss

**Exercice1:**

Une sphère de centre O et de rayon R contient une charge uniformément répartie avec une densité volumique ρ.

1- Trouver l’expression du champ électrique E(r) en appliquant le théorème de GAUSS. 2- Déduire le potentiel électrique V (r).

## Exercice2:

On considère une sphère de rayon R possédant une charge Q uniformément répartie sur sa surface avec une densité σ.

1. En appliquant le théorème de GAUSS calculer le champ électrique en tout point de l’espace.
2. En déduire le potentiel électrique en tout point de l’espace.

## Exercice 3:

Soient deux sphères concentriques de centre O de rayons R₁ et R₂ respectifs tel que R₁‹R₂. La sphère de rayon R₁ est chargée en volume. La seconde de rayon R₂ est chargée en surface.

1. En utilisant le théorème de GAUSS trouver l’expression du champ électrostatique E(r) en tout point de l’espace.
2. En déduire l’expression du potentiel électrique V(r) en tout point de l’espace.

## Exercice 4:

Soient deux sphères concentriques de centre O de rayons R₁ et R₂ respectivement tel que R₁‹R₂.

En utilisant le théorème de GAUSS :

1. Calculer le champ électrostatique en tout point de l’espace pour une distribution volumique de charge répartie uniformément entre ces deux sphères.
2. Déduire le potentiel électrique en tout point de l’espace.

## Exercice 5:

1. Calculer le champ électrostatique crée en tout point de l’espace par un cylindre infini de rayon R, chargé en surface avec une densité surfacique σ.
2. Recalculer le champ électrostatique crée en tout point de l’espace par un cylindre de rayon R, chargé en volume avec une densité volumique ρ.

## Exercices supplémentaires :

**Exercice 6 :**

En utilisant le théorème de GAUSS, calculer le champ électrostatique en tout point de l’espace pour une distribution volumique de charge répartie uniformément entre deux cylindres coaxiaux de longueurs infinies et de rayons R₁, R₂ respectifs tel que R₁‹R₂.

Déduire le potentiel électrique en tout point de l’espace.

## Exercice 7 :

Un cylindre de hauteur infinie et de rayon R est chargé en surface avec une densité de charge surfacique σ constante. Sur l’axe de ce cylindre on place un fil conducteur de longueur infinie et de densité de charge linéique λ constante.

1- Calculer, en tout point de l’espace, le champ électrostatique E(r) crée par cette distribution de charges.

## Exercice 8 :

Déterminer le champ électrostatique d’une sphère de centre O et de rayon R qui contient une charge uniformément répartie avec une densité volumique **ρ= Ar2**, en notant que r est la distance à O.

**Corrigé de la série de TD No 2 Théorème de Gauss**

## Exercice 3 :

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

∅ = ∯ 𝐸⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠→ = ∑ 𝑄𝑖𝑛𝑡

𝜀0

⃗𝐸⃗⃗→ ∥ ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠→ Donc :∯ 𝐸⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠→=∬ 𝐸. 𝑑𝑠 = 𝐸 ∬ 𝑑𝑠 = 𝐸. 𝑆 = 𝐸4𝜋𝑟2 ⇒ 𝑬𝟒𝝅𝒓𝟐 = ∑ 𝑸𝒊𝒏𝒕 ⇒ 𝑬 =

𝗌𝟎

 𝑸𝒊𝒏𝒕

𝟒𝝅𝒓𝟐𝗌𝟎

(∗)

1. Le champ électrostatique E(r) en tout point de l’espace.

R

r2

r1

r3

R

Nous avons 3 cas

**1er cas r<R1 (**𝒓 ∈ [𝟎, 𝑹𝟏[

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄 = 𝜌 ∭ 𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋 𝑟 𝑟2𝑑𝑟

𝑖𝑛𝑡 ∫0

4 3

⇒ 𝑄 = 𝜌 4 𝜋𝑟3 donc (∗) ⇒ 𝐸

𝜌 𝜋𝑟1

= 3

donc 𝑬

= 𝝆 𝒓

𝑖𝑛𝑡 3 1

1 4𝜋𝑟2𝗌0

𝟏 𝟑𝗌𝟎 𝟏

**2eme cas R1** ≤ **r**<**R2 (**𝒓 ∈ [𝑹𝟏, 𝑹𝟐[

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄

= 𝜌 ∭ 𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋 ∫𝑅1 𝑟2𝑑𝑟 donc 𝑄

= 𝜌 4 𝜋𝑅3

2 𝑖𝑛𝑡

0

𝜌 4 𝜋𝑅3

𝑖𝑛𝑡 3 1

𝝆 𝑹𝟑

(∗) ⇒ 𝐸 =

3 1 𝑑𝑜𝑛𝑐 𝑬

= 𝟏

2

**3eme cas r**≥**R2 (**𝒓 ∈ [𝑹𝟐, +∞[**)**

4𝜋𝑟2𝜀0

𝟐 𝟑𝗌𝟎𝒓𝟐

𝑄 = 𝑄 + 𝑄 avec 𝑄

= 𝜌 4 𝜋𝑅3 et 𝑑𝑞

= 𝜎𝑑𝑠 ⇒ 𝑄 = 𝜎4𝜋𝑅2

𝑖𝑛𝑡 1 2

1 3 1 2

2 2

4 3 2 𝟑

Donc 𝑄 = 𝜌 4 𝜋𝑅3 + 𝜎4𝜋𝑅2 donc (∗) ⇒ 𝐸

𝜌 𝜋𝑅1 + 𝜎4𝜋𝑅2

= 3

donc 𝑬

= 𝝆 𝑹𝟏 +

𝑖𝑛𝑡 3 1 2

 𝝈𝑹𝟐

𝟐

𝗌𝟎𝒓𝟐

3 4𝜋𝑟2𝗌0

𝟑 𝟑𝗌𝟎𝒓𝟐

1. Le potentiel électrique v(r) en tout point de l’espace.

𝐸⃗→ = −𝑔⃗⃗⃗⃗𝑟⃗⃗𝑎⃗⃗⃗𝑑⃗→𝑣 ⇒ 𝐸 = − 𝑑𝑣

𝑑𝑟

**1er cas : r<R1 (**𝒓 ∈ [𝟎, 𝑹𝟏[**)**

donc 𝑣 = − ∫ 𝐸𝑑𝑟

𝐸1

= 𝜌 3𝗌0

𝑟 ⇒ 𝑣1

= − 𝜌

3𝗌0

∫ 𝑟𝑑𝑟 donc 𝒗𝟏

= − 𝝆

𝟔𝗌𝟎

𝒓𝟐 + 𝑪𝟏

**2eme cas R1** ≤ **r**<**R2 (**𝒓 ∈ [𝑹𝟏, 𝑹𝟐[

 𝜌 𝑅3

𝐸 = 1

2

3 1

⇒ 𝑣2 = − 1 ∫

𝜌 𝑅

𝟑

𝑑𝑟 donc 𝒗𝟐 = 𝟏 + 𝑪𝟐

𝝆 𝑹 𝟏

3𝗌0𝑟2

3𝗌0

𝒓𝟐

𝟑𝗌𝟎 𝒓

**3eme cas r**≥**R2 (**𝒓 ∈ [𝑹𝟐, +∞[**)**

𝜌 𝑅3

𝜎𝑅2

𝜌 𝑅3

𝜎𝑅2 1

𝝆 𝑹𝟑

𝝈𝑹𝟐 𝟏

𝐸3 = 1 + 2 ⇒ 𝑣3 = − ( 1 +  2) ∫

𝑑𝑟 donc 𝒗𝟑 = ( 𝟏 +  𝟐)

+ 𝑪𝟑

3𝗌0𝑟2

𝗌0𝑟2

3𝗌0

𝗌0

𝒓𝟐

𝟑𝗌𝟎

𝗌𝟎 𝒓

𝝆 𝑹𝟑 𝝈𝑹𝟐 𝟏



Le potentiel à l’infini (r ∞) v=0 donc C3=0 et 𝒗𝟑 = ( 𝟏 +  𝟐)

Le potentiel est une fonction continue :

- *en R2 donc* 𝒗𝟑(𝑹𝟐) = 𝒗𝟐(𝑹𝟐)

𝟑𝗌𝟎

𝗌𝟎 𝒓

𝜌 𝑅3 1

𝜎𝑅2 1

𝜌 𝑅3 1

𝜎𝑅2

𝝆 𝑹𝟑 𝟏

𝝈𝑹𝟐

 1 +  2 = 1 + 𝐶2 ⇒ 𝐶2 = donc 𝒗𝟐 = 𝟏 +

3𝗌0

𝑅2

𝗌0

𝑅2

3𝗌0

𝑅2

𝗌0

𝟑𝗌𝟎 𝒓

𝗌𝟎

- *en R1 donc* 𝒗𝟐(𝑹𝟏) = 𝒗𝟏(𝑹𝟏)

𝜌 𝜌 𝑅3 1

𝜎𝑅2

𝜌 𝑅2 𝜌 𝑅2

𝜎𝑅2

3𝜌 𝑅2

𝜎𝑅2

− 𝑅2 + 𝐶1 = 1 +

⇒ 𝐶1 = 1 + 1 +

= 1 +

6𝗌0 1

3𝗌0

𝑅1

𝗌0

3𝗌0

6𝗌0

𝜌 𝑅2

𝗌0

𝜎𝑅2

6𝗌0

𝗌0

𝝆 𝝆 𝑹𝟐

𝐶1

= 1 +

2𝜀0

𝝈𝑹𝟐

𝜀0

Donc 𝒗𝟏 = −

## Exercice 4

𝟔𝗌𝟎

# 𝒓𝟐 + 𝟏 +

𝟐𝗌𝟎

𝗌𝟎

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

∅ = ∯ 𝐸⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠→ = ∑ 𝑄𝑖𝑛𝑡

𝜀0

⃗𝐸⃗⃗→ ∥ ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠→ Donc :∯ 𝐸⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠→=∬ 𝐸. 𝑑𝑠 = 𝐸 ∬ 𝑑𝑠 = 𝐸. 𝑆 = 𝐸4𝜋𝑟2 ⇒ 𝑬𝟒𝝅𝒓𝟐 = ∑ 𝑸𝒊𝒏𝒕 ⇒ 𝑬 =

𝗌𝟎

 𝑸𝒊𝒏𝒕

𝟒𝝅𝒓𝟐𝗌𝟎

(∗)

1. Le champ électrostatique E(r) en tout point de l’espace. Nous avons 3 cas

R

r2

r3

r1

R

## 1er cas r<R1

𝑄𝑖𝑛𝑡

= 0 donc 𝑬𝟏

= 𝟎

**2eme cas R1** ≤ **r**<**R2**

𝑟

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝜌 ∭ 𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋 ∫ 𝑟2𝑑𝑟

𝑅1

donc 𝑄

= 𝜌 4 𝜋(𝑟3 − 𝑅3)

𝑖𝑛𝑡

3 1

𝜌 4 𝜋(𝑟3 − 𝑅3)

𝝆 (𝑟3 − 𝑅3) 𝝆 R3

(∗) ⇒ 𝐸2 =

3 1

4𝜋𝑟2𝜀0

𝑑𝑜𝑛𝑐 𝑬𝟐

= 1 =

𝟑𝗌𝟎𝒓𝟐

𝟑𝗌𝟎

(𝑟 − 1)

𝒓𝟐

## 3eme cas r≥R2

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡

= 𝜌 𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋 𝑅2 𝑟2𝑑𝑟

𝑅1

∭ ∫

donc 𝑄

= 𝜌 4 𝜋(𝑅3 − 𝑅3)

𝑖𝑛𝑡

3 2 1

𝜌 4 𝜋(𝑅3 − 𝑅3)

𝝆 (𝑹𝟑 − 𝑹𝟑)

(∗) ⇒ 𝐸3 =

3 2 1

4𝜋𝑟2𝜀0

𝑑𝑜𝑛𝑐 𝑬𝟑

= 𝟐 𝟏

𝟑𝗌𝟎𝒓𝟐

1. Le potentiel électrique v(r) en tout point de l’espace.

𝐸⃗→ = −𝑔⃗⃗⃗⃗𝑟⃗⃗𝑎⃗⃗⃗𝑑⃗→𝑣 ⇒ 𝐸 = − 𝑑𝑣

𝑑𝑟

donc 𝑣 = − ∫ 𝐸𝑑𝑟

## 1er cas : r<R1

𝐸1 = 0 ⇒ 𝒗𝟏 = 𝑪𝟏

**2eme cas R1** ≤ **r**<**R2**

1

1

𝐸2 =

𝑪𝟐

𝝆

𝟑𝗌𝟎

R 3

𝒓𝟐

(𝑟 − 1) ⇒ 𝑣2 = −

𝜌 3𝗌0

(∫ 𝑟𝑑𝑟 − R3 ∫

1

𝒓𝟐

𝑑𝑟) donc 𝒗𝟐 = −

𝝆

𝟑𝗌𝟎

(𝒓𝟐

𝟐

− R3 (

−𝟏

𝒓

)) +

𝝆

𝒗 = −

𝒓𝟐

(

3

+ 1) + 𝑪

R

## 3eme cas r≥R2

𝜌 (𝑅3−𝑅3)

𝟐

𝜌 (𝑅3−𝑅3)

𝟑𝗌𝟎 𝟐

1

𝒓 𝟐

𝝆 (𝑹𝟑−𝑹𝟑) 𝟏

𝐸3 = 2 1 ⇒ 𝑣3 = − 2 1 ∫ 𝑑𝑟 donc 𝒗𝟑 = 𝟐 𝟏 + 𝑪𝟑

3𝗌0𝑟2

3𝗌0

𝑟2

𝟑𝗌𝟎 𝒓

Le potentiel à l’infini (r ∞) v=0 donc C =0 et 𝒗 = 𝝆 (𝑹𝟑−𝑹𝟑) 𝟏

3 𝟑

𝟐 𝟏

Le potentiel est une fonction continue :

- *en R2 donc* 𝒗𝟑(𝑹𝟐) = 𝒗𝟐(𝑹𝟐)

𝟑𝗌𝟎 𝒓

𝝆 (𝑹𝟑−𝑹𝟑) 1

𝝆 𝑹𝟐 R3

𝜌𝑅2

𝜌𝑅2

𝝆 (𝑹𝟑)

𝝆 (𝑹𝟑)

3𝜌𝑅2

𝜌𝑅2

 𝟐 𝟏 = −

( 𝟐 + 1) + 𝐶2 ⇒ 𝐶2 = 2 + 2 − 𝟏 + 𝟏 = 2 = 2

𝟑𝗌𝟎 𝑅2 𝟑𝗌𝟎 𝟐 𝑹𝟐

𝝆 𝒓𝟐 R3 𝝆𝑹𝟐

3𝗌0

6𝗌0

𝟑𝑅2𝗌𝟎

𝟑𝑅2𝗌𝟎

6𝗌0

2𝗌0

donc 𝒗𝟐 = − ( +  1) +  𝟐

𝟑𝗌𝟎 𝟐 𝒓 𝟐𝗌𝟎

- *en R1 donc* 𝒗𝟐(𝑹𝟏) = 𝒗𝟏(𝑹𝟏)

𝝆 𝑹𝟐 R3

𝝆𝑹𝟐

𝝆 𝑹𝟐

𝝆𝑹𝟐

𝐶 = − ( 𝟏 + 1) + 𝟐 ⇒ 𝐶 = −

( 𝟏 + 𝑹𝟐) + 𝟐

1 𝟑𝗌𝟎 𝟐

𝑹𝟏 𝟐𝗌𝟎

𝝆

1 𝟑𝗌𝟎 𝟐 𝟏 𝟐𝗌𝟎

𝟑𝑹𝟐 𝝆𝑹𝟐

⇒ 𝐶 = −

( 𝟏) + 𝟐

1 𝟑𝗌𝟎 𝟐

𝟐𝗌𝟎

𝜌 𝑅2 𝜌𝑅2

𝑣 = − 1 + 2

1 2𝜀0 2𝜀0

## Exercice 6:

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**.

A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

D’après le Théorème de Gauss : ∅ = ∬ 𝐸⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗→ = ∑ 𝑄𝑖𝑛𝑡

𝗌0

∅ = ∬ ⃗𝐸⃗⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠⃗→ = 2 ∬ 𝐸⃗⃗⃗⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ + ∬ 𝐸⃗⃗⃗→. ⃗𝑑⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ **R2**

𝑏𝑎𝑠𝑒

r**R**1 **1**

⃗𝐸⃗⃗⃗⃗⃗⃗→┴ 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ ⟹ ∬ ⃗𝐸⃗⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ = 0

𝑙𝑎𝑡

𝐸⃗→ ∥ ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗→

𝑙𝑎𝑡

𝑏𝑎𝑠𝑒

𝑙𝑎𝑡

Donc : ∅ = ∬ 𝐸⃗⃗⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗→ = ∬ 𝐸. 𝑑𝑠

=𝐸. ∫ 𝑑𝑠

= 𝐸. 𝑆

𝑙𝑎𝑡

𝑙𝑎𝑡

𝑙𝑎𝑡

𝑙𝑎𝑡

⇒ ∅ = 𝑬𝟐𝝅𝒓𝒉 = ∑ 𝑸𝒊𝒏𝒕

𝗌𝟎

## Le champ électrique 1er cas r<R1

𝑄𝑖𝑛𝑡 = 0 donc 𝑬𝟏 = 𝟎

**2eme cas R1** ≤ **r**<**R2**

𝑟

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌2𝜋𝑟ℎ𝑑𝑟 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝜌 ∭ 𝑑𝑣 = 𝜌2𝜋ℎ ∫ 𝑟𝑑𝑟

𝑅1

donc 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝜌2 𝜋ℎ (

𝑟2

2

𝑅 2

2

− 1

) = 𝜌 𝜋ℎ(𝑟2 − 𝑅2)

ou 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝜌(𝜋𝑟2ℎ − 𝜋𝑅2ℎ)

1

1

𝜌 𝜋ℎ(𝑟2 − 𝑅2)

 1

𝑑𝑜𝑛𝑐 𝐸 2𝜋𝑟ℎ =

𝑑𝑜𝑛𝑐 𝑬

𝝆 (𝑟2 − 𝑅2) 𝝆

= =

 1

2

(𝑟 − 1)

R

2

## 3eme cas r≥R2

𝜀0

𝟐 𝟐𝗌𝟎𝒓

𝟐𝗌𝟎 𝒓

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄

= 𝜌 ∭ 𝑑𝑣 = 𝜌2𝜋ℎ

𝑅2 𝑟2𝑑𝑟

donc 𝑄 = 𝜌 𝜋ℎ(𝑅2 − 𝑅2)

𝑖𝑛𝑡

𝜌 𝜋ℎ(𝑅2 − 𝑅2)

∫𝑅1

𝑖𝑛𝑡 2 1

𝝆 (𝑹𝟐 − 𝑹𝟐)

𝑑𝑜𝑛𝑐 𝐸 2𝜋𝑟ℎ = 2 1 𝑑𝑜𝑛𝑐 𝑬

= 𝟐 𝟏

3 𝜀0

𝟑 𝟐𝗌𝟎𝒓

1- Le potentiel électrique v(r) en tout point de l’espace.

𝐸⃗→ = −𝑔⃗⃗⃗⃗𝑟⃗⃗𝑎⃗⃗⃗𝑑⃗→𝑣 ⇒ 𝐸 = − 𝑑𝑣

𝑑𝑟

donc 𝑣 = − ∫ 𝐸𝑑𝑟

## 1er cas : r<R1

𝐸1 = 0 ⇒ 𝒗𝟏 = 𝑪𝟏

**2eme cas R1** ≤ **r**<**R2**

𝐸2 =

𝝆

𝟐𝗌𝟎

1

1

R 2

𝒓

(𝑟 − 1) ⇒ 𝑣2 = −

𝜌

2𝗌0

(∫ 𝑟𝑑𝑟 − R2 ∫

𝑑𝑟) donc 𝒗 = −

𝒓

1

𝟐

𝝆

𝟐𝗌𝟎

(𝒓𝟐

𝟐

− R2 lnr) + 𝑪𝟐

## 3eme cas r≥R2

𝝆 (𝑹𝟐−𝑹𝟐)

𝝆 (𝑹𝟐−𝑹𝟐) 1

𝝆 (𝑹𝟐−𝑹𝟐)

𝐸3 = 𝟐 𝟏 ⇒ 𝑣3 = − 𝟐 𝟏 ∫ 𝑑𝑟 donc 𝒗𝟑 = − 𝟐 𝟏 𝒍𝒏 𝒓 + 𝑪𝟑

𝟐𝗌𝟎𝒓

𝟐𝗌𝟎 𝑟

𝟐𝗌𝟎

## Exercice 7

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**.

A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss

D’après le Théorème de Gauss : ∅ = ∬ 𝐸⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗→ = ∑ 𝑄𝑖𝑛𝑡

𝗌0

∅ = ∬ ⃗𝐸⃗⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠⃗→ = 2 ∬ 𝐸⃗⃗⃗⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ + ∬ 𝐸⃗⃗⃗→. ⃗𝑑⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗→

𝑏𝑎𝑠𝑒

⃗𝐸⃗⃗⃗⃗⃗⃗→┴ 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ ⟹ ∬ ⃗𝐸⃗⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ = 0

𝑙𝑎𝑡

𝑏𝑎𝑠𝑒 𝑙𝑎𝑡

𝐸⃗→ ∥ ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗→ Donc : ∅ = ∬ 𝐸⃗⃗⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠⃗⃗⃗⃗⃗→ = ∬ 𝐸. 𝑑𝑠

=𝐸. ∫ 𝑑𝑠

= 𝐸. 𝑆

𝑙𝑎𝑡

⇒ ∅ = 𝑬𝟐𝝅𝒓𝒉 = ∑ 𝑄𝑖𝑛𝑡

𝗌0

𝑙𝑎𝑡

donc 𝑬 = ∑ 𝑸𝒊𝒏𝒕

𝟐𝝅𝒓𝒉𝗌𝟎

𝑙𝑎𝑡

𝑙𝑎𝑡

𝑙𝑎𝑡

R

 r

1. **Le champ électrique 1er cas** 𝑟 < 𝑅 𝑑𝑞 = 𝜆𝑑𝑙 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡

1

= 𝜆h r2

𝐸 2𝜋𝑟ℎ = 𝜆ℎ ⇒ 𝑬

= 𝝀

1 𝗌0

𝟏 2𝜋𝑟𝗌0

**2eme cas r**≥ 𝐑 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝑄1 + 𝑄2

𝑑𝑞2 = 𝜎𝑑𝑠 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝜎𝑆 = 𝜎2𝜋𝑅ℎ donc 𝑄𝑖𝑛𝑡 = 𝜆ℎ + 𝜎2𝜋𝑅ℎ

Donc 𝐸 2𝜋𝑟ℎ = 𝜆ℎ+𝜎2𝜋𝑅ℎ ⇒ 𝑬

= 𝝀

+ 𝝈𝑹

2 𝗌0

𝟐 2𝜋𝑟𝗌𝟎

𝗌𝟎𝒓

1. Cherchons λ pour laquelle E2=0

𝜆 𝜎𝑅 𝜆

## Exercice 1 :

+ = 0 ⇒

2𝜋𝑟𝗌𝟎 𝜀 𝑟 2𝜋𝑟𝗌

0

𝟎

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

∅ = ∯ 𝐸⃗→. ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠→ = ∑ 𝑄𝑖𝑛𝑡

𝜀0

⃗𝐸⃗⃗⃗⃗⃗⃗→ ∕∕ ⃗𝑑⃗⃗⃗𝑠→ Donc :∯ 𝐸⃗→. 𝑑⃗⃗⃗⃗𝑠→=∬ 𝐸. 𝑑𝑠 = 𝐸 ∬ 𝑑𝑠 = 𝐸. 𝑆 = 𝐸4𝜋𝑟2 ⇒ 𝑬𝟒𝝅𝒓𝟐 = ∑ 𝑸𝒊𝒏𝒕

𝗌𝟎

𝑬 = ∑ 𝑸𝒊𝒏𝒕

R

r1

𝟒𝝅𝒓𝟐𝗌𝟎

1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l’espace. r2 Nous avons 2 cas

## 1er cas r<R

avec **ρ= Ar2**

4 3

𝑣 = 3 𝜋𝑟

⇒ 𝑑𝑣 = 4𝜋𝑟

2𝑑𝑟

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡

= ∭ 𝜌𝑑𝑣 = ∭ 𝐴𝑟2𝑑𝑣 = 𝐴4𝜋

∫𝑟 𝑟4𝑑𝑟

⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡

0

= 𝜌 4 𝜋𝑟5

5

𝜌 4𝜋𝑟5

( ) 5

𝝆 3

donc

∗ ⇒ 𝐸1 =

4𝜋𝑟2𝗌0

donc 𝑬𝟏 =

𝑟

𝟓𝗌𝟎

**2eme cas r**≥ 𝐑

𝑑𝑞 = 𝜌𝑑𝑣 = 𝜌4𝜋𝑟2𝑑𝑟 ⇒ 𝑄𝑖𝑛𝑡

= ∭ 𝜌𝑑𝑣 = ∭ 𝐴𝑟2𝑑𝑣 = 𝐴4𝜋

∫𝑅 𝑟4𝑑𝑟

donc 𝑄𝑖𝑛𝑡

0

= 𝜌 4 𝜋𝑅5

5

# 𝜌 4 𝜋𝑅5

𝝆 𝑹𝟓

# (∗) ⇒ 𝐸2 = 5

4𝜋𝑟2𝜀0

𝑑𝑜𝑛𝑐 𝑬𝟐 =

𝟓𝗌𝟎𝒓𝟐