CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.1 Introduction

Un filtre micro-ondes est un réseau à deux ports employé pour contrôler la réponse en fréquence dans un système micro-onde et qui permet la transmission des fréquences dans la bande passante et l'atténuation dans la bande atténuée. Les réponses en fréquence typiques sont : passe-bas, passe-haut, passe-bande, et réjecteur de bande.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.1 Introduction

Les résonateurs hyperfréquences sont utilises dans plusieurs applications, comme les filtres, oscillateurs, appareils de mesure de fréquence et amplificateurs.

L'opération des résonateurs hyperfréquences est très semblable a celle des résonateurs des circuits électriques.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

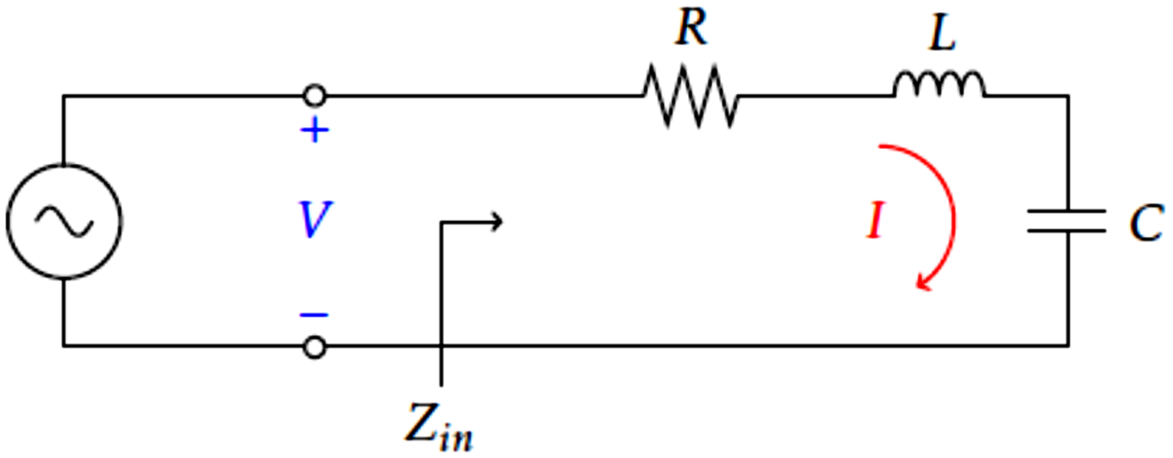
2.2 Circuits résonants série et parallèle

A la résonance, un circuit hyperfréquences peut généralement ˆêtre modélisé par un circuit RLC série ou parallèle. Les propriétés de base de ce type de circuit est ´étudie ici.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant serie



Circuit RLC série

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

- L’impédance d’entrée de ce circuit est :

$$Z_{in} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$

- La puissance complexe fournie au résonateur est :

$$P_{in} = \frac{1}{2}\mathbf{V}\mathbf{I}^* = \frac{1}{2}Z_{in}|\mathbf{I}|^2 = \frac{1}{2}Z_{in}\left|\frac{\mathbf{V}}{Z_{in}}\right|^2$$
$$= \frac{1}{2}|\mathbf{I}|^2\left(R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}\right)$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

- La puissance dissipée par la résistance est

$$P_{pertes} = \frac{1}{2} R |\mathbf{I}|^2$$

- L’énergie magnétique emmagasinée dans l’inductance est :

$$W_m = \frac{1}{4} L |\mathbf{I}|^2$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

l’énergie électrique emmagasinée dans la capacitance est :

$$W_e = \frac{1}{4} C |\mathbf{V}_c|^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{\omega^2 C} |\mathbf{I}|^2$$

ou Vc est la tension aux bornes du condensateur.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

L'équation de la puissance complexe peut alors être réécrite :

$$P_{in} = P_{pertes} + 2j\omega(W_m - W_e)$$

et l'impédance d'entrée devient :

$$Z_{in} = \frac{2P_{in}}{|\mathrm{I}|^2} = \frac{P_{pertes} + 2j\omega(W_m - W_e)}{\frac{1}{2}|\mathrm{I}|^2}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

La résonance a lieu lorsque $Wm = We$, ce qui donne une impédance d’entrée a la résonance de

$$Z_{in} = \frac{P_{pertes}}{\frac{1}{2}|\mathbf{I}|^2} = R$$

ce qui est purement réel. La fréquence a la résonance est :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

Un paramètre important des résonateurs est le facteur de qualité Q, qui est définit par :

$$Q = \omega \frac{\text{Énergie moyenne emmagasinée}}{\text{Énergie perdue / seconde}}$$

$$= \omega \frac{W_m + W_e}{P_{pertes}}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.1 Circuit resonant série

Le facteur de qualité est une indication des pertes dans un circuit : un facteur de qualité plus élevé implique moins de pertes.

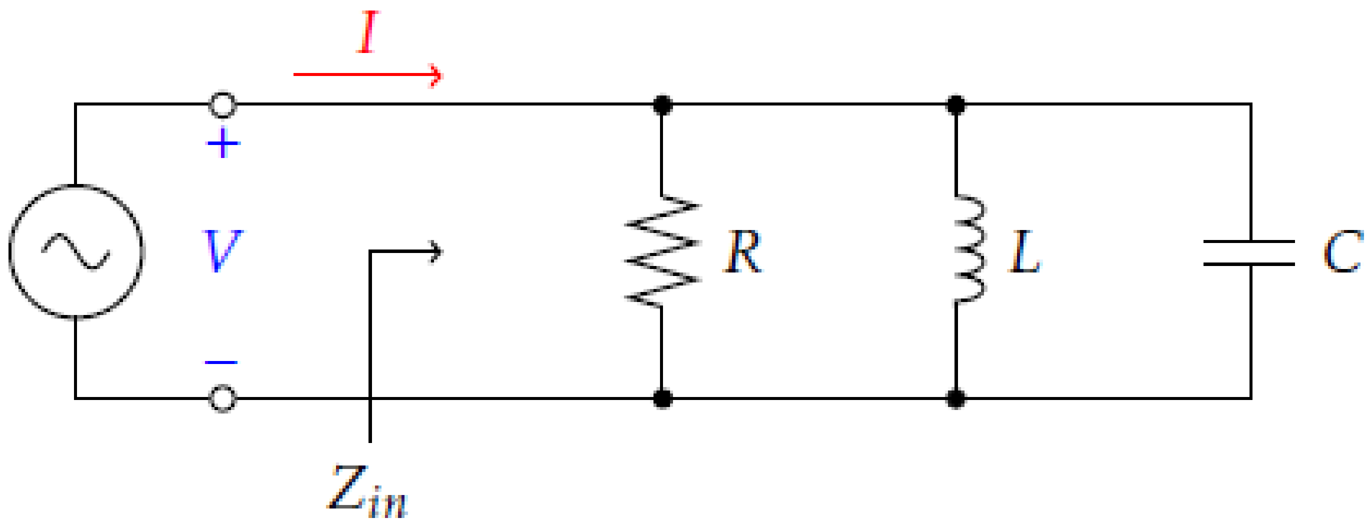
Pour le circuit série, le facteur de qualité donne :

$$Q = \omega_0 \frac{2W_m}{P_{pertes}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele



CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele

- L'impédance d'entrée de ce circuit est :

$$Z_{in} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele

- La puissance complexe fournie au résonateur est

$$P_{in} = \frac{1}{2}\mathbf{V}\mathbf{I}^* = \frac{1}{2}Z_{in}|\mathbf{I}|^2 = \frac{1}{2}|\mathbf{V}|^2\frac{1}{Z_{in}^*}$$
$$= \frac{1}{2}|\mathbf{V}|^2\left(\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L} - j\omega C\right)$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele

- La puissance dissipée par la résistance est

$$P_{pertes} = \frac{1}{2}\frac{|\mathbf{V}|^2}{R}$$

- L'énergie magnétique emmagasinée par capacitance est :

$$W_e = \frac{1}{4}C|\mathbf{V}|^2$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele

- L'énergie magnétique emmagasinée dans l'inductance est :

$$W_m = \frac{1}{4}L|\mathbf{I}_L|^2 = \frac{1}{4}|\mathbf{V}|^2\frac{1}{\omega^2 L}$$

ou I_L est le courant dans l'inductance.

- La puissance complexe est :

$$P_{in} = P_{pertes} + 2j\omega(W_m - W_e)$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele

- l'impedance d'entree est :

$$Z_{in} = \frac{2P_{in}}{|\mathbf{I}|^2} = \frac{P_{pertes} + 2j\omega(W_m - W_e)}{\frac{1}{2}|\mathbf{I}|^2}$$

- La résonance a lieu lorsque $Wm = We$, ce qui donne $Z_{in} = R$
- La fréquence a la résonance est :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.2 Circuits résonants série et parallèle

2.2.2 Circuit resonant parallele

Le facteur de qualité, pour le cas parallèle, est :

$$Q = \omega_0 \frac{2W_m}{P_{pertes}} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.3 Ligne λ=4 court-circuitée

Un résonateur peut aussi être crée avec une ligne λ=4 terminée par un court-circuit.

Dans ce cas-ci, on crée un résonateur parallèle. L'impedance d'entree Z_{in} d'une ligne λ=4

terminée par un court-circuit est :

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 - j \tanh(\alpha l) \cot(\beta l)}{\tanh(\alpha l) - j \cot(\beta l)}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.3 Ligne λ=4 court-circuitée

On peut donc simplifier l´équation de Z_{in}

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + j\alpha l \pi \Delta\omega / 2\omega_0}{\alpha l + j\pi\Delta\omega/2\omega_0} \approx \frac{Z_0}{\alpha l + j\pi\Delta\omega/2\omega_0}$$

$$Z_i n = \frac{1}{(1/R) + 2j\Delta\omega C}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.3 Ligne $\lambda=4$ court-circuitée

La résistance équivalente du résonateur est :

$$R = \frac{Z_0}{\alpha l}$$

Et la capacitance équivalente est

$$C = \frac{\pi}{4\omega_0 Z_0}$$

et l'inductance équivalente,

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$$

2.3 Ligne $\lambda=4$ court-circuitée

A la résonance, *Zin* = *R* = *Z0=l*. Le facteur de qualité pour ce résonateur est :

$$Q = \omega_0 RC = \frac{\pi}{4\alpha l} = \frac{\beta}{\alpha l}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

Des résonateurs peuvent aussi être crées en utilisant des sections de guide rectangulaire.

Afin d’éviter les pertes dues aux extrémités d’un guide termine par un circuit ouvert, les résonateurs en guide rectangulaire sont termines par des court-circuit, formant ainsi une boite fermée. L’Energie électrique et magnétique est stockée dans la cavité, et une petite ouverture permet d’extraire cette Energie. De la puissance peut être dissipée dans les conducteurs qui forment la paroi de la cavité, ou dans le d'électrique.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

➢ *Fréquences résonantes*

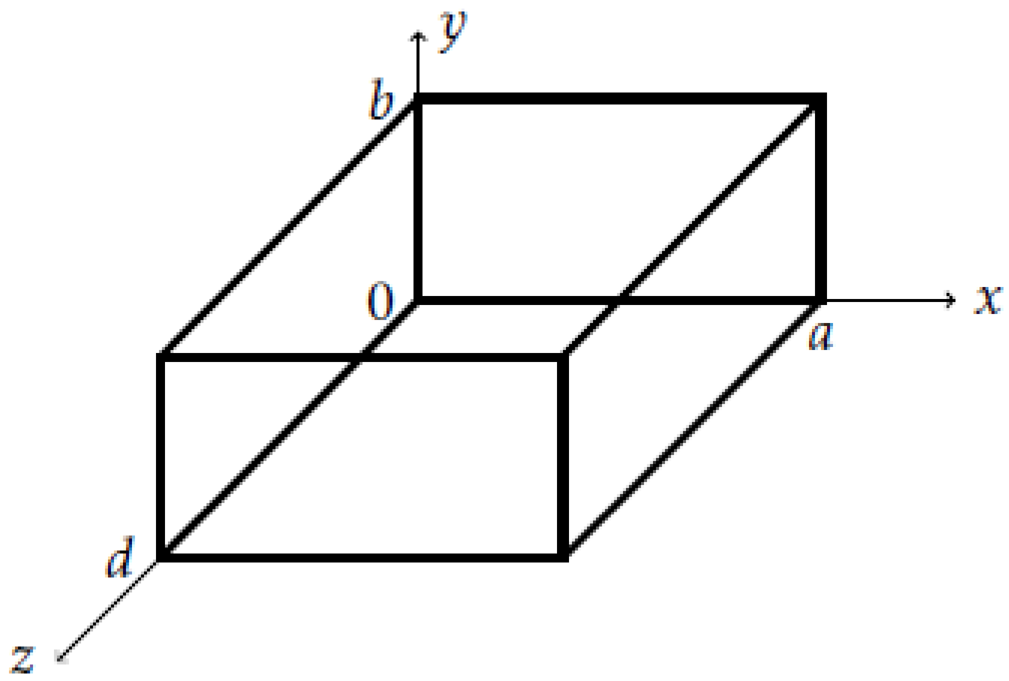
La figure montre la géométrie d'une cavité rectangulaire. Il s'agit d'une section de guide rectangulaire de longueur *d*, terminée aux deux bouts (**$z = 0$ et $z = d$**) par un court-circuit.

On va calculer la fréquence de résonance de cette cavité en supposant que la cavité est sans pertes.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

➢ *Fréquences résonantes*



CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

➢*Fréquences résonantes*

Les champs électriques transverses (*Ex*, *Ey*) des modes TE*mn* ou TM*mn* du guide rectangulaire sont :

$$E_t(x,y,z) = \bar{e}(x,y)[A^+ e^{-j\beta_{mn}z} + A^- e^{j\beta_{mn}z}]$$

ou $\bar{e}(x;y)$ est la variation transversale du mode, et *A+* et *A-* sont des amplitudes arbitraires

m, *n* indiquent le nombre de variations dans les champs dans la direction *x*, *y* et *z*.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

➢ *Fréquences résonantes*

➢ La constante de propagation du mode *mn* TE ou TM est :

$$\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

➢ *Fréquences résonantes*

On applique la condition $E_t = 0$ a $z = 0$, et donc $A+ = -A-$. La condition que $E_t = 0$ a $z = d$ donne l'équation :

$$E_t(x, y, d) = -\bar{e}(x, y)A^+ 2j \sin(\beta_{mn} d) = 0$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.4 Résonateurs en guide rectangulaire

➢ *Fréquences résonantes*

La fréquence de résonance du mode TE*mnl* ou TM*mnl* est :

$$f_{mnl} = \frac{c k_{mnl}}{2\pi\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

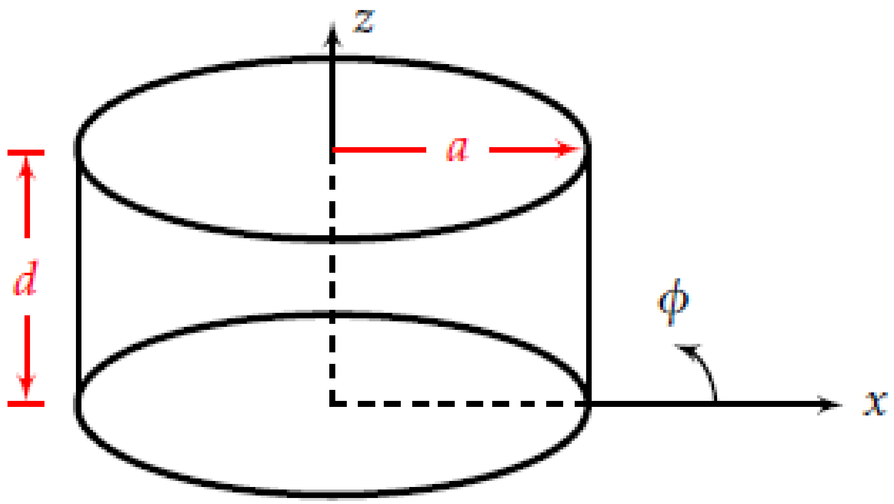
Un résonateur cylindrique peut être crée a partir d'une section d'un guide cylindrique court-circuite aux deux bouts, de façon semblable a la cavité rectangulaire. Puisque le mode dominant du guide cylindrique est le mode TE11. On va définir les expressions des fréquences de résonance des modes TEnml et TMnml, et l'equation du facteur de qualité du mode TEnml.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢ *Fréquences résonantes*

La géométrie d'une cavité cylindrique est donnée



CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢*Fréquences résonantes*

Le champ électrique transversal du mode TE*nm* ou TM*nm* du guide circulaire est :

$$E_t(\rho, \phi, z) = \bar{e}(\rho, \phi)[A^+ e^{-j\beta_{mn} z} + A^- e^{j\beta_{mn} z}]$$

ou $\bar{e}(\rho; \varphi)$ est la variation transversale du mode, et *A*+ et *A*- sont des amplitudes arbitraires

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢ *Fréquences résonantes*

- La constante de propagation du mode TE*mn* :

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2}$$

- la constante de propagation du mode TM*nm* est

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2}$$

où $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$.

2.5 Cavite cylindrique

➢*Fréquences résonantes*

La fréquence de résonance du mode TE*nml* est:

$$f_{mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

La fréquence de résonance du mode TM*nml* est:

$$f_{mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢*Facteur de qualité*

Le facteur de qualité du mode TE*mnl* est obtenu de la façon que le facteur de qualité du guide rectangulaire. A partir des équations des champs électriques et magnétiques, on peut calculer l'Energie électrique et magnétique emmagasinée dans la cavité, et calculer la puissance perdue dans les conducteurs et le diélectrique.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢ *Facteur de qualité*

Le facteur de qualité du aux conducteur est :

$$Q_c = \frac{\omega_0 W}{P_c}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢ *Facteur de qualité*

A la résonance, l'Energie électrique est égale a l'Energie magnétique, et on a:

$$W = \frac{\epsilon k^2 \eta^2 a^2 H_0^2 \pi d}{8(p'_{nm})^2}\left[1 - \left(\frac{n}{p'_{nm}}\right)^2\right] J_n^2(p'_{nm})$$

La puissance perdue dans les murs (conducteurs) est :

$$P_c = \frac{R_s}{2}\pi H_0^2 J_n^2(p'_{nm})\left\{\frac{da}{2}\left[1 + \left(\frac{\beta a n}{(p'_{nm})^2}\right)^2\right] + \left(\frac{\beta a^2}{p'_{nm}}\right)^2\left(1 - \frac{n^2}{(p'_{nm})^2}\right)\right\}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

➢ *Facteur de qualité*

la puissance perdue dans le diélectrique :

$$Q_d = \frac{\omega W}{P_d} = \frac{1}{\tan\delta}$$

$$P_d = \frac{1}{2}\int_V J \cdot E^* dv = \frac{\omega\epsilon'' k^2 \eta^2 a^4 H_0^2}{8(p'_{nm})^2}\left[1 - \left(\frac{n}{p'_{nm}}\right)^2\right] J_n^2(p'_{nm})$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

2.5 Cavite cylindrique

- *Facteur de qualité*

le facteur de qualité total est:

$$Q = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \right)^{-1}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

Exemple:

Une cavité rectangulaire est créée a partir d'un morceau de cuivre WR-187 dans la bande H, avec a = 4,755 cm et b = 2,215 cm. La cavité est remplie de polyéthylène (ϵ_r = 2,25, tan σ = 0,0004). Si la résonance doit avoir lieu a f = 5GHz, calculer la longueur d nécessaire, et le facteur de qualité pour les modes résonants l = 1 et l = 2.

Solution:

$$k = \frac{2\pi f\sqrt{\epsilon_r}}{c} = 157.08\text{m}^{-1}$$

$$d = \frac{l\pi}{\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}}$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

*

$$\text{pour } l = 1, \qquad d = \frac{\pi}{\sqrt{(157.08)^2 - (\pi/0.04755)^2}} = 2.20 \text{ cm}$$

$$\text{pour } l = 2, \qquad d = 2(2.20) = 4.40 \text{ cm}$$

$$\eta = \frac{377}{\sqrt{\epsilon_r}} = 251.3\Omega$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

La résistance de surface du cuivre à 5GHz est $R_s = 1.84 \times 10^{-2}\Omega$, selon l'exemple 1. À l'aide de l'équation 4.76, on obtient

$$\text{pour } l = 1, \qquad Q_c = 8403$$
$$\text{pour } l = 2, \qquad Q_c = 11898$$

Le facteur de qualité dû au diélectrique est le même pour $l = 1$ et $l = 2$,

$$Q_d = \frac{1}{\tan\delta} = 2500$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

Le facteur de qualité total est :

$$\text{pour } l = 1, \qquad Q = \left(\frac{1}{8403} + \frac{1}{2500}\right)^{-1} = 1927$$

$$\text{pour } l = 2, \qquad Q = \left(\frac{1}{11898} + \frac{1}{2500}\right)^{-1} = 3065$$

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

Exepmle

Une cavité résonante cylindrique ayant $d = 2a$ doit résonner à 5GHz au mode TE_{011}. Si la cavité est construite de cuivre et remplie de Teflon, trouver ses dimensions et calculer le

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

Solution

Le nombre d'onde est :

$$k = \frac{2\pi f_{011}\sqrt{\epsilon_r}}{c} = \frac{2\pi(5\times 10^9)\sqrt{2.08}}{3\times 10^8} = 151.0\ \mathrm{m}^{-1}$$

On sait que la fréquence de résonance est :

$$f_{011} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}}\sqrt{\left(\frac{p'_{01}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2}$$

avec $p'_{01} = 3.832$. Puisque $d = 2a$,

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

$$\frac{2\pi f_{011}\sqrt{\epsilon_r}}{c} = k = \sqrt{\left(\frac{p'_{01}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2}$$

On résout l'équation précédent pour trouver a :

$$a = \frac{\sqrt{(p'_{01})^2 + (\pi/2)^2}}{k} = \frac{\sqrt{(3.832)^2 + (\pi/2)^2}}{151.0} = 2.74 \text{ cm}$$

et $d = 5.48$cm.

CHAPITRE 2: LES FILTRES MICRO-ONDES

La résistance de surface du cuivre à 5GHz est $R_s = 0.0184\Omega$. Avec $n = 0$, $m = 1$ et $l = 1$, on obtient, avec $d = 2a$, pour le facteur de qualité,

$$Q_c = \frac{(ka)^3 \eta ad}{4(p'_{nm})^2 R_s} \frac{1}{[ad/2 + (\beta a^2/p'_{01})^2]} = \frac{ka\eta}{2R_s} = 29390$$

Le facteur de qualité dû au diélectrique est :

$$Q_d = \frac{1}{\tan\delta} = \frac{1}{0.0004} = 2500$$

et le facteur de qualité total est :

$$Q = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d}\right)^{-1} = 2300$$