

Chapitre 1 : Rappels et introduction à l'analyse des structures

1.1 Introduction :

L'analyse des structures est une discipline importante et indispensable pour la conception, le calcul et le dimensionnement des structures à construire, et la vérification des constructions existantes. En effet, l'ingénieur qui connaît cette discipline peut calculer diverses sollicitations (effort normal, effort tranchant, moment de flexion et moment de torsion) appliqués aux sections d'une structure ; les sollicitations étant déterminées. Il peut dimensionner les éléments de celle-ci, de plus il vérifie la bonne tenue en service de la structure en s'assurant que les valeurs limites admissibles et que des mesures appropriées sont prises pour contrôler les effets indésirables des vibrations.

1.2 Type des structures

La structure d'un bâtiment ou d'un ouvrage d'art est l'ossature qui résiste à toutes les charges et à toutes les déformations auxquelles celui-ci peut être soumis durant sa construction et son utilisation.

Pour une construction donnée le choix d'un type de structure dépend de plusieurs facteurs qui sont : la destination de la construction, le coût, les matériaux disponibles et les considérations esthétiques.

La poutre d'une travée simplement appuyée à ses deux extrémités présente une structure la plus simple (poutre isostatique) qu'elle supporte la charge à laquelle elle est soumise par l'effort tranchant et le moment fléchissant, et qu'on peut calculer cette structure par les équations de la statique.

Par ailleurs, une structure (poutre) encastree aux deux extrémités ou continue sur plusieurs appuis, est une structure hyperstatique, car on ne peut pas calculer les équations de la statique seules.

Un autre type de structure est celui qui est utilisé dans les bâtiments, il s'agit du portique (cadre) à travées et étages multiples. Ces portiques sont constitués de plusieurs poutres dont les extrémités sont appelés nœuds, sont des structures hyperstatiques.

Pour les grandes portées on utilise les treillis ou systèmes réticulés.

1.3 Rappel de la statique :

1.3.1 Equilibre statique d'une structure

Pour qu'une structure soit en équilibre, les deux conditions suivantes doivent être remplies :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \sum \vec{M} = \vec{0}.$$

1.3.2 Actions, réactions et déplacements

Actions : ce sont les forces appliquées à une structure. Ces actions créent des **réactions** aux appuis de la structure.

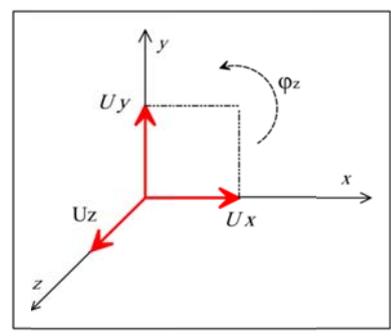
L'ensemble des actions et des réactions d'appui doit constituer un système de forces extérieures en équilibre.

Les réactions doivent être déterminées en premier lieu, afin de permettre de calculer des forces internes agissant aux diverses sections de la structure.

Une structure qui est soumise à des actions subit des **déplacements**.

Dans le plan, il existe (03) possibilités de déplacement ; pour un point quelconque de la structure :

- Deux translations (U_x et U_y)
- Une rotation /z (ϕ_z)

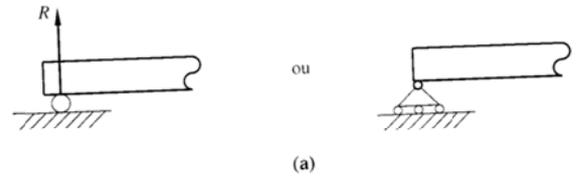


On appelle ces déplacements les **degrés de liberté** (DDL).

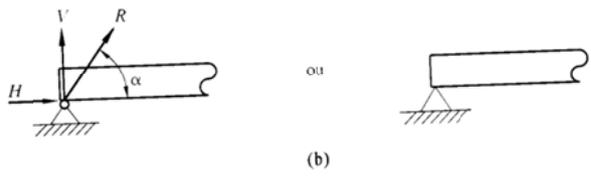
1.3.3 Les appuis :

a) Appui simple :

Cet appui donne une réaction perpendiculaire à la direction suivant laquelle l'appui peut se déplacer.

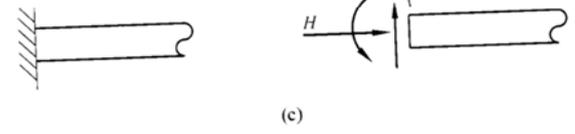


On a alors une seule réaction (inconnue), cet appui bloque une seule translation.



b) L'articulation (appui double, appui à rotule)

Cet appui ne peut pas se déplacer mais il peut tourner



On appelle aussi appui fixe.

La réaction d'appui passe par le centre de gravité de la rotule et comporte deux inconnues, R et α ou R_h et R_v . Cet appui bloque deux translations suivant l'axe horizontal et l'axe vertical.

c) L'encastrement

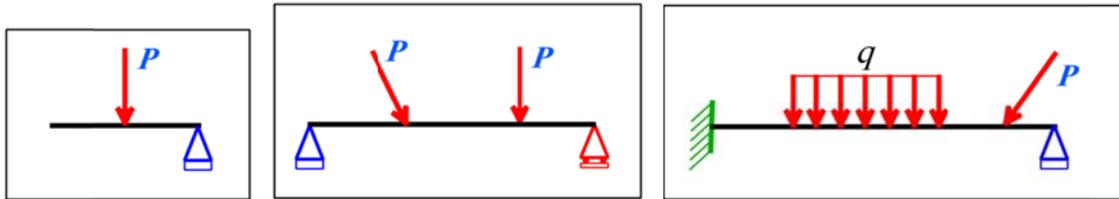
La réaction d'appui comporte trois inconnues qui sont les composantes verticales et horizontales de sa résultante générale et son moment d'encastrement 'M'.

Par rapport au centre de gravité « G » de la section d'appui, cet appui bloque tous les déplacements.

1.3.4 Type de système de structure.

Selon le genre de liaison et donc le type d'appui dans une structure, nous connaissons le nombre d'inconnues à calculer et en fonction de ce dernier nous aurons plusieurs types de structure.

- Structure **hypostatisme** (mécanisme)
Dans la quelle le nombre des inconnues est inferieur au nombre d'équations de la statique.
- Structure **isostatique**
Le nombre des inconnues est égal au nombre des équations de la statique.
- Structure **hyperstatique**
Le nombre d'inconus supieur au nombre d'équations.



Degré d'hyperstaticité :

Par la méthode des contours fermés, le dergé d'hyperstaticité est donné par la formule suivante :

$$d = 3c - a + 2s$$

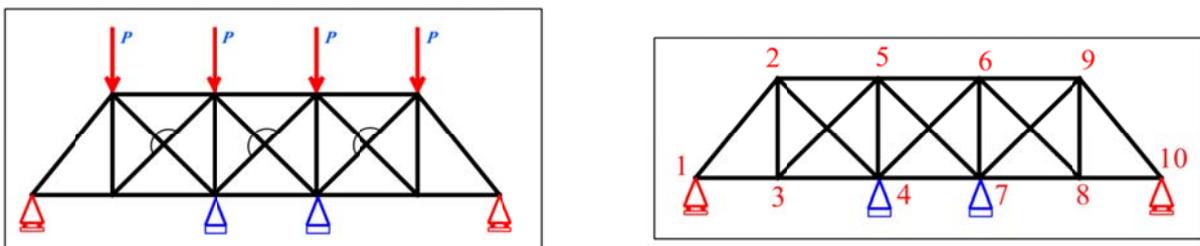
- c : le nombre de contours de la structure.
- a : le nombre d'appui double.
- s : le nombre d'appuis simple.

Pour les système en treillis :

$$d = b + r - 2n$$

- b : le nombre des barres ou membrures.
- n : le nombre des nœuds.
- r : le nombre des réactons verticales et horizontales (ecastrement = 3, double = 2, simple =1).

Exemple :



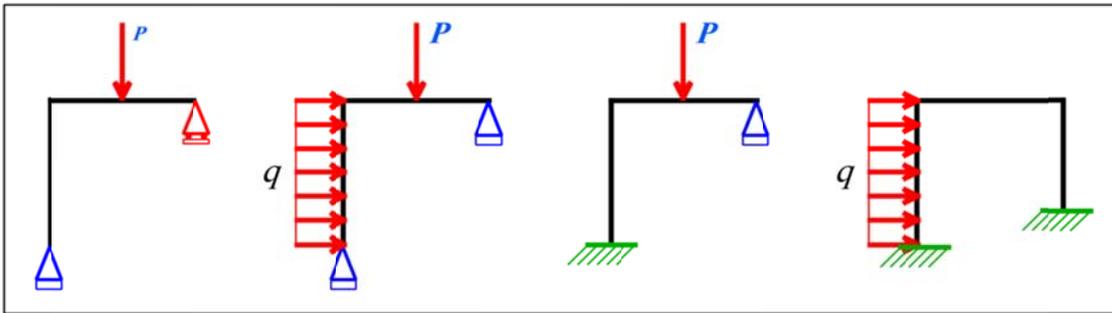
$$\begin{cases} b = 20 \\ n = 10 \\ r = 6 \end{cases} \implies d = 20 + 6 - 2 * 10 = 6 \quad \text{6 fois hyperstatique.}$$

Remarque :

Le degré d'hyperstaticité est indépendant des charges extérieures appliquées au système, il dépend surtout des conditions d'appuis.

Il existe deux genres d'hyperstaticité (extérieures et intérieures), cela signifie qu'il y a des inconnues supplémentaires liées aux appuis (réactions inconnues) et aussi d'autres inconnues liées aux efforts internes (M et N).

Application.



$d = 3c - a - 2s$ $d = 3 * 1 - 1 - 2 * 1$ $d = 0$ Le système est isostatique	$d = 3c - a - 2s$ $d = 3 * 1 - 2 - 2 * 0$ $d = 1$ Le système est hyperstatique	$d = 3c - a - 2s$ $d = 3 * 1 - 1 - 2 * 0$ $d = 2$ Le système est hyperstatique	$d = 3c - a - 2s$ $d = 3 * 1 - 0 - 2 * 0$ $d = 3$ Le système est hyperstatique
---	---	---	---

$\begin{cases} b = 8 \\ n = 5 \\ r = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} d = b + r - 2n \\ d = 8 + 3 - 2 * 5 = 1 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">1 fois hyperstatique</p>	
--	--