Série 1

Problème

On désigne par $\vec{r}\_{e}$ et $\vec{R}$ les rayons vecteurs de l’électron et du noyau par rapport à un repère quelconque $\vec{v}\_{e}$ et $\vec{V}$ Les vitesses correspondantes

1. Ecrire le Lagrangien en fonction des variables de ces varibles.
2. On introduit le rayon vecteur $\vec{R}\_{G}$ du centre de masse G et $\vec{r}=\vec{r}\_{e}-\vec{R} $.Montrer que L($\vec{r}\_{e}$ ,$ \vec{R}$,$ \vec{v}\_{e}, \vec{V})=L\left(\vec{V\_{G}}\right)+L(\vec{r},\vec{v})$
3. Rappeler pourquoi le moment cinétique du système par rapport au centre de masse est une constante de mouvement. Quelle conclusion en tire-t-on de la trajectoire.
4. Former le Hamiltonien H du mouvement interne et écrire les équations de Hamilton. Retrouver la conservation du moment cinétique et interpréter l’équation ou ne figurent que $\vec{r}$ et $\dot{r}$
5. Trouver la trajectoire, c’est obtenir la relation entre r et $θ$
6. En déduire finalement que la trajectoire est une conique dont l’équation peut toujours être mise sous la forme :

$$r\left(θ\right)=\frac{p}{1+ϵ cosθ}$$

1. Donner l’expression de p et de $ϵ$. Vérifier que la valeur de$ ϵ$ par rapport à 1 conditionne la nature de l’état correspondant .

On applique maintenant les règles de quantification de Bohr-Wilson-Sommerfeld :

 $I\_{θ}=∮\_{}^{}p\_{θ}$d$θ$=$n\_{θ}$, $I\_{r}=∮\_{}^{}p\_{r}$d$r$=$n\_{r}$

1. Trouver les valeurs possibles du moment cinétique *I*, en conséquence de la quantification de $I\_{θ}$ . Préciser les valeurs possibles de l’entier $n\_{θ}$correspondant.
2. Quantifier la variable $I\_{r}$ et en déduire que la relation entre $ϵ$ et les entiers $n\_{θ}et n\_{r}$
3. En déduire l’énergie E.