

TD 3, 4 et 5 Corrigés
Génétique des populations

Corrigé TD 4
Fréquences génotypiques et alléliques

Exercice 1 :

Soit les phénotypes	[A1]	[A1A2]	[A2]	
les génotypes	A1A1	A1A2	A2A2	
les effectifs	167	280	109	total 556

Calculer les fréquences suivantes : F (P : phénotypes), F(G : génotypes), F(A: allèles),

Solution

Calculer les fréquences suivantes :
F(P : phénotypes) , F(G : génotypes), F(A: allèles) :

F(P) = F(G)	F(A1A1)=F([A1])=167/556	F(A1A2)=F([A1A2])=280/556	F(A2A2)=F([A2])=109/556
Soit :	D= F(A1A1)=0.300	H=F(A1A2)=0.504	R= F(A2A2)=0.196

$D+H+R = 1$

F(P) = F(G), car les allèles sont co-dominants

F(A : allèles)	F(A1)=p = $D+H/2 = (167+280/2)/ 556$ soit $0.300+0.504/2 = 0.552$	
	F(A2)=q = $R+H/2 = (109+280/2)/ 556$ soit $0.196 + 0.504/2 = 0.448$	
		$p+q=1$

Exercice 2:

La coloration de la robe des bovins de boucherie de la race Shorthorn est due à un gène dont les deux allèles R et B sont codominants.

Les bovins RR sont rouges, les bovins RB sont rouans, et les bovins BB sont blancs. Dans une population d'animaux de cette race on dénombre : 900 rouges, 450 rouans et 150 blancs.

- a- Quelle est la fréquence génotypique de chaque type de couleur ?
- b- Quelle est la fréquence de chacun des deux allèles ?

Solution:

- a- $F(RR)= 900/(900+450+150)=0.60$ ou 60%
De la même manière $f(RB)= 450/1500=0.30$ ou 30% $f(BB)=150/1500= 0.10$ ou 10%
- b- $F(R)= (2 \times 900 + 450/2)/(900+450+150)=0,75$
Ou plus simplement $f(R)= f(RR) + 1/2f(RB)=0.60+1/2 \times 0.30=0.75$
 $F(B)=1-0.75=0.25$

Exercice 3:

Une étude du polymorphisme de l'alcool déshydrogénase chez un petit mammifère a révélé la présence de deux formes alléliques S et F. La population étudiée présentait les fréquences génotypiques suivantes :

$$- \quad Fq_{(SS)}=0.16 \quad Fq_{(Sf)}=0.48 \quad Fq_{(FF)}=0.36$$

- Calculer les fréquences des deux allèles S et F.

Solution :

- 116 FF
- 68 FS
- 16 SS

Calcul des fréquences p et q

$$F(F) = p = 2 \times 116 + 68 / 2 \times 200 = 300 / 200 = 0.75$$

$$F(S) \quad q = 1 - p = 1 - 0.75 = 0.25$$

Exercice 4

Soit un locus A/a situé sur le chromosome X. Dans une population on dénombre 90 mâles $X^A Y$ et 10 mâles $X^a Y$, 77 $X^A X^A$, 21 femelles $X^A X^a$, 2 femelles $X^a X^a$.

- Calculer les fréquences alléliques chez les femelles et chez les mâles, puis dans la population globale.

Solution

- **Fréquence allélique chez les femelles :**

On applique les formules respectives pour A et a :

- $F(A) \quad f = (2F1 + F2) / 2NF = (2 \times 77 + 21) / 2 \times 100 = 0.875$
- $F(a) \quad f = (2F3 + F2) / 2NF = (2 \times 2 + 21) / 2 \times 100 = 0.125$

Ou bien et sachant que la somme des fréquences de A et a est égale à 1, on peut déduire la fréquence $F(a) \quad f$ si on connaît la fréquence de l'allèle a, c'est-à-dire $F(A) \quad f$, et donc :

- $F(A) \quad f + F(a) \quad f = 1 \quad F(a) = 1 - F(A) = 1 - 0.875 = 0.125$

- **Fréquence allélique chez les mâles :**

On applique les formules respectives pour A et a :

- $F(A) \quad m = m1 / Nm = 90 / 100 = 0.9$
- $F(a) \quad m = m2 / 100 = 10 / 100 = 0.1$

- Fréquences alléliques dans une population globale:

On applique la formule :

- $F(A) = 2/3 F(A)_f + 1/3 F(A)_m = 2/3 \times 0.875 + 1/3 \times 0.9 = 0.883$
 - $F(a) = 1 - F(A) = 1 - 0.883 = 0.117$
-

Exercice 5:

Chez la drosophile, la forme des yeux est contrôlée par un locus polymorphe à deux allèles codominants A et B, situés sur le chromosome X. Le caractère "Bar" est gouverné par l'allèle B et l'hétérozygote présente un oeil "réniforme". Une population est constituée de:

- 748 ♀ [œil normal]
- 452 ♀ [œil réniforme]
- 104 ♀ [œil bar]
- 983 ♂ [œil normal]
- 301 ♂ [œil bar]

Calculer les fréquences de B :

- parmi les femelles
- parmi les mâles
- dans l'ensemble de la population.

Solution :

Total femelles : 1304

Total mâles : 1284

Fréquences alléliques chez la femelle :

- $F(A)_f = \frac{2 \times X_A X_A + X_A X_B}{2N_f} \rightarrow \frac{2 \times 748 + 452}{1304} = 0.75$
- $F(A)_m = \frac{X_A Y}{N_m} \rightarrow \frac{983}{1284} = 0.77$

Fréquences alléliques chez la femelle :

- $F(B)_f = \frac{2 \times X_B X_B + X_A X_B}{2N_f} \rightarrow \frac{104 \times 2 + 452}{2608} = 0.25$
- $F(B)_m = \frac{X_B Y}{N_m} \rightarrow \frac{301}{1284} = 0.23$

Fréquences alléliques dans la population entière :

Le nombre de femelles est égale au nombre de mâles, nous appliquons la formule suivante :

$$F(A) = 2/3 F(A)_f + 1/3 F(A)_m$$

Et donc :

$$F(A)_t = 2/3 F(A)_f + 1/3 F(A)_m = 0.5 + 0.26 = 0.77$$

$$F(B)_t = 2/3 F(B)_f + 1/3 F(B)_m = 0.16 + 0.07 = 0.23$$

Corrigé TD 5

Exercice 1 :

Chez le chat, l'étude du polymorphisme d'un gène codant pour la phosphoglucomutase a révélé la présence de deux allèles *F* et *S*. Dans une population de 200 chats étudiés, on a dénombré 116 *FF*, 68 *FS* et 16 *SS*.

Cette population est-elle à l'équilibre de Hardy Weinberg ?

Corriger durant la séance de TD

Exercice 2 :

Dans une population humaine, l'étude d'un échantillon de 1200 personnes a révélé l'existence de trois formes alléliques au locus *Pgm1* (allèles 1,2 et 3). Les effectifs de chaque classe de génotype sont les suivantes :

$$1/1=44 ; 2/2=110 ; 3/3=308 : 1/2 = 154 ; 1/3=238 ; 2/3 = 346$$

Sachant que $1=2=3$:

- 1- Calculer les fréquences génotypiques et alléliques
- 2- Calculer le taux d'hétérozygotes réel et attendus pour ce locus

Calcul des fréquences : p, q et r

$$F(1)= p = \frac{2 \cdot 44 + 154 + 238}{2 \cdot 1200} = 0.2$$

$$F(2)= q = \frac{2 \cdot 110 + 154 + 346}{2 \cdot 1200} = 0.3$$

$$F(3)= r = \frac{2 \cdot 308 + 238 + 346}{2 \cdot 1200} = 0.5$$

	1 p	2 q	3 r
1 p	1/1 (p^2)	1/2 (pq)	1/3 (pr)
2 q	1/2 (pq)	2/2 (q^2)	2/3 (qr)
3 r	1/3 (pr)	2/3 (qr)	3/3 (r^2)

	1/1	1/2	1/3	2/2	2/3	3/3
Fréquences génotypiques réelles	44/1200=0.035	154/1200=0.12	238/1200=0.2	110/1200=0.09	346/1200=0.29	308/1200=0.25
Taux d'hétérozygotes réels		12%	20%		28%	
Fréquences génotypiques attendus	p^2	2pq	2pr	q^2	2qr	r^2
	0.04	0.12	0.2	0.09	0.3	0.25
Taux d'hétérozygotes attendus		12 %	20%		30%	

Exercice 3:

Dans une population d'invertébrés marins, la phosphatase acide présente trois allèles A1, A2 et A3. Les proportions des cinq phénotypes observés sont de **25 A1A1, 106 A2A2, 113 A1A2, 9 A1A3 et 15 A2A3, 00 A3A3**. Sachant que A1=A2=A3, Cette population est-elle à l'équilibre de HW ?

Solution

3 allèles A, B, C

A¹A¹ A²A² A¹A² A¹A³ A²A³ A³A³ / 268

25 106 113 9 15 **0**

$$f(A1) = \frac{2 \times 25 + 113 + 9}{2 \times 268} = 0,32 = p$$

$$f(A2) = \frac{2 \times 106 + 113 + 15}{2 \times 268} = 0,63 = q \quad f(A3) = \frac{9 + 15}{2 \times 268} = 0,05 = r$$

La population est à l'équilibre d'HW

	A ¹ A ¹	A ² A ²	A ¹ A ²	A ¹ A ³	A ² A ³	A ³ A ³
Fr génotypiques théoriques	p ²	q ²	2pq	2pr	2qr	r ²
Effectifs théoriques	p ² N	q ² N	2pqN	2prN	2qrN	r ² N
Effectifs théoriques	27.44	106.37	108.06	8.58	16.88	0.67
Effectifs observés	25	106	113	9	15	0

ddl = 3
α = 5%

$$\chi^2_c = 1.35 < \chi^2 = 7.81$$

La population à l'équilibre d'HW

Exercice 4 :

Chez le chat, l'abondance et la forme des rayures du pelage sont déterminés par un gène *t* autosomique à trois allèles. L'allèle *t+* est responsable de la forme sauvage "tigré fin" (présence, sur tout le corps, de fines rayures transversales et parallèles) ; l'allèle *ta* détermine le type "abyssin" (présence de rayures uniquement sur la queue, les pattes et la face) et l'allèle *tb* le type "rayé large" (robe à larges bandes noires, peu nombreuses et souvent interrompues). L'allèle *ta* est dominant sur l'allèle *t+* lui même dominant sur l'allèle *tb* ($ta > t+ > tb$). Les allèles *ta*, *t+* et *tb* seront appelés respectivement *r*, *s* et *t*.

Dans une île au large de Madagascar, on a dénombré :

- 72 chats abyssins [*ta*],
- 110 chats tigrés fins [*t+*]
- et 18 rayés larges [*tb*].

- 1- Quels sont les différents génotypes associés à chacun des phénotypes du pelage ?
- 2- Calculez les fréquences alléliques et génotypiques ?

Solution

1- Génotypes et phénotypes

Génotypes	<i>tata</i>	<i>tat+</i>	<i>tatb</i>	<i>tbtb</i>	<i>tbt+</i>	<i>t+t+</i>
Fréquences génotypiques	r^2	$2rs$	$2rt$	t^2	$2ts$	s^2
Phénotypes	[ta]			[tb]		[t+]

2- Fréquences géniques et génotypiques

2-1- Fréquences géniques

ta : Allèle le plus dominant

$t+ > tb$: a^x

Soit *r* la fréquence de *ta* et q^x la fréquence de a^x (*t+* et *tb*)

$q^x = \text{Racine carrée de } (q^x)^2$ $p = 1 - q^x$

$(q^x)^2 = 128/200 = 0.64$ $q^x = \text{Racine carré de } 0.64 = 0.8$

$r = 1 - q^x = 1 - 0.8 = 0.2$ **$r = 0.2$**

$F(t) = \text{Racine carré de } 18/200 = \text{Racine carré de } 0.09 = 0.3$ **$t = 0.3$**

Donc la $F(t+) = 1 - (r + t) = 1 - 0.5 = 0.5$

$s = 0.5$

2-1- Fréquences génotypiques

Génotypes	<i>tata</i>	<i>tat+</i>	<i>tatb</i>	<i>tbtb</i>	<i>tbt+</i>	<i>t+t+</i>
------------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Fréquences génotypiques	r²	2rs	2rt	t²	2ts	s²
	0.04	0.2	0.12	0.09	0.3	0.25

Exercice 5 :

Le gène du daltonisme d, récessif, est porté par le chromosome sexuel X. Dans l'espèce humaine, 10% des hommes sont daltoniens X^dY, 90% sont normaux X^DY, sachant que p est la fréquence de D et q la fréquence de d. Sachant que les conditions d'équilibre de HW sont réunies :

- Calculez les fréquences des deux allèles p et q
- Déterminez le pourcentage des femmes daltoniennes auquel on peut s'attendre ?
- Quel est la proportion des femmes normales hétérozygotes X^DX^d parmi l'ensemble des femmes normales?

Solution :

- Calculez les fréquences des deux allèles p et q

Fréquence s alléliques :

F(D) = 0.9 ; F(d) = 0.1

- Déterminez le pourcentage des femmes daltoniennes auquel on peut s'attendre ?

$$X^d X^d = q^2 = 0.01 \quad 1\%$$

- Quel est la proportion des femmes normales hétérozygotes X^DX^d parmi l'ensemble des femmes normales?

$$X^D X^d = 2pq = 0,18 \quad \text{soit } 18\%$$

Tableau de synthèse

Femme	Homme
X^D X^D = p² = 81%	X^D Y = p = 1 - 0.1 = 0.9
X^D X^d = 2pq = 18%	
X^d X^d = q² = 0.01 donc 1%	X^d Y = q = 10% = 0.1

Exercice 1:

En considérant un taux de mutation de 10^{-5} par gamète et par génération, quel sera le changement de fréquence observé:

- 1- au terme de 1000 générations, pour une fréquence initiale de A1 de 1
- 2- au terme de 2000 générations, pour une fréquence initiale de A1 de 0,5
- 3- au terme de 10000 générations, pour une fréquence initiale de A1 de 0,1.
Qu'en concluez-vous ?

Solution

On applique la formule que vous avez dans le cours : $p_{n+x} = p_n (1-u)^x$

- $p_n = 1 ; x=1000$
- $p_{n+x} = 1 (1-10^{-5})^{1000} = 0,99$
 - $p_n = 0,5 ; x=2000$
- $p_{n+x} = 0,5 (1-10^{-5})^{2000} = 0,49$
 - $p_n = 0,1 ; x=10\ 000$
- $p_{n+x} = 0,1 (1-10^{-5})^{10\ 000} = 0,099$

Conséquences :

La mutation seule aura un faible impact sur les populations car il faut un grand nombre de générations pour que les changements soient détectables !

Cependant, les mutations sont un facteur important car elles créent de la variabilité

Exercice 2 :

Soit un locus polymorphe à deux allèles A et B. En considérant des taux de mutation de $A \rightarrow B$ de l'ordre de 10^{-5} et de $B \rightarrow A$ de l'ordre de 10^{-6} (mutation réverse), quelles seront les fréquences d'équilibre de ces deux allèles ?

Solution

$$u=10^{-5} \text{ et } v=10^{-6}.$$

Quelles seront les fréquences d'équilibres des deux allèles de fréquence p et q ?

Nous appliquons les formules du cours :

$$P' = v / (\mu + v) = 10^{-6} / (10^{-5} + 10^{-6}) = 0.000001 / 0.000011 = 0.0909090909 \dots \dots \dots 091$$

et

$$q' = \mu / (\mu + v) = 10^{-5} / (10^{-5} + 10^{-6}) = 0.90909090909 \dots \dots \dots 091$$

Exercice 3 :

Une population renferme 4% d'individus homozygotes pour l'allèle récessif B. Sachant que le taux de mutation directe de A → B est $\mu=2 \times 10^{-5}$ et de celui de la mutation reverse B → A est $\nu=1.2 \times 10^{-4}$.

Estimer l'évolution de la fréquence de ces deux allèles.

Solution :

Fréquence initiales p et q

$$q^2=4\%=0.04 \rightarrow q=\sqrt{0.04}=0.2 \quad p=1-q=1-0.2=0.8$$

Fréquences à la génération suivante :

$$\begin{aligned} - \quad &= \nu / (\mu + \nu) = 1.2 \times 10^{-4} / (2 \times 10^{-5} + 1.2 \times 10^{-4}) = 0.00012 / 0.00014 = 0.86 \\ - \quad &q_1 = q_n = \mu / (\mu + \nu) = 2 \times 10^{-5} / (2 \times 10^{-5} + 1.2 \times 10^{-4}) = 0.00002 / 0.00014 = 0.14 \end{aligned}$$

Conclusion :

La fréquence de p a augmenté de 0.06 alors que la fréquence de q a diminué de 0.06

Exercice 4:

Un allèle récessif de fréquence $q=0.5$ a un coefficient de sélection $s=0.53$.

- 1- Calculer la fréquence de q à la génération suivante (q').
- 2- Estimer les variations de la fréquence de cet allèle après une génération de sélection.

Solution

$$\begin{aligned} q' &= (1-s)q^2 + 2pq / (1-sq^2 + pq) = (1-s)q^2 + pq / 1-sq^2 \\ &= (1-0.53) 0.5^2 + 0.5 \times 0.5 / (1-0.53 \cdot 0.5^2) = 0.3675 / 0.8675 = 0.42 \end{aligned}$$

et

$$\Delta q = q' - q = -sq^2(1-q) / (1-sq^2) \text{ ou } 0.42 - 0.5 = -0.08$$

Exercice 5 :

Sous l'influence d'un coefficient de sélection $s=0.9$ contre les hétérozygotes.

- 1- Calculer le changement de fréquence q d'une génération à la suivante d'un allèle récessif B à partir d'une fréquence initial de 0.6.
- 2- Calculer la fréquence de B à la génération suivante.

Solution

Génotypes	AA	AB	BB	Total
Fq génot. Avant la sélection	p^2	$2pq$	q^2	1
w	1	1-s	1	/
W	$p^2 + (1-s) 2pq + q^2 = p^2 + 2pq - s2pq + q^2 =$ $p^2 + 2pq + q^2 - s2pq = 1 - s2pq$ <div style="text-align: center;"> $\underbrace{\hspace{10em}}_1$ </div>			W = 1 - s2pq = 1 - 0.9x2x0.4x0.6 = 0.568
Fq génot. Après la sélection	p^2/W	$(1-s) 2pq/W$	q^2 /W	1

F(B)=q ; F(A)+P

p' est la fréquence de A à la génération suivante alors que q' est la fréquence de B à la génération suivante

- $q' = q - spq / 1 - s2pq$ ou $q(1-s) / 1 - s2pq = 0.6 (1 - 0.9 \times 0.4) / 0.568 = 0.384 / 0.568 = 0.67$

Variation de fréquence $\Delta q = q' - q = 0.67 - 0.6 = +0.07$

Ou bien par la formule développée :

- $\Delta q = s 2pq (q - 1/2) / 1 - s2pq = +0.07$

- $\Delta p = spq (2p - 1) / 1 - s2pq = -0.07$

Conclusion : f(A)=p diminuera à la génération suivante et la fréquence de l'allèle B va donc augmenter

Exercice 6:

Dans une population, un gène est représenté par deux allèles A et B de fréquences respectives $p=0.6$ et $q=0.4$. Une sélection est exercée contre les homozygotes avec un coefficient de sélection de $s_A=0.5$ contre le génotype AA et $s_B=0.3$ contre le génotype BB.

- Estimer la variation de la fréquence de l'allèle B après une génération de sélection.
- Que pouvez-vous conclure sur Δq et Δp ?

Solution :

$p=0.6$ et $q=0.4$

$s_A=0.5$ et $s_B=0.3$

On applique la formule spécifique à ce cas, c'est-à-dire la sélection contre les homozygotes

- $q' = q(1 - s_Bq) / 1 - s_A p^2 - s_B q^2$

$$1 - 0.5 \times 0.6^2 - 0.3 \times 0.4^2 = 0.82 - 0.048 = 0.772$$

$$- \quad q' = 0.4 (1 - 0.3 \times 0.4 / 1 - 0.5 \times 0.6^2 - 0.3 \times 0.4^2) = 0.82 - 0.048 = 0.352 / 0.772 = 0.456$$

$$\Delta p = \Delta q = pq (s_{Ap} - s_{Bq}) / 1 - s_A p^2 - s_B q^2 = 0.6 \times 0.4 (0.5 \times 0.6 - 0.3 \times 0.4) / 1 - 0.5 \times 0.6^2 - 0.3 \times 0.4^2$$
$$= 0.0432 / 0.772 = 0.056$$

$$\Delta q = q' - q = 0.456 - 0.4 = + 0.056$$

Δq augmente donc q' augmente