عنوان المقطع الثاني: العرض الجدولي للبيانات الإحصائية.

أهداف المحور: في نهاية هذا المقطع يصبح الطالب قادرا على تنظيم البيانات الإحصائية في شكل توزيعات أو جداول تكرارية.

الفقرة 1: عرض البيانات جدوليا.

يعتبر تنظيم وعرض البيانات الإحصائية أول مرحلة للتحليل الإحصائي وتتقيّد هذه الطريقة على نوع هذه البيانات وعلى الحقائق المطلوب إبرازها منها. وعليه يمكن تنظيم وعرض البيانات إما عن طريق تصميم التوزيعات أو الجداول التكرارية أو باستعمال الرسوم البيانية.

يمكن عرض البيانات في صورة جدول تكراري، ويختلف شكل الجدول طبقا لنوع البيانات، وحسب عدد المتغيرات، ففي الجدول الإحصائي الأولي(البسيط) نضع في العمود الأول جميع الحالات الممكنة للمتغيّرة المدروسة ونرمز لها بالرمز X_i ، ونضع في العمود الثاني عدد عناصر المجتمع الإحصائي المقابلة لكل حالة أي التكرار المطلق n_i، ويكون الجدول الإحصائي كمايلي:

الجدول التكراري البسيط

الحالات X_i	التكرار المطلق n_i
X_1	n_1
X_2	n_2
.	.
.	.
X_k	n_k
المجموع $\sum$	$\sum_{i=1}^{k} n_i = N$

هذا الجدول يبين لنا أو يعطينا توزيع المجتمع الإحصائي حسب المتغيّرة المدروسة، يمكن إثراء هذا الجدول بإضافة عمودا ثالثا مخصصا لما يسمى بالتكرارات النسبية التي نرمز لها بـ f_i حيث $f_i = \frac{n_i}{N}$ ، كما يمكننا الحصول على نسب مئوية (تكرار نسبي مئوي) بضرب الحاصل في 100.

$$f_i = \frac{n_i}{N} * 100$$

1-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة النوعية: وهي الجداول التي تتضمن تكرارات متغيرات نوعية معينة للظاهرة المدروسة، كعدد المتزوجين، أو عدد حاملي شهادة ليسانس في تخصص ما، أو عدد العاطلين عن العمل، مثلا، وتحتوي هذه

الجداول على متغيّرة نوعية واحدة فقط (جداول تكرارية بسيطة) ويتم افراغ البيانات فيها كما هو مبين في المثال التالي والذي يبين لنا كيف يمكن تبويب البيانات الوصفية الخام في شكل جدول تكراري.

مثال تطبيقي: أخذت عينة عشوائية من الطلبة تتكون من 25 طالبا، ليتم استقصاءهم حول التقديرات التي تحصلوا عليها في مقياس المحاسبة، وتم ذلك من خلال ملأ استمارات خاصة، فكانت الإجابات في الاستمارات كمايلي:

ممتاز	جيّد	جيّد جدا	جيّد	جيّد
جيّد	ممتاز	ممتاز	جيّد جدا	جيّد جدا
جيّد جدا	ممتاز	جيّد جدا	ممتاز	جيّد
ممتاز	جيّد جدا	ممتاز	ممتاز	ممتاز
جيّد جدا	جيّد جدا	ممتاز	جيّد جدا	جيّد جدا

المطلوب:

1- ماهو المتغيّر ونوعه؟ وما المعيار المستخدم في قياس البيانات؟

2-أعرض البيانات في شكل جدول تكراري

3- كون التوزيع التكراري النسبي

4 -علق على النتائج.

حل المثال التطبيقي:

1-المتغير هو التقديرات، ونوعه: متغير وصفي (صفة نوعية غير رتبية)، والمعيار المستخدم :معيار اسمي.

2- لعرض البيانات في شكل جدول تكراري، يتم اتباع الآتي: تكوين جدول تفريغ البيانات.

وحتى نتجنب الخطأ خاصة إذا كان عدد الإستمارات أو عدد البيانات كبيرا، نقوم بأخذ استمارة بعد استمارة، ونضع تشطيبة عمودية صغيرة أمام الصفة التي تحتويها الإستمارة وذلك في عمود التعداد، وعندما نصل إلى التشطيبة الخامسة نضعها مقاطعة للأربعة الأولى بحيث تشكل لنا زمرة تتكون من خمسة تشطيبات ونستمر هكذا حتى ننتهي من تسجيل كل الاستمارات.

ومن البديهي أن نستخدم الزمر الخماسية على هذا المنوال، يسهل لنا عملية الجمع عند الإنتهاء من إفراغ البيانات في عمود التعداد وذلك ما يوضحه الجدول الموالي:

جدول تفريغ البيانات

الفرع	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
ممتاز	10	$f_1 = \frac{10}{25} * 100 = 40$
جيّد جدا	10	$f_2 = \frac{10}{25} * 100 = 40$
جيّد	05	$f_3 = \frac{5}{25} * 100 = 20$
المجموع	**25**	**100**

الشرح: يلاحظ أن التقديرات الشائعة بين الطلبة في مادة المحاسبة " ممتاز" وجيّد جدا" بنسبة 40% لكل تقدير مما يدل على أنهما يمثلان الأغلبية من بين طلبة العينة المستقصاة.

2-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية: وهي نوعان هما على التوالي:

2-1-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية المتقطعة (المنفصلة): وهي الجداول التي تظهر عدد التكرارات كمية واحدة محددة وممثلة في رقم واحد فقط، تسمى هذه الكمية بالفئة، وبمعنى آخر هي التي تكون فيها المتغيّرة الكمية عبارة عن متغيرة متقطعة.

مثال تطبيقي: أرادت مسؤولة مكتبة جامعية تقرض الكتب الجامعية للطلاب أن تحصر عدد الكتب التي تقرضها في السداسي الأول من السنة الجامعية 2018-2019، فقامت هذه المسؤولة بإختيار عيّنة عشوائية متكونة من 12 طالب جامعي وسألت كل واحد منهم عن عدد الكتب التي طلبها من المكتبة في السداسي الأول وكانت الإجابات كمايلي:

4	5	4	4	3	2
2	3	1	0	3	3

لكي تكون هذه البيانات أكثر فائدة يجب أن يتم تنظيمها، ونلاحظ أن المتغير الذي ورد في العينة هو عدد الكتب التي يطلبها (يقرضها) الطالب في السداسي الأول وهو **متغيركمي متقطع**.

حل المثال التطبيقي: جدول توزيع تكراري للكتب المقترضة من طرف الطلبة

عدد الكتب (الفئة) x_i	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
0	01	$f_1 = \frac{1}{12} * 100 = 8,33$
1	01	$f_2 = \frac{1}{12} * 100 = 8,33$
2	2	$f_3 = \frac{2}{12} * 100 = 16,67$
3	4	$f_4 = \frac{4}{12} * 100 = 33,33$
4	3	$f_5 = \frac{3}{12} * 100 = 25$
5	1	$f_6 = \frac{1}{12} * 100 = 8,33$
المجموع	**12**	**100**

يرمز لقيمة الفئة i ولتكراراتها المطلقة بـ n_i، حيث i رقم الفئة

من الملاحظ أنه بمجرد أن توضع البيانات الخام في جدول تكراري يصبح من السهل ملاحظة الوتيرة التي يظهر بها **قيم المتغير** (عدد الكتب)، يسهل علينا هذا الجدول تحديد مثلا ماذا كان هنالك عدد كبير من الطلاب لم تطلب أي كتاب أو طلبوا أكثر من أربعة كتب.

كما نستطيع أن نحدد درجة طلب واستخراج الكتب من المكتبة بالتقريب للطالب الجامعي بصورة عامة، مثلا نلاحظ أن 4 طلاب من بين 12 طالب طلبوا أكثر من 3 كتب. وكذا ربع($\frac{1}{4}$) الطلاب طلبوا أقل من 3 كتب خلال السداسي الأول من السنة الجامعية 2019-2018.

عدد الكتب المطلوبة تسمى الفئة، وهو محدد في قيم واحد كما سبقت الإشارة أي هو غير محصور ضمن مجال، وبالتالي نقول أن طول الفئة (طول مجال الفئة)، معدوم، ونشير لذلك من الآن:

بـ: (L=0) وتسمى مثل هذه الجداول بالجداول الكمية البسيطة غير المستمرة (المتقطعة أو المنفصلة).

ملاحظة: عند القيام بعملية التبويب اليدوي للبيانات في مثل هذه الجداول، فإننا نتبع نفس الطريقة التي اتبعت في حالة تبويب البيانات ذات المتغيّرات النوعية.

2-2-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرات الكمية المستمرة (المتصلة): في حالة المتغيّر الكمي المستمر يكون مجال الدراسة يضم ملا نهاية من القيّم، ولتعذر وضع كل تلك القيّم، يقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات، يسمى طول الفئة بمدى الفئة، ونرمز له بالحرف W، وهو الفرق بين أكبر قيمة ضمن مجموعة القيم، وأصغر قيمة ضمنها.

$$w = X_{max} - X_{min} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

X_{max}: أعظم (أكبر) قيمة ضمن مجموعة القيم

X_{min}: أدنى (صغر) قيمة ضمن مجموعة القيم

تحديد طول الفئة: تحديد طول الفئة يساعد على تحديد عدد الفئات وبالتالي حجم الجداول، إذ كلما كان طول الفئة كبيرا كلما كان حجم الجداول صغيرا والعكس صحيح، ولتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة **ستيرجس (H.A. sturges)** التي تعطي كمايلي:

$$L = \frac{w}{1 + 3.322LogN} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

حيث: L طول الفئة، N عدد القيم، W المدى

ملاحظة: إن هذه القاعدة تعطينا طول الفئات المناسب لإفراغ مجموعة البيانات في جدول تكراري مستمر غير أن الإلتزام ليس اجباريا بل يبقى تحديد طول الفئة أمرا يعود للإحصائي القائم بالعملية.

تحديد عدد الفئات: يحدد عدد الفئات باستخدام القاعدة التالية:

$$N_c = \frac{w}{L} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

حيث: i عدد الفئات

من المعادلة رقم (2) يمكننا أن نكتب:

$$w = L(1 + 3.322\ LogN) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نجد أنه يمكننا كتابة المعادلة رقم (3) أيضا على النحو التالي:

$$N_c = 1 + 3.322LogN \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

مثال تطبيقي: فيما يلي بيانات توضح علامات 70 طالب في الاختبار الإستدراكي لمقرر مادة المحاسبة

56	65	70	65	55	60	66	70	75	56
60	70	61	67	61	71	67	62	71	66
68	72	57	68	72	59	57	71	69	75
72	62	67	73	58	63	66	73	63	65
58	73	74	76	74	80	81	60	74	58
76	82	77	83	77	85	91	78	94	72
79	64	57	79	55	87	64	88	78	62

المطلوب: 1- كون جدول التوزيع التكراري لعلامات الطلاب

2-أحسب قيّم التكرار النسبي

3-ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة ما بين 70 إلى أقل من 80؟

4-ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة أقل من 70 درجة؟

5- ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة 80 أو أكثر؟

حل المثال التطبيقي:

1-تكوين التوزيع التكراري: علامة الطالب في الإختبار متغير كمي مستمر، ولكي يتم تبويب البيانات في شكل جدول تكراري يتم اتباع الآتي:

حساب المدى (طول الفئة) W:

$$w = X_{max} - X_{min}$$

$$w = 94 - 55 = 39$$

تحديد طول الفئة L: لتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة ستيرجس(H.A.Sturges) التي تعطي كمايلي:

$$L = \frac{w}{1 + 3.322LogN}$$

$$L = \frac{39}{1 + 3.322Log70} = 5{,}47 \cong 5$$

تحديد عدد الفئاتNc:

$$N_c = \frac{w}{L} = \frac{39}{5} = 7{,}8 \cong 8$$

إذن طول الفئات المناسب لإفراغ هذه البيانات في جدول تكراري مستمر (متصل) هو:5، أما عدد الفئات المناسب فهو:8، بالتالي يكون الجدول المطلوب هو:

جدول توزيع تكراري لعلامات الطلبة في إختبار مادة المحاسبة

الفئات	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
]60-55]	10	$f_1 = \frac{10}{70} * 100 = 14.28$
]65-60]	12	$f_2 = \frac{12}{70} * 100 = 17.14$
]70-65]	13	$f_3 = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$
]75-70]	16	$f_4 = \frac{16}{70} * 100 = 22,86$
]80-75]	10	$f_5 = \frac{10}{70} * 100 = 14,28$
]85-80]	04	$f_6 = \frac{4}{70} * 100 = 5,71$
]90-85]	03	$f_7 = \frac{3}{70} * 100 = 4,28$
]95-90]	02	$f_8 = \frac{2}{70} * 100 = 2,86$
المجموع	70	100

3. نسبة الطلاب الحاصلين على علامات ما بين 70 إلى أقل من 80 هو مجموع التكرارين النسبيين للفئتين الرابعة والخامسة. (22.9+14.3 =%37.2) إذا نسبة الطلاب الحاصلين على علامات ما بين(70 و80) أي حوالي 37.2% من الطلاب حصلوا على علامات ما بين (70 و80).

4. نسبة الطلاب الحاصلين على علامات أقل من70 هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الأولى والثانية والثالثة: (50%= 14.3+17.14+18.6). هناك حوالي 50% من الطلاب تحصلوا على علامة أقل من 70.

5. نسبة الطلاب الحاصلين على علامة 80 أو أكثر، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاثة الأخيرة (5.71+4.3+2.9=%12.8) وعليه نقول أن حوالي 12.8% من الطلاب تحصلوا على علامة 80 أو أكثر.

3-أنواع التوزيعات التكرارية المستمرة: تقدم الجداول التكرارية المستمرة بعدة صيغ منها مايلي:

3-1-التوزيع التكراري المغلق: يكون في هذه الحالة الحد الأدنى لأول فئة والحد الأعلى لآخر فئة محددين، وقد يكون فيه مدى الفئات متساويا، ويسمى **بالتوزيع التكراري المنتظم**، وفي الحالة المعاكسة لما يكون فيه مدى الفئات غير متساويا يسمى بالتوزيع التكراري غير المنتظم، ويلجأ إليه الباحث لما تكون البيانات الإحصائية كبيرة التشتت وكثيرة التمركز في بعض الزمر.

مثال تطبيقي: نتائج دراسة ميدانية كان الغرض منها تقصي عادة تدخين السجائر للعاملين في أحد المصانع كما يلي:

توزيع تكراري مغلق

فئات المدخنين	التكرار المطلق n_i
[04-08[	06
[08-12[	11
[12-16[	19
[16-20]	42

3-2-التوزيع التكراري المفتوح: يكون فيه الحد الأدنى لأول فئة محدد ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح من الأسفل**، أو الحد الأدنى لآخر فئة غير محدد ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح من الأعلى**، أو الحدين معا ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح الطرفين**.

أمثلة تطبيقية:

توزيع تكراري مفتوح من الأعلى

الفئات	التكرار المطلق n_i
أقل من 8	06
08-12	11
12-16	19
16-20	42

توزيع تكراري مفتوح من الأسفل

الفئات	التكرار المطلق n_i
04-08	06
08-12	11
12-16	19
16 فأكثر	42

توزيع تكراري مفتوح من الطرفين

الفئات	التكرار المطلق n_i
أقل من 8	06
08-12	11
12-16	19
16 فأكثر	42

3-3-التوزيعات التكرارية المجتمعة: وهي نوعان:

أ-التوزيع التكراري المتجمع الصاعد: يستخدم لغرض المعرفة السريعة لعدد أو نسب التكرارات التي تقل عن حد معين من حدود الفئات، وفي حساب بعض مقاييس النزعة المركزية، في هذا التوزيع يكون عدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لأول فئة يساوي عدد التكرارات أول فئة، وعدد التكرارات التي أقل عن الحد الأعلى للفئة الثانية تساوي عدد التكرارات الفئة الأولى والثانية، أما عدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى للفئة الثالثة فيساوي إلى مجموع تكرارات الفئة الأولى والثانية والثالثة، وهكذا، يستمر التجميع حتى الوصول إلى التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لآخر فئة، حيث تساوي إلى مجموع التكرارات.

مثال تطبيقي: البيانات التالية تظهر أوزان سكان عمارة ما حسب فئات الأعمار من 10 إلى 60 سنة.

الفئات (العمر)	[10-20[	[20-30[	[30-40[	[40-50[	[50-60[	المجموع
التكرار (عدد السكان)	4	9	15	8	4	40

المطلوب: 1- كوّن جدول التوزيع التكراري مع حساب قيّم المتجمع الصاعد.

حل المثال التطبيقي: جدول التوزيع التكراري مع حساب قيّم التكرار المتجمع الصاعد موضح أدناه:

توزيع تكراري متجمع صاعد

I	الفئات	f_i	التكرار المتجمع الصاعد	
			الحد الأعلى	N ↑
2	[10-20[	4	أقل من 20	4
3	[20-30[	9	أقل من 30	13
4	[30-40[	15	أقل من 40	28
5	[40-50[	8	أقل من 50	36
6	[50-60[	4	أقل من 60	40
المجموع		40		

من الجدول أعلاه يمكن معرفة التكرارات التي تقل عن أي حد من حدود الفئات المحددة، ويلاحظ أن التجميع يجري بصفة تصاعدية، أي من الأدنى إلى الأعلى، لذلك سمي هذا التوزيع بالتوزيع التكراري المتجمع الصاعد، ويرمز للتكرارات المتجمعة الصاعدة بسهم إلى الأعلى N↑

ب-التوزيع التكراري المتجمع النازل: يستخدم لغرض المعرفة السريعة لعدد أو نسب التكرارات التي تساوي أو تزيد عن حد معين من حدود الفئات.

مثال تطبيقي: أحسب قيّم التكرار المتجمع النازل لبيانات المثال السابق أعلاه.

حل المثال التطبيقي: التوزيع التكراري مع حساب قيّم التكرار المتجمع النازل موضح في الجدول أدناه:

توزيع تكراري متجمع النازل

I	الفئات	f_i	التكرار المتجمع النازل	
			الحد الأعلى	N ↓
2	[10-20[	4	10 فأكثر	40
3	[20-30[	9	20 فأكثر	36
4	[30-40[	15	30 فأكثر	27
5	[40-50[	8	40 فأكثر	12
6	[50-60[	4	50 فأكثر	4
المجموع		40		

من الجدول أعلاه يمكن معرفة التكرارات التي تساوي أو تزيد عن أي حد من حدود الفئات المتضمنة في البيانات الأولية، وفيه يكون التكرار الذي يساوي أو يزيد عن الحد الأدنى لآخر فئة مساويا إلى تكرار آخر فئة، والتكرار الذي يساوي أو يزيد عن الحد الأدنى لأول فئة مساويا إلى مجموع التكرارات. ويرمز للتكرارات المتجمعة النازلة بسهم إلى الأسفل $N\downarrow$