عنوان المقطع الخامس: مقاييس النزعة المركزية "المتوسطات".

❖ الوسيط

أهداف المحور: في نهاية هذا الجزء من المقطع يصبح الطالب متمكنا من مختلف الصيغ الرياضية المتعلقة بالوسيط حسب طبيعة البيانات المدروسة.

تمهيد:

يعتبر الوسيط هو المقياس الثاني من مقاييس النزعة المركزية من حيث الأهمية، ويحسب إذا تمّ ترتيب البيانات حسب حجمها تصاعديا أو تنازليا، وتظهر الحاجة إليه عندما تكون البيانات تتبع توزيعا غير معتدل أو في الحالات التي توجد فيها قيّم شاذة يراد التخلص من تأثيرها أو عند وجود بيانات على هيئة جداول تكرارية مفتوحة.

الفقرة 1: الوسيط.

1-تعريف الوسيط:

هو القيمة التي تقع في منتصف المجموعة بعد ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا، أي هو القيمة التي يكون نصف عدد القيم أصغر منها أو يساويها والنصف الآخر أكبر منها أو يساويها، من هذا التعريف للوسيط نجد أنه يعالج العيوب الثلاثة التي يعاني منها الوسط الحسابي، فالوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة، كما أنه يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة، ويمكن ايجاده بيانيا.

2-حساب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة:

يتم حساب الوسيط لهذه البيانات باتباع الخطوات التالية:

- **الخطوة الأولى:** نقوم بترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا؛
- **الخطوة الثانية:** نقوم بحساب ترتيب الوسيط C عدد القيم إذا كان زوجيا أو فرديا.

عدد القيّم	القانون	تعريف الرموز	استخدامه
N فرديا	$c = \frac{n+1}{2}$	C= رتبة الوسيط N= عدد البيانات (الأعداد)	إذا كانت الأعداد فردية
N زوجيا	$M_e = \frac{M_{e1} + M_{e2}}{2}$ $C = \frac{n}{2}$	M_{e1}الوسط الأول M_{e2}الوسط الثاني C= رتبة الوسيط	إذا كانت الأعداد زوجية

$c = \frac{n}{2}+1$	

- **الخطوة الثالثة**: تحديد قيمة الوسيط حسب الرتبة التي تمّ حسابها في السلسة الإحصائية المرتبة.

مثال تطبيقي:

تمثل البيانات التالية أعمار خمسة عشر شخصا: 33-25-37-29-23-38-35-26-45-48-39-19-24-34-33.

المطلوب: حساب الوسيط (تحديد القيمة التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين متساويين)

حل المثال التطبيقي:

- نرتب الأرقام تصاعديا (مهما تكررت الأرقام)
- حساب الرتبة: عدد القيّم هو 15 (عدد فردي) إذا نعتمد على الصيغة التالية:

$$c = \frac{n+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$$

الترتيب التصاعدي للقيّم هو: 19-23-24-25-26-29-33-33-34-35-37-38-39-45-48

إذن قيمة الوسيط هو $M_e = 33$ **(قيمة الوسيط هي القيمة التي تقع في المركز الثامن 8 في السلسة المرتبة للقيّم)**

في حالة ما إذا حذفنا مثلا **القيمة 33** من المثال أعلاه تصبح **N زوجي تساوي14**، وعليه يحسب الوسيط بالخطوات التالية:

حساب الرتبة:

$$c = \frac{n}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$c = \frac{n}{2} + 1 = \frac{14}{2} + 1 = 8$$

نرتب الأرقام تصاعديا 19-23-24-25-26-29-33-34-35-37-38-39-45-48

إذن الوسيط في هذه الحالة وفق الرتبتين السابقتين لديه قيمتين هما: **Me1=33, Me2= 34 و بالتالي لا بد من حساب المتوسط الحسابي لهاتين القيمتين، ومنه:**

$$M_e = \frac{M_{e1}+M_{e2}}{2} = \frac{33+34}{2} = 33.5$$

$$M_e = 33.5$$

3-حساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة:

البيانات المبوبة قد تكون غير مستمرة أي مدى فئاتها معدوم، وقد تكون مستمرة أي مدى فئاتها أكبر من الصفر، ويتم ايجاد الوسيط حسب كل حالة كما يلي:

3-1-حالة البيانات المنفصلة (المتقطعة) (طول الفئات معدوم): في هذه الحالة يتم ايجاد الوسيط كما يلي:

يتم حساب ترتيب الوسيط باستخدام احدى العلاقتين التاليتين:

إذا كان مجموع **التكرارات فرديا**: $C = \frac{\sum n_i + 1}{2}$

إذا كان مجموع **التكرارات زوجيا**: $C = \frac{\sum n_i}{2}$

نحسب التكرار المتجمع الصاعد (أو النازل) ونبحث عن مكان ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة، فتجده بين تكرارين من التكرارات المتجمعة، وتكون قيمة الوسيط هي القيمة المقابلة للتكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط، إذا ما كانت **C** تساوي قيم التكرارات المتجمعة فإن M_e تساوي الفئة المقابلة لها، سواء مجموع التكرارات زوجيا أو فرديا.

ونود ان نشير إلى وجود **طريقة مختصرة** لحساب الوسيط بغض النظر عن عدد المفردات زوجيا أو فرديا كان، فنتبع الخطوات التالية:

-حساب التكرار المتجمع الصاعد؛

-حساب رتبة الوسيط بالعلاقة التالية: $\frac{N}{2}$ (N مجموع القيّم)؛

-ثم نستخرج قيمة الوسيط من قيّم المتغيّر المدروس حسب الرتبة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد المناسب.

مثال تطبيقي: نفس معطيات المثال السابق الخاص بتوزيع الطلبة حسب عدد الغيابا

$N\uparrow$	n_i	x_i
15	15	0
23	8	$M_2=2$
33	10	3
40	7	4

5	2	42
المجموع	**42**	

لحساب قيمة الوسيط نقسم المجتمع على إثنين (عدد القيم زوجي)

$$c = \frac{N}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

ترتيب الوسيط يوجد بين التكرارين المتجمعين: **15 و23** لذلك فإن الوسيط يساوي القيمة (الفئة) المقابلة لـ 23، وبالتالي يكون:

$$\boldsymbol{M_e = 2}$$

3-2-حالة البيانات المستمرة (المتصلة) (طول الفئة أكبر من الصفر): يتم حساب الوسيط بعدة طرق تعطي نتائج متقاربة في الغالب وهي:

أ-الطريقة الأولى: يتم استخدام المنهجية التالية لحساب الوسيط:

- تحديد قيّم التكرار المتجمع الصاعد أو التكرار المتجمع النازل؛
- نبحث عن ترتيب (رتبة) الوسيط باستخدام العلاقة(سواء كان مجموع التكرارات فرديا أو زوجيا تستخدم نفس العلاقة أي مجموع التكرارات قسمة 2).

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{2}}$$

- نبحث عن مكان ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة، فنجده بين تكرارين المتجمعة أحدهما سابق له والآخر لاحق له؛
- نبحث عن الفئة الوسيطية في حدود الفئات التي تحدد التكرار المتجمع، بحيث يكون الحد الأدنى للفئة الوسيطية هو الحد المقابل للتكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط، وحدها الأعلى هو الحد المقابل للمجتمع اللاحق لترتيب الوسيط؛
- ثمّ نطبق الصيغة الرياضية التالية لإيجاد قيمة الوسيط

$$M_E = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{N_{I+1}^{+} - N_{I-1}^{+}} L$$

$\mathbf{M_e}$	قيمة الوسيط
D	الحد الأدنى للفئة الوسيطية
C	ترتيب (رتبة) الوسيط

L	طول الفئة الوسيطية
N_{I-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط
N_{I+1}^{+}	التكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط

مثال تطبيقي: في إطار مراقبة جودة المصابيح المصنوعة من طرف شركة **AZL**، أخذت عيّنة **92** مصباح فكانت النتائج كالتالي:

الفئات: مدة الحياة	**التكرار المطلق n_i**	**$N\uparrow$**
]164-160]	40	$40=N_{I-1}^{+}$
]168-164]	22	$62=N_{I+1}^{+}$
]172-168]	20	82
]176-172]	10	92
المجموع	**92**	

المطلوب: حساب الوسيط لهذه البيانات.

حل المثال التطبيقي:

نقوم بحساب الرتبة:

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{N}{2} = \frac{92}{2} = 46$$

$$M_e = 164 + \frac{46-40}{62-40} \times 4 = 165{,}09$$

ب-الطريقة الثانية: نفس المراحل المستخدمة في الطريقة الأولى لإيجاد الوسيط

$$M_E = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{n_i} * L$$

$\mathbf{M_e}$	قيمة الوسيط

D	الحد الأدنى للفئة الوسيطية
C=$\frac{\sum n_i}{2}$	ترتيب (رتبة) الوسيط
L	طول الفئة الوسيطية
N_{I-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط
n_i	التكرار المطلق للفئة الوسيطية.

مثال تطبيقي: بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق يطلب منك حساب الوسيط باتباع الطريقة الثانية:

الفئات	التكرار المطلق n_i	$N\uparrow$
[164-160]	40	40=N_{I-1}^{+}
[168-164]	22	62
[172-168]	20	82
[176-172]	10	92
المجموع	92	

حل المثال التطبيقي:

نقوم بحساب الرتبة: وهي عبارة عن نصف مجموع التكرارات

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{N}{2} = \frac{92}{2} = 46$$

ثمّ نحدد الفئة الوسيطية أي الفئة التي يقع فيها الوسيط، وهي التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه مباشرة، وفي هذا المثال الفئة الوسيطية هي **[168-164]**

ونحدد قيمة الوسيط بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$M_e = 164 + \frac{46 - 40}{22} \times 4 = 165{,}09$$

ج-الطريقة الثالثة: الطريقة البيانية: إذ يمكن ايجاد الوسيط بيانيا، وذلك برسم، أما المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو النازل أو من خلال تقاطع كل من المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل، حيث قيمة الوسيط تقع على محور الفواصل (المحور الأفقي) أما رتبة الوسيط فتقع على محور التراتيب (المحور العمودي).

4-خصائص الوسيط: يمكن تلخيص خصائص الوسيط في النقاط التالية:

- يتغيّر الوسيط كلّما غيّرنا أطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري، إذا يتميّز الوسيط بعدم الثبات؛
- لا يتأثر الوسيط بالقيّم المتطرفة أو الشاذة؛
- يقسم المدرج التكراري إلى مساحتين متساويتين؛
- يمكن إستخدامه في حالة البيانات النوعية؛
- يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة.