حل السلسلة الثانية: نظرية سلوك المستهلك

حل التمرين الأول:

1/ قيد الميزانية:

$$I = XP_x + YP_y \Leftrightarrow 124 = 12X + 8Y$$

2/ تحديد شرط التوازن:

يتحقق توازن المستهلك إذا تحقق شرط التوازن التالي المكون من شرطين(شرط تساوي المنافع الحدية للنقود وشرط إنفاق كل الميزانية):

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \lambda & \text{الشرط الضروري} \\ I = XP_x + YP_y & \text{شرط الانفاق (المتمم)} \end{cases}$$

من خلال معطيات التمرين نكتب شرط التوازن بالشكل التالي:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{12} = \frac{MU_y}{8} = \lambda \\ 124 = 12X + 8Y \end{cases}$$

3/ إيجاد الكميات المثالية من السلعتين (X) و (Y) التي تحقق توازن المستهلك:

يمكننا تحديد مختلف التوليفات (التوفيقات) التوازنية لهذا المستهلك من خلال الجدول التالي بعد حساب المنافع الحدية للنقود لكل من السلعتين:

$Q_{X,Y}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MU_x	120	108	96	90	84	78	72	60	30	24
MU_y	140	130	120	90	48	32	28	24	14	12
$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_x}{12}$	10	9	8	7.5	7	6.5	6	5	2.5	2
$\frac{MU_y}{P_y} = \frac{MU_y}{8}$	17.5	16.25	15	11.25	6	4	3.5	3	1.75	1.5

من خلال الشرط الضروري الأول (تساوي المنافع الحدية للسلعتين عند 6) نستنتج التوفيقة أو التوليفة التوازنية التالية (7,5)= (x,y) وللتأكد من تحقيق التوليفة للشرط الثاني نقوم بالتعويض في قيد الميزانية:

$$I = 12X + 8Y \Leftrightarrow 12 \times 7 + 8 \times 5 = 124$$

ومنه الشرط محقق والتوليفة المثلى لهذا المستهلك والتي تعظم له منفعته في حدود دخله المتاح 124 ون هي 7 وحدات من السلعة (X) و 5 وحدات من السلعة (Y).

4/ حساب المنفعة الكلية عند نقطة التوازن:

نحصل على المنافع الكلية بجمع المنافع الحدية: $TU=\sum_{i=1}^{i=n}(MU)i$ لأننا في الحالة المتقطعة

$$TU=\sum_{X=1}^{7} MU_X+\sum_{Y=1}^{5} MU_Y$$

$$=(120+108+96+90+84+78+72)+(140+130+120+90+48)$$

$$=648+528=1176\,UU\ (units\ of utility)$$

حل التمرين الثاني:

1/ تبيان كيفية إنفاق المستهلك لدخله على السلع الثلاث (X), (Y), (Z) حتى يكون في الوضع الأمثل:

$$I=360\text{ DA},\ P_X=P_Y=P_Z=30\text{ DA}$$

حتى يكون المستهلك في الوضعية المثلى (وضعية التوازن) فلا بد من تحقق الشرطين التاليين:

$$\begin{cases} \dfrac{MU_x}{P_x}=\dfrac{MU_y}{P_y}=\dfrac{MU_z}{P_z}=\lambda & \text{الشرط الضروري} \\ I=XP_x+YP_y+ZP_z & \text{شرط الانفاق (المتمم)} \end{cases}$$

نقوم أولا بحساب المنفعة الحدية من خلال العلاقة: $MU=\dfrac{\Delta TU}{\Delta Q}\ldots\ldots(1)$ ، ثم نطبق شرط التوازن:

$$\begin{cases} \dfrac{MU_x}{30}=\dfrac{MU_y}{30}=\dfrac{MU_z}{30} \\ 360=30X+30Y+30Z \end{cases}$$

$Q_{X,Y}$	TU_x	TU_y	TU_z	MU_x	MU_y	MU_z	$\frac{MU_x}{30}$	$\frac{MU_y}{30}$	$\frac{MU_z}{30}$	$\frac{MU_x}{90_x}$	$\frac{MU_y}{60}$
1	73	62	60	73	62	60	2,43	2,06	2	0,80	1,03
2	144	116	108	71	54	48	2,36	1,8	1,6	0,78	0,9
3	204	164	144	60	48	36	2	1,6	1,2	0,66	0,8
4	249	200	168	45	36	24	1,5	1,2	0,8	0,5	0,6
5	285	232	178	36	32	10	1,2	1,06	0,33	0,4	0,53
6	306	258	180	21	26	2	0,7	0,86	0,06	0,23	0,43
7	312	268	190	6	10	10	0,2	0,33	0,33	0,06	0,16

من الجدول وعملا بالشرط الأول نجد توليفة واحدة في هذا التمرين (x, y, z) = (5, 4, 3) وللتأكد من أنها محققة لأعظم إشباع في حدود الدخل نقوم بالتعويض في قيد الميزانية (الشرط الثاني):

$$\begin{cases} \dfrac{36}{30}=\dfrac{36}{30}=\dfrac{36}{30}=\mathbf{1.2} \\ R=5\times(30)+4\times(30)+3\times(30)=\mathbf{360} \end{cases}$$

الشرط الثاني محقق وهذا معناه أن المستهلك يبلغ حالة التوازن (يكون في الوضعية المثلى) إذا اقتنى 5 وحدات من السلعة (X) و4 وحدات من (Y) و3 وحدات من (Z) (هذه التركيبة تستجيب لقيد الدخل).

2/ مقدار المنفعة المحصل عليه عند التوازن:

من خلال التركيبة السلعية التوازنية (x, y, z) = (5, 4, 3) فان المستهلك يحقق مستوى اشباع يقدر بـ:

$TU_{(x,y,z)} = TU_{x=5} + TU_{y=4} + TU_{z=3} = \sum_{X=1}^{5} MU_X + \sum_{Y=1}^{4} MU_Y + \sum_{Z=1}^{3} MU_Z = 285 + 200 + 144 = \mathbf{629\ UU}$

ملاحظة: (وحدة منفعة) UU = Units of Utility

3/ حساب مقدار الزيادة في الدخل إذا ارتفع سعر السلعة (X) إلى 90 دج وسعر السلعة (Y) إلى 60 دج مع ثبات سعر السلعة (Z):

يتم تقدير مستوى الزيادة في الدخل بعد تحديد التركيبة السلعية (x, y, z) التي تمكن المستهلك من تحقيق أقصى اشباع ممكن في ظل الأسعار الجديدة وذلك بتحقق شرط التوازن:

الجدول أعلاه (3 أعمدة الأخيرة) يبين نتائج تطبيق الشرط الأول حيث نجد التوليفة أو التوفيقة (x, y, z) = (1, 3, 4) تحققه ثم نقوم بالتأكد من تحقيقها للشرط الثاني المتمم كما هم موضح :

$$\begin{cases} \dfrac{MU_x}{P_x} = \dfrac{MU_y}{P_y} = \dfrac{MU_z}{P_z} \\ I = xP_x + yP_y + zP_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{73}{90} = \dfrac{48}{60} = \dfrac{24}{30} \approx \mathbf{0.8} \\ I = 1\times(90) + 3\times(60) + 4\times(30) = \mathbf{390} \end{cases}$$

المستهلك هنا وفي ظل الأسعار الجديدة يكون في وضع توازني جديد حيث يستهلك وحدة واحدة من السلعة (X) و3 وحدات من السلعة (Y) و4 وحدات من السلعة (Z).

➔ **مقدار الزيادة في الدخل:** ΔR

$$\Delta R = R' - R \Rightarrow \Delta R = 390 - 360 \Rightarrow \Delta R = 30DA$$

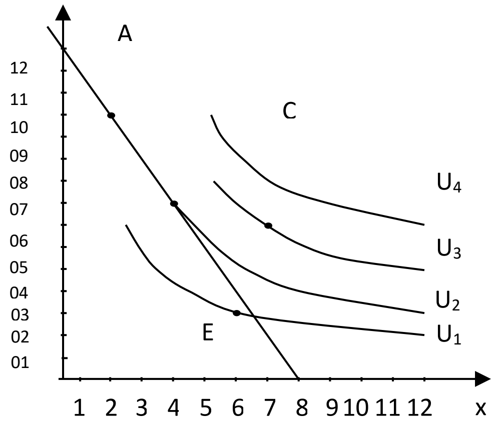
➔ **نسبه الزيادة في الدخل:**

$$360 \longrightarrow 100\%, \quad \Rightarrow \quad \%\Delta R = \frac{\Delta R}{R} . 100 = \frac{30}{360} . 100 \quad \Rightarrow \%\Delta R = 8,33\ \%$$
$$30 \longrightarrow \%\Delta R$$

حل التمرين الثالث:

1/ **التمثيل البياني لمنحنيات السواء U1, U2, U3, U4 على نفس المعلم**:

التمثيل البياني: غير دقيق



2/ خصائص منحنيات السواء:

- ✓ منحنيات السواء تنحدر من الأعلى إلى الأسفل باتجاه اليمين.
- ✓ منحنيات السواء محدبة باتجاه نقطة الأصل.
- ✓ منحنيات السواء لا تتقاطع.

3/ المعدل الحدي للإحلال MRSxy لمنحنيات السواء

- ✓ **MRSxy:** هو عدد الوحدات التي يكون المستهلك مستعدا للتنازل عنها من Y من أجل الحصول على وحدة إضافية من Xبشرط بقاء إشباعه ثابتا
- ✓ **حساب المعدل الحدي للإحلال:**

باستخدام القانون $MRS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \frac{P_x}{P_y}$ نقوم بحساب المعدل الحدي للإحلال كما هو موضح في الجدول التالي:

TU₁			**TU₂**			**TU₃**			**TU₄**		
X	Y	**$MRS_{X,Y}$**	**X**	**Y**	**$MRS_{X,Y}$**	**X**	**Y**	**$MRS_{X,Y}$**	**X**	**Y**	**$MRS_{X,Y}$**
2	12	-	3	12	-	5	12	-	7	12	-
3	6	6	4	8	4	5.5	8	6	8	9	3
4	4.5	1,5	5	6.3	1,7	6	8.3	1,4	**9**	**7**	**2**
5	3.5	0,5	6	5	0,7	7	7	1,3	10	6.3	0,7
6	3	0,5	7	4.4	0,6	8	6	1	11	5.7	0,6
7	2.5	0,5	8	4	0,4	9	5.4	0,6	12	5.3	0,4

4/ قيد الميزانية:

$$I = XP_x + YP_y \Leftrightarrow 25 = 2X + 1Y$$

5/ تحديد الثنائية التي تحقق التوازن:

من المعروف أن نقطة التوازن هي نقطة التماس بين منحنى السـ‍ـ‍ـ‍ـواء ومنحنى قيد الميزانية التي تحقق شرط التوازن التالي: $MRS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \frac{P_x}{P_y} = 2$ وعليه فان النقطة $A(9, 7)$ تمثل نقطة التوازن لأنها تمثل نقطة التماس بين منحنيي السواء وقيد الميزانية.

النقطة A تحقق شرط الإنفاق الكامل للدخل كما أنها تنتمي إلى أعلى مستوى منفعة يقع على منحنى قيد الميزانية وهو U4 أي تحقق تعظيم المنفعة.

حل التمرين الرابع:

1/ المعدل الحدي للاحلال MRSxy:

$$\mathrm{MRSxy} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{12X^2}{1}$$

$$\Rightarrow \mathrm{MRSxy} = 12X^2$$

2/السلعة المفضلة لدى المستهلك:

إذا كان **MRSxy** أكبر من 1 فهذا يعني ان $12X^2$ هو اكبر من المقام 1 في هذه الحالة يجب التخلي على اكثر من وحدة واحدة من Y للحصول على وحدة اضافية من X. السلعة المفضلة في هذه الحالة هي السلعة X، والعكس صحيح.

حل التمرين الخامس

1/ كمية كل من السلعتين (X) و(Y) التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع ممكن في حدود دخله:

$$TU_X = -4x^2 + 80x$$

$$TU_y = -2.5y^2 + 75y$$

$$I= 96\ \mathrm{DA},\ P_X= 8,\ P_Y= 7$$

حتى يكون المستهلك في الوضعية المثلى (وضعية التوازن) فلا بد منه تحقق شرط التوازن:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} & \text{الشرط الضروري} \\ I = XP_x + YP_y & \text{شرط الانفاق (المتمم)} \end{cases}$$

أولا نقوم بحساب دوال المنفعة الحدية:

$$\mathrm{MU_X} = \frac{\partial \mathrm{TU}}{\partial \mathrm{X}} = \frac{\partial(-4\mathrm{X}^2 + 80\mathrm{X})}{\sigma \mathrm{X}} = -8\mathrm{X} + 80$$

$$MU_Y = \frac{\sigma TU}{\sigma Y} = \frac{\partial(-2.5Y^2 + 75Y)}{\partial Y} = -5Y + 75$$

إنطلاقا من شرطي توازن المستهلك ينتج لدينا جملة معادلتين نقوم بحلها:

$$\begin{cases} \frac{-8X+80}{8} = \frac{-5Y+75}{7} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 96 = 8X + 7Y \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.(2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$$-56X + 560 = -40Y + 600 \Rightarrow -40Y = -56X - 40 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 1.4X + 1} \dots\dots (3)$$

بتعويض قيمة Y في قيد الدخل (المعادلة (2)) نجد:

$$96 = 8X + 7 \times (1.4X + 1) \Rightarrow 89 = 17.8\,X \Rightarrow \boldsymbol{X = 5}$$

بتعويض X=5 في المعادلة (3) نجد: $Y = 1.4 \times (5) + 1 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 8}$

ومنه فإن التركيبة السلعية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى مستوى اشباع ممكن تتمثل في 8 وحدات من السلعة Y و5 وحدات من السلعة X.

2/ إيجاد التوازن الجديد للمستهلك في حالة إنخفاض P_x الى 6 دج و P_y الى 4 دج:

إنطلاقا من شرط توازن المستهلك وبتعويض السعرين الجديدين ينتج لدينا جملة معادلتين نقوم بحلها:

$$\begin{cases} \frac{-8X+80}{6} = \frac{-5Y+75}{4} \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 96 = 6X + 4Y \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots.(2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$$-30Y + 450 = -32X + 320 \Rightarrow -30Y = -32X - 130 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 1.06X + 4.33} \dots (3)$$

بتعويض قيمة Y في قيد الدخل (المعادلة (2)) نجد:

$$96 = 6X + 4 \times (1.06X + 4.33) \Rightarrow \boldsymbol{X = 7.68}$$

بتعويض قيمة X في المعادلة (3) نجد: $Y = 1.06 \times (7.68) + 4.33 \Rightarrow \boldsymbol{Y = 12.47}$

ومنه فإن التركيبة السلعية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى مستوى اشباع ممكن تتمثل في 12.47 وحدة من السلعة Y و7.68 وحدة من السلعة X.

حل التمرين رقم 6:

1/ إيجاد كمية كل من (X) و(Y) التي تعظم إشباع المستهلك:

أ. باستخدام طريقة شرطي التوازن:

حتى يكون المستهلك في الوضعية المثلى (وضعية التوازن) فلا بد منه تحقق شرط التوازن:

بتطبيق شرطي التوازن نجد:

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \\ I = xP_x + yP_y \end{cases}$$

$$MU_X = \frac{\partial TU}{\partial x} \Rightarrow MU_x = \frac{1}{3}y\,, \qquad MU_Y = \frac{\partial TU}{\partial y} \Rightarrow MU_y = \frac{1}{3}x$$

انطلاقا من شرطي توازن المستهلك ينتج لدينا جملة معادلتين نقوم بحلها:

$$\begin{cases} \frac{\frac{1}{3}y}{4} = \frac{\frac{1}{3}x}{10} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 400 = 4x + 10y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (2) \end{cases}$$

انطلاقا من المعادلة (1) نجد:

$$\frac{MU_x}{4} = \frac{MU_y}{10} \Rightarrow \frac{\frac{1}{3}y}{4} = \frac{\frac{1}{3}x}{10} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{x}{30} \Rightarrow 30y = 12x \Rightarrow x = \frac{30y}{12} \Rightarrow x = \frac{5y}{2} \ldots (3)$$

بتعويض (3) في معادلة قيد الميزانية (2) نجد:

$$400 = 4x + 10y \Rightarrow 400 = 4 \times \frac{5y}{2} + 10y \Rightarrow 400 = 20y \Rightarrow \boldsymbol{y = 20}$$

وبتعويض $\boldsymbol{y = 20}$ في المعادلة (3) نجد:

$$x = \frac{5y}{2} = \frac{5 \times 20}{2} \Rightarrow \boldsymbol{x = 50}$$

ب. باستخدام طريقة لاغرانج:

$$\mathcal{L} = TU + \lambda(R - xP_X - yP_Y)$$
$$\mathcal{L} = \frac{1}{3}(xy) + \lambda(400 - 4x - 10y)$$

حساب المشتقات الجزئية الأولى:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}y - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{12}y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x - 10\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{30}x \ldots\ldots\ldots\ldots. (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 400 - 4x - 10y = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بالمساواة بين (1) و(2) نجد:

$$\frac{1}{12}y = \frac{1}{30}x \implies x = \frac{5y}{2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد:

$$400 - 4\left(\frac{5y}{2}\right) - 10y = 0$$

$$\Rightarrow 400 - 20y = 0 \Rightarrow y = \frac{400}{20} \Rightarrow \boldsymbol{y = 20} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

بتعويض قيمة (x) في المعادلة (4) نجد: $x = \frac{5y}{2} \Rightarrow \boldsymbol{x = 50}$

ومنه فإن التركيبة السلعية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى مستوى اشباع ممكن تتمثل في 20 وحدة من السلعة (Y) و50 وحدة من السلعة (X).

ج. الطريقة التعويضية: تنطلق هذه الطريقة من معادلة الميزانية:

$$I = 4x + 10y \dots\dots (1)$$

نستخرج من هذه المعادلة معادلة y بدلالةx :

$$y = \frac{400 - 4x}{10} = 40 - \frac{2}{5}x \dots\dots\dots (2)$$

بتعويض (2) في دالة المنفعة الكلية

$$TU = \frac{1}{3}(xy) = \frac{1}{3}x\left(40 - \frac{2}{5}x\right) = \frac{40}{3}x - \frac{2}{15}x^2$$

المشتقة الاولى لهذه الدالة هي:

$$TU' = f'(x) = \frac{40}{3} - \frac{4}{15}x$$

الشرط الأول لتعظيم دالة المنفعة هو أن تكون: $TU' = f'(x) = 0$

$$U' = \frac{40}{3} - \frac{4}{15}x = 0 \Rightarrow \frac{40}{3} = \frac{4}{15}x \Rightarrow x = \frac{600}{12} \Rightarrow \boldsymbol{x = 50}$$

وبما أن:

$$y = 40 - \frac{2}{5}x \Rightarrow y = 40 - \frac{100}{5} \Rightarrow \boldsymbol{y = 20}$$

ونتحقق من الشرط الثاني: $TU'' = f''(x) < 0$

$$TU'' = f''(x) = \frac{4}{15}$$

اذن نستطيع القول إن المستهلك يحصل على منفعة عظمى إذا استهلك التوليفة:

$$(x,y) = (50, 20)$$

2/ المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج (λ) وإيجاد تأثير زيادة الدخل بـ 2 وحدة نقدية:

➔ **مضاعف لاغرانج (λ):** هو المنفعة الحدية للدخل (النقود)، أو منفعة آخر وحدة من الدخل منفقة:

$$\lambda = \frac{\partial TU}{\partial I} = \frac{\Delta TU}{\Delta I} = \mathrm{M}U_I$$

ويعني أيضا مقدار مساهمة كل وحدة نقدية في المنفعة الكلية.

➔ **تأثير زيادة الدخل بـ 2 وحدة نقدية:**

من خلال المشتقات الجزئية لدالة لاغرانج نستخرج قيمة λ

$$\lambda = \frac{1}{12}y = \frac{1}{30}x = \frac{20}{12} = \frac{50}{30} = 1{,}66$$

$$\Delta R = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\Delta TU}{\Delta R} \Rightarrow \lambda \Delta R = \Delta TU \Rightarrow \Delta TU = 2\lambda$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\Delta TU = 3{,}32\ UU}$$

حل التمرين السابع:

$$TU = \left(x^\alpha\, y^\beta\right)$$

1/ بافتراض أن (Y) تبقى ثابتة وأن (X) ترتفع بـ 10% فإن مقدار زيادة لإشباع (المنفعة) يقدر بـ:

$$\%\Delta \mathrm{X} = 10\%x$$

$$\%\Delta x^\alpha = (10\%x)^\alpha$$

$$TU = x^\alpha\, y^\beta \quad \Rightarrow \Delta TU = (10\%x)^\alpha\, y^\beta$$

$$\Delta TU = 10\%^\alpha\, x^\alpha\, y^\beta$$

$$\Delta TU = (10\%)^\alpha\, TU = 0{,}1^\alpha$$

مقدار الزيادة في المنفعة هو $0{,}1^\alpha$

2/ إيجاد دوال الطلب على السلعتين :

بتطبيق شرط التوازن نجد:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{M}U_x}{P_x} = \dfrac{\mathrm{M}U_y}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\alpha x^{\alpha-1}\, y^\beta}{P_x} = \dfrac{\beta x^\alpha\, y^{\beta-1}}{P_y} \\ R = P_x + yP_y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_x}{P_y} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}\, y^\beta}{\beta x^\alpha\, y^{\beta-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_x}{P_y} = \frac{\alpha x^{-1}}{\beta y^{-1}} = \frac{\alpha y}{\beta x}$$

$$\Rightarrow P_x(\beta x) = P_y(\alpha y)$$

$$\Rightarrow \mathbf{x} = \frac{\boldsymbol{\alpha y P_y}}{\boldsymbol{\beta P_x}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

بتعويض المعادلة (1) في قيد الدخل (الإنفاق) نجد:

$$I = xP_x + yP_y \Rightarrow I = yP_y + \frac{\alpha y P_y}{\beta P_x}.P_x \Rightarrow I = yP_y + \frac{\alpha y P_y}{\beta}$$

$$\Rightarrow I = yP_y + yP_y\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \Rightarrow R = yP_y\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{y} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{P_y(1+\frac{\alpha}{\beta})}} \ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{(2)}$$ **دالة الطلب على السلعة (y)**

بتعويض المعادلة (2) في المعادلة (1) أي (x) نجد:

$$x = \frac{\alpha y P_y}{\beta P_x} \Rightarrow x = (\alpha P_y.\frac{I}{P_y(1+\frac{\alpha}{\beta})})/\beta P_x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\alpha I}{1+\frac{\alpha}{\beta}}.\frac{1}{\beta P_x} \Rightarrow x = \frac{\alpha I}{\beta P_x + \beta P_x.\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\alpha I}{P_x(\beta + \alpha)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x} = \frac{\boldsymbol{\alpha I}}{\boldsymbol{P_x(\alpha+\beta)}}$$ **ومنه دالة الطلب على السلعة (x)**

3/ إيجاد التوليفة الاستهلاكية المثلى وتحديد مستوى لإشباع المحصل عليه:

$$\alpha = \beta = 0{,}5 \quad , \quad I = 200 \quad , P_y = 10 \quad , P_x = 5$$

$$TU = x^{0.5}\, y^{0.5}$$

$$x = \frac{\alpha I}{P_x(\alpha+\beta)} = \frac{0{,}5(200)}{5(0{,}5+0{,}5)} \Rightarrow \boldsymbol{x = 20}$$

$$y = \frac{I}{P_Y(1+\frac{\alpha}{\beta})} = \frac{200}{10(1+\frac{0.5}{0.5})} \Rightarrow \boldsymbol{y = 10}$$

أي أن المستهلك يحقق التوازن عند إقتناء 20 وحدة من السلعة x و10 وحدات من السلعة y.

$(x, y) = (20, 10)$

مستوى الإشباع:

$$TU = x^{\alpha}\, y^{\beta} \Rightarrow TU = x^{0{,}5}\, y^{0{,}5} = 20^{0{,}5}\, 10^{0{,}5} \Rightarrow TU = 14.14\ UU$$

إثبات أنه أعظم إشباع:

$I = xP_x + yP_y \Rightarrow I = 20(5) + 10(10) \Rightarrow \boldsymbol{R = 200}$

أي أن التوليفة السلعية (20, 10) = (x, y) تحقق قيد الدخل.

حل التمرين الثامن:

1/ معادلة قيد الميزانية

$$\mathrm{I} = \mathrm{xP_x} + \mathrm{y}P_y \Rightarrow 60 = 6X + 3Y$$

2/ المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين:

$$MRSxy = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \frac{MUx}{MUy} = \frac{2\frac{1}{4}XY}{\frac{1}{4}X^2} = \frac{2Y}{X}$$

3/ التركيبة المثلى التي تعظم اشباع هذا المستهلك:

في هذه الحالة نستعمل علاقة شرط التوازن:

$$\frac{MUx}{Px} = \frac{MUy}{Py}$$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{2Y}{X} = \frac{6}{3} \Rightarrow Y = X$$

نعوض في قيد الميزانية:

$60 = 6X + 3Y \Rightarrow 9X=60 \Rightarrow \boldsymbol{X= 6.66}$

$\Rightarrow X=Y \Rightarrow \boldsymbol{Y= 6.66}$

توليفة التوازن هي: (X, Y) =(6.66، 6.66)

4/ دوال الطلب على السلعتين:

نستخرج من علاقة شرط توازن المستهلك دوال الطلب على السلعتين X وY مع ترك كل المتغيرات مجاهيل.

- ✓ **دالة الطلب على السلعة Y**

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{2Y}{X} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow X = 2Y\frac{Py}{Px}$$

علما ان:

$$I = XPx + YPy \Rightarrow I = Px\left(\frac{2YPy}{Px}\right) + YPy \Rightarrow I = 3yPy \Rightarrow \boldsymbol{Y = \frac{I}{3Py}}$$

نلاحظ ان دالة الطلب على السلعة Y بدلالة دخل المستهلك وسعرها حيث هي في علاقة عكسية مع هدا الاخير.

- ✓ **دالة الطلب على السلعة X**

$$X = 2Y\frac{Py}{Px} \Rightarrow X = 2\frac{I}{3Py}\frac{Py}{Px} \Rightarrow \boldsymbol{X = \frac{2I}{3Px}}$$

نلاحظ ان دالة الطلب على السلعة X بدلالة الدخل وسعرها حيث هي في علاقة عكسية مع هذا الاخير.

من خلال دوال الطلب نلاحظ ان السلعتين مستقلتين عن بعضهما البعض.