المحور الرابع: التحليل العاملي بالتوفيقاتAFC

يهدف إلى اختزال البينات وتبسيط جدول بأبعاد كبيرة (جدول له P عمود و n سطر) للحصول على تمثيل البياني مبسط يوضح مختلف العلاقات بين فئات المتغيرين الكيفيين.

خطوات اجراء التحليل العاملي للتوفيقات:

1–تشكيل الجدول لمتقاطع (الجدول المزدوج):

هو عبارة عن جدول تكراري مزدوج يوضح العلاقة بين لفئات في الصفوف والاعمدة. بحيث يضم التكرارات المطلقة لكل فئة وهو كالتالي:

Y / X	N_1	$\cdots$	N_j	$\cdots$	N_p	المجموع
M_1	n_{11}				n_{1p}	$n_{1.}$
$\cdots$		$\cdots$				$\cdots$
M_i			n_{ij}			$n_{i.}$
$\cdots$				$\cdots$		$\cdots$
M_n	n_{n1}				n_{np}	$n_{n.}$
المجموع	$n_{.1}$	$\cdots$	$n_{.j}$	$\cdots$	$n_{.p}$	$n_{..}$

نرمز لهذا الجدول بالرمز N، حيث: $N_{n\times p} = \begin{pmatrix} n_{11} & \cdots & n_{1j} & \cdots & n_{1p} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ n_{i1} & \cdots & n_{ij} & \cdots & n_{ip} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n_{n1} & \cdots & n_{nj} & \cdots & n_{np} \end{pmatrix}$.

كل فئة i من المتغير X تُمثّل في فضاء ذو بعد p $\mathbb{R}^p$: $M_i = (n_{i1} \quad n_{i2} \quad \cdots \quad n_{ip})$.

كل فئة j من المتغير Y تُمثّل في فضاء ذو بعد n $\mathbb{R}^n$: $N_j = \begin{pmatrix} n_{1j} \\ n_{2j} \\ \vdots \\ n_{nj} \end{pmatrix}$.

2–مصفوفة الاحتمالات:

وتمثل التكرارات النسبية والتي تحسب من العلاقة:

$$f_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$$

الجدول الموالي يمثل جدول التكرارات النسبية:

Y / X	N_1	$\cdots$	N_j	$\cdots$	N_p	المجموع
M_1	f_{11}				f_{1p}	$f_{1.}$
$\cdots$		$\cdots$				$\cdots$
M_i			f_{ij}			$f_{i.}$
$\cdots$				$\cdots$		$\cdots$
M_n	f_{n1}				f_{np}	$f_{n.}$
المجموع	$f_{.1}$	$\cdots$	$f_{.j}$	$\cdots$	$f_{.p}$	$f_{..} = 1$

نرمز لهذا الجدول بالرمز F، حيث: $F_{n\times p} = \begin{pmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1j} & \cdots & f_{1p} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ f_{i1} & \cdots & f_{ij} & \cdots & f_{ip} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nj} & \cdots & f_{np} \end{pmatrix}$.

3–مصفوفة القيم المتوقعة:

تحسب انطلاقا من التوزيع الهامشي للصفوف والاعمدة، وذلك من خلال العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{E_{ij} = R_i \times C_j}$$

4–مصفوفة التباعد:

وتمثل الفرق بين القيم الفعلية والمتوقعة، وتحسب من العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{D_{ij} = F_{ij} - E_{ij}}$$

5-مصفوفة التباينات والتباينات المشتركة :

وتحسب من خلال العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{\varepsilon = D^T . D}$$

6-حساب القيم الذاتية:

وقد تطرقنا اليه في المحاور السابقة ويحسب من العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{de(\varepsilon - \lambda I) = 0}$$

7-حساب الأشعة الذاتية:

وقد تطرقنا اليه في المحاور السابقة ويحسب من العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{\overrightarrow{(\varepsilon - \lambda I)} = 0}$$

8-تحديد العلاقة بين المتغيرات:

من أجل تحديد العلاقة بين المتغيرات نلجأ إلى اختبار مربع كاي تربيع، الذي يقوم على الفرضية الصفرية:

H0: المتغيرين مستقلين.

ونرفض الفرضية الصفرية في حال كانت كاي تربيع المحسوبة أكبر من إحصائية كاي تربيع المجدولة.

$$\boldsymbol{\chi^2_{Calculated} > \chi^2_{Critical}}$$

وتحسب كاي تربيع المحسوبة من العلاقة التالية:

$$\chi^2_{ij} = \sum_{ij} \frac{\left(F_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}}$$