**جامعة الجيلالي بونعامة – خميس مليانة**

**كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير**

**القسم: العلوم التجارية**

**المستوى: سنة أولى ماستر**

**التخصص: تسويق الخدمات**

**المقياس: الأساليب الكمية في التسويق**

**المحور الخامس: البرمجة الخطية**

**تمهيد:**

تعتبر البرمجة الخطية أسلوب رياضي يستخدم لإيجاد أحسن الاستعمالات للموارد المتاحة المحدودة لدى المؤسسة، وبمعنى أخر أفضل توزيع لتلك الموارد على البدائل المتاحة. تضم البرمجة الخطية جانبين، الأول البرمجة وتعني إيجاد البرامج المختلفة للتوصل إلى الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة والمحدودة لدى المؤسسة والتي تحقق هدف المشكلة. أما الجانب الثاني هو الخطية ويعني العلاقات بين متغيرات النموذج تكون ذات طبيعة خطية.

**مفهوم البرمجة الخطية:** البرمجة الخطية هي طريقة تستخدمفي إيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لكمية معطاة تحت قيود. في هذه الحالة، تسمى الكمية التي نحتاج إلى التوصل إلى حلها الأمثل دالة الهدف، وتسمى الشروط القيود. في التمثيل الخطي، تكون دالة الهدف هي دالة خطية في متغيرات.

تستخدم البرمجة الخطية العديد من التفاوتات الخطية المتعلقة بسيناريو معين لتحديد القيمة المثلى التي يمكن الحصول عليها في ظل هذه القيود. ومن الأمثلة على ذلك حساب مستويات الإنتاج المثلى لتعظيم الأرباح، مع الأخذ في الاعتبار القيود المفروضة على الإمدادات والموظفين.

**أهمية البرمجة الخطية:** تنبع أهمية البرمجة الخطية من أنها عملية تصميم وإنشاء النموذج الذي يعبر عن المشكلة المراد حلها أو الظاهرة المراد دراستها.

**أهداف البرمجة الخطية:** تتجلى أهداف أسلوب البرمجة الخطية فيما يلي:

. إيجاد حل لنموذج البرمجة الخطية، والذي يتألف من جزئين هما دالة الهدف تأخذ صيغة التعظيم أو التصغير، والقيود التي تكزن على شكل معادلات.

. توفير طريقة لتحسين أنظمة مصادر الموارد من خلال متطلبات الإنتاج بمراعاة المستلزمات، والطافة الإنتاجية، والنقل والتوزيع والتخزين، مع الحفاظ على التكاليف متدنية لتحقيق الأرباح.

. المساعدة إلى التوصل إلى قرار سليم.

**أسلوب البرمجة الخطية:** وهونموذج رياضي يبنى على أساس توفر الظروف والامكانات المتاحة كما هو الحال عند استعمال أسلوب البرمجة الخطية " الطريقة البسيطة" في التخطيط لعناصر الإنتاج وتحديد حجم المنتج الأمثل الذي يحقق الاستعمال الكامل والأمثل لمستلزمات الإنتاج ويضمن أكبر العوائد الممكنة. يتشكل أسلوب البرمجة الخطية من ثلاث عناصر أساسية هي:

**. المتغيرات المتعلقة باتخاذ القرار (Variabale Decision):** هي المتغيرات التي يتم الوصول إلى قيمها من خلال حل النموذج الرياضي والتي على أساسهاقيمها المحددة يتم اتخاذ القرار لذلك تسمى بالقرارات المتغيرة، وتلك المتغيرات تسمى بمتغيرات القرار.

**. القيود (Constraints):** هي محددات النموذج الرياضي وتعد ضرورية في تكوين النموذج.

**. دالة الهدف (Objective Function):** معادلة رياضية تعبر عن قياس القيمة الاجمالية للهدف من حل المشكلة، وهي إما تمثل الربحية الاجمالية وفي هذه الحالة نسعى إلى تعظيم الربحية أي تأخذ هذه الدالة صيغة **(Maximization**)، وقد تمثل الكلفة الاجمالية وفي هذه الحالة نسعى إلى تصغير الكلفة الاجمالية أي تأخذ هذه الدالة صيغة التصغير **(Minimization)**.

**أنواع حلول لنموذج البرمجة الخطية:** هناك ثلاث أنواع من الحلول لأسلوب البرمجة الخطية هي:

**. الحل:** يحقق أي مجموعة من المعادلات أو المتباينات الممثلة للقيود.

**. الحل الممكن:** يحقق جميع قيود أسلوب البرمجة الخطية.

**. الحل الأمثل:** يمثل أحد الحلول الممكنة والذي يحقق القيمة المثلى لدالة الهدف، أي أنه الحل الذي يحقق جميع القيود ودالة الهدف في أن واحد.

**مثال رقم 1:** تقوم إحدى الشركات بإنتاج وبيع ثلاث منتجات (A، B، C) وترغب بتحديد عدد الوحدات الت يجب انتاجها يوميا من كل منتج، بحيث تحصل ثلاث عمليات إنتاجية (3، 1،2)، والجدول الموالي يوضح الزمن المطلوب بالدقائق للوحدة الواحدة لكل منتج عبر العمليات المختلفة، كذلك الربح المتوقع للوحدة الواحدة والزمن الكلي المتاح للعمليات الثلاث.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **الزمن المتاح للتشغيل** | **الزمن المطلوب للوحدة الواحدة** | | | **العملية** |
| **A** | **B** | **C** |
| **520** | **1** | **3** | **4** | **1** |
| **560** | **3** | **2** | **2** | **2** |
| **510** | **2** | **1** | **5** | **3** |
|  | **6** | **3** | **4** | **الربح الوحدوي** |

**المطلوب**: قم ببناء النموذج وفقا لطريقة البرمجة الخطية.

**الحل:**

لدينا القيود الأتية:

**القيد الأول: العملية الأولى**

**القيد الثاني: العملية الثانية**

**القيد الثالث: العملية الثالث**

ولدينا ما يلي: ثلاث منتجات**: A، B، C** وعليه كل منتج نرمز له بالرمز **(Xi)** أي: **X1**، **X2**، **X3**

بما أننا في حالة الربح نقوم بتعظيم الربح، يعني: ( **Max Z**)، وعليه فالمتراجحة تكون أصغر أو يساوي الصفر.

أما في حالة التكاليف نقوم بتخفيض التكاليف أي: ( **Min Z)،** وعليه فالمتراجحة تكون أكبر أو يساوي الصفر.

وعليه، فجملة القيود هي كالأتي:

**4X1 + 3X2 + X3 « 520**

**2X1 + 2X2 + 3X3 « 560**

**5X1 + X2 + 2X3 « 510**

بما أننا نتحدث عن كمية الإنتاج والكمية يستحيل أن تكون سالبة إذن القيد الثاني هو:

**X1, X2, X3 » 0**

شرط عدم السالبية أي: إذا لم ننتج فهو: 0، وإذا أنتجنا فهو موجب.

الهدف: الوصول إلى أكبر ربح ممكن إذن القيد الثالث هو:

أو دالة الهدف هي: **4X1 + 3X2 + 6X3 = Max Z**

**مثال رقم 2:** قم بحل النموذج وفقا للطريقة المبسطة (Semplexe)

**دالة الهدف: 12X1 + 8X2 = MAX Z**

**القيود:** **8X1 + 6X2 « 2200**

**4X1 + 9X2 « 1800**

**X1 + 2X2 « 400**

**X1 , X2 » 0**

**الحل:**

حل النموذج وفقا للطريقة المبسطة: إذا كان النموذج يحتوي على متغيرين فإن الحل هو: إما طريقة الرسم البياني أو طريقة السمبلكس، أما في حالة النموذج يتضمن أكثر من متغير فأكثر فإن طريقة الحل هي مباشرة طريقة السمبلكس.

هنا يتم إضافة متغيرات وهمية **(Si)** حسب عدد القيود كما يلي:

القيد (1): **S1**

القيد (2): **S2**

القيد (3): **S3**

تحويل القيود إلى حالة المساواة من خلال المتغيرات الوهمية كما يلي:

**8X1 + 6X2 + S1 = 2200**

**4X1 + 9X2 + S2 = 1800**

**X1 + 2X2 + S3 = 400**

**مثال رقم 3:** يتوفر لدى إحدى الشركات أربع وظائف شاغرة، وتود تعيين أربع أشخاص لشغل هذه المناصب، وقرر مدير الشركة كلفة تعيين كل واحد كما يوضحه الجدول الموالي:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **D** | **C** | **B** | **A** | **الأشخاص/ الوظيفة** |
| **6** | **4** | **3** | **6** | **1** |
| **6** | **12** | **10** | **9** | **2** |
| **5** | **4** | **2** | **3** | **3** |
| **12** | **9** | **11** | **10** | **4** |

**المطلوب:** إيجاد أفضل تخصيص بحيث تحقق الشركة أقل التكاليف.

**الحل:**

- نقوم بطرح أصغر قيمة في كل عمود من قيم نفس العمود فنحصل على ما يلي:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| / | **A** | **B** | **C** | **D** |
| **م1** | **3** | **1** | **0** | **1** |
| **م2** | **6** | **8** | **8** | **1** |
| **م3** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| **م4** | **7** | 9 | **5** | **7** |

- نقوم بتحديد أصغر قيمة في كل صف ونطرحها من نفس الصف فنحصل على ما يلي:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| / | **A** | **B** | **C** | **D** |
| **1** | **2** | **0** | **0** | **0** |
| **2** | **5** | **7** | **7** | **0** |
| **3** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| **4** | **2** | **4** | **0** | **2** |

- نقوم بأخذ القيم الصفرية فقط، وبما أن كل شخص له وظيفة واحدة فإنه:

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | **B, C, D** |
| **2** | D |
| **3** | **A, B, C, D** |
| **4** | **C** |

معنى ذلك أن:

. الشخص الأول يستطيع القيام بالوظيفة الثانية، الثالثة والرابعة.

. الشخص الثاني يستطيع القيام بالوظيفة الرابعة فقط.

. الشخص الثالث يقوم بالوظائف الأربعة.

. الشخص الرابع يقوم بالوظيفة الثالثة فقط.