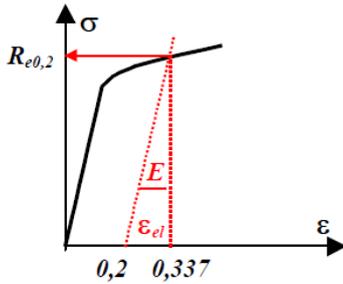


## EXERCICE n° 1

### 1.a) Module d'Young du fer polycristallin.

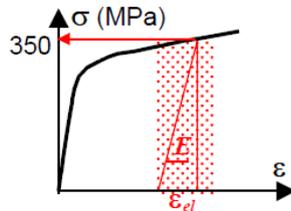


La courbe de traction est représentée schématiquement ci-contre. À la limite conventionnelle d'élasticité  $R_{e0,2}$ , la déformation totale  $\epsilon_t$  est égale à 0,337 % et la déformation élastique  $\epsilon_{el}$  est égale à :  $\epsilon_{el} = (\epsilon_t - 0,2)\% = 0,137\%$ .

Le module d'Young du fer est donc égale à :  $E = R_{e0,2} / \epsilon_{el} = 280\text{MPa} / 0,137\%$

$$E = 204,3 \text{ GPa}$$

### 1.b) Énergie élastique $W_{el}$ sous une contrainte de 350 MPa.



L'énergie élastique  $W_{el}$  emmagasinée par unité de volume est égale à l'aire du triangle élastique représenté ci-contre.

$$W_{el} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon_{el} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{(350 \times 10^6)^2}{2 \times 204,7 \times 10^9} \text{ J/m}^3$$

$$W_{el} = 299,2 \text{ kJ/m}^3$$

## EXERCICE n° 2

### 1.a) Limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ du matériau X

#### Justification :

Après décharge complète, la déformation permanente résiduelle est égale :

$$\epsilon_p = (200,4 - 200) / 200 = 0,002 = 0,2\%$$

La force  $F$  à laquelle avait été soumise l'éprouvette correspond à  $R_{e0,2}$ . Cette limite conventionnelle d'élasticité est donc égale à :

$$R_{e0,2} = \frac{F}{S_0} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \times 113,2 \times 10^3 \text{ N}}{\pi (20 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2}$$

$$R_{e0,2} = 360 \text{ MPa}$$

### 1.b) Module d'Young E du matériau X

#### Justification :

Sous la force  $F$ , la déformation totale  $\epsilon_t$  de l'éprouvette est égale à :

$$\epsilon_t = 0,742 / 200 = 0,00371 = 0,371\%$$

La déformation plastique  $\epsilon_p$  est égale à 0,2% puisque l'on est la limite conventionnelle d'élasticité.

La déformation élastique  $\epsilon_{el}$  est égale à :  $\epsilon_{el} = \epsilon_t - \epsilon_p = (0,371 - 0,2)\% = 0,171\% = 1,71 \times 10^{-3}$

Le module d'Young est égal à :  $E = R_{e0,2} / \epsilon_{el} = 360 \text{ MPa} / (1,71 \times 10^{-3})$

$$E = 210,5 \text{ GPa}$$

### 1.c) Résistance théorique à la traction $R_{th}$ du matériau X

#### Justification :

En l'absence de données plus précises concernant le matériau X, telles que son énergie de surface  $\gamma_s$  et la distance d'équilibre  $a_0$  entre ses atomes, on applique la règle empirique disant que la résistance théorique à la traction  $R_{th}$  est approximativement égale au dixième du module d'Young  $E$  du matériau.

$$R_{th} \approx E / 10$$

$$R_{th} = 21\,050 \text{ MPa}$$

### 1.d) Énergie élastique $W_{el}$ emmagasinée dans l'éprouvette sous une contrainte de 200 MPa

#### Justification :

Par unité de volume de matériau, l'énergie élastique emmagasinée est égale à  $\frac{1}{2} \sigma \epsilon_{el} = \sigma^2 / 2E$ .

$$W_{el} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{(200 \times 10^6)^2}{2(210,5 \times 10^9)} = 9,50 \times 10^4 \text{ J/m}^3 = 9,50 \times 10^{-2} \text{ J/cm}^3$$

$$W_{el} = 0,095 \text{ J/cm}^3$$

### 1.e) Coefficient de Poisson $\nu$ du matériau X

#### Justification :

Sous une contrainte  $\sigma$  de 200 MPa, la déformation radiale  $\varepsilon_r$  est égale à :

$$\varepsilon_r = (-5,88 \mu\text{m}) / (20 \text{ mm}) = -2,94 \times 10^{-4}$$

La déformation axiale  $\varepsilon_z$  est égale à :  $\varepsilon_z = \sigma / E = (200 \text{ MPa}) / (210,5 \text{ GPa}) = 9,50 \times 10^{-4}$

Par définition, le coefficient de Poisson  $\nu$  est égal à  $-(\varepsilon_r / \varepsilon_z)$ , soit avec les valeurs trouvées,  $\nu = 0,3095 \cong \mathbf{0,31}$

### 1.f) Classe de matériau à laquelle appartient le matériau X

Le coefficient de Poisson des céramiques est en général petit (entre 0,15 et 0,25), celui des métaux est moyen (entre 0,28 et 0,33) et celui des polymères est élevé (entre 0,33 et 0,47).

De plus, les indices donnés dans l'énoncé (matériau cristallin ductile) permettent de déduire que le matériau X appartient à la classe des métaux.

## EXERCICE n° 3

### 1.a) Module d'Young $E$ de l'acier 1060.

Justification :

Module d'Young  $E = \sigma / \varepsilon$  (dans le domaine élastique). Avec la courbe brute de traction donnée, on obtient :

$$E = \frac{F}{S_0} \frac{L_0}{\Delta L}, \text{ où } S_0 \text{ et } L_0 \text{ sont respectivement la section initiale et la longueur initiale de l'éprouvette.}$$

En prenant les coordonnées  $\Delta L$  et  $F$  d'un des points de la droite élastique, on obtient ainsi  $E$  :

$E = \mathbf{208} \text{ GPa}$
--------------------------------

### 1.b) Limite proportionnelle d'élasticité $R_e$ de l'acier 1060.

Justification :

Correspond à la transition  $F_e$  (= 40 kN) entre le domaine de déformation élastique et le domaine de déformation plastique (voir fig. en annexe). La limite proportionnelle d'élasticité  $R_e$  est égale à  $F_e / S_0$ .

$R_e = \mathbf{354} \text{ MPa}$
----------------------------------

### 1.c) Limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ de l'acier 1060.

Justification :

Correspond à la force  $F_{e0,2}$  (= 50 kN) définie par l'intersection de la courbe de traction et de la parallèle à la droite élastique passant par un allongement permanent de 0,2 mm puisque  $L_0 = 100 \text{ mm}$  (voir fig. en annexe). La limite conventionnelle d'élasticité  $R_{e0,2}$  est égale à  $F_{e0,2} / S_0$ .

$R_{e0,2} = \mathbf{442} \text{ MPa}$
---------------------------------------

### 1.d) Résistance à la traction $R_m$ de l'acier 1060.

Justification :

Correspond à la force  $F_{\max}$  (= 88 kN) au maximum de la courbe de traction (voir fig. en annexe). La résistance à la traction  $R_m$  est égale à  $F_m / S_0$ .

$R_m = \mathbf{778} \text{ MPa}$
----------------------------------

**1.e) Allongement permanent A après rupture**

Justification :

Allongement permanent après rupture  $A = A_f - A_{el}$ .

$A_f$  est l'allongement total à l'instant de la rupture et  $A_{el}$  est le retour élastique se produisant à la rupture :

$$A_f = 100(\Delta L_f / L_0) \quad A_{el} = 100(\sigma_f / E) = 100[F_f / (S_0 E)]$$

où  $\Delta L_f$  (= 24 mm) et  $F_f$  (= 85 kN) sont les coordonnées du dernier point de la courbe de traction (voir fig. en annexe). E est le module d'Young de l'acier.

Avec les valeurs numériques trouvées, on obtient :

$$A_f = 24 \% \quad A_{el} = 0,36 \% \quad A = 23,64 \%$$

$A = 23,6 \%$

**1.f) Énergie élastique  $w_{el}$  emmagasinée dans l'éprouvette juste avant sa rupture.**

Justification :

L'énergie élastique  $W_{el}$ , emmagasinée par unité de volume de matériau à l'instant de la rupture, est égale à :

$$W_{el} = \frac{1}{2} \sigma_f A_{el}$$

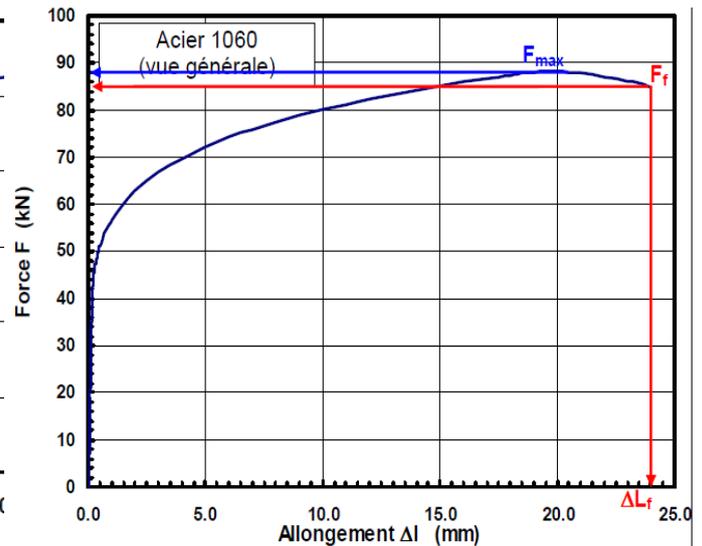
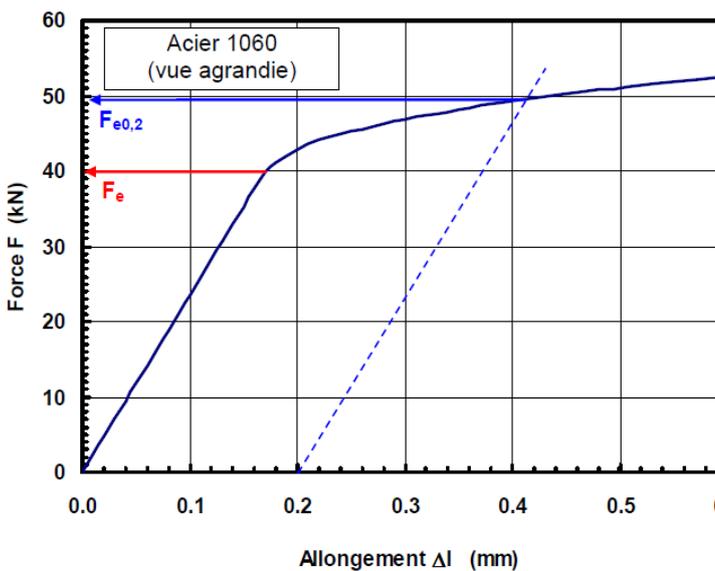
Avec les définitions données ci-dessus, on obtient :

$$W_{el} = \frac{1}{2} \frac{F_f}{S_0} \frac{F_f}{S_0 E} = \frac{1}{2E} \left( \frac{F_f}{S_0} \right)^2$$

L'énergie élastique  $w_{el}$  emmagasinée dans l'éprouvette (de volume  $V_0 = S_0 L_0$ ) à l'instant de la rupture est égale à :

$$w_{el} = W_{el} V_0 = \frac{1}{2E} \frac{F_f^2 L_0}{S_0} \text{ . Avec les données numériques, on obtient :}$$

$w_{el} = 15,4 \text{ J}$



**EXERCICE n° 4**

**SOLUTION** — À cause du changement de géométrie, la contrainte maximale est à la fibre extérieure de la plus petite section. Le facteur théorique de concentration de contraintes en torsion  $K_{Ts}$  est obtenu de la figure C-15 de l'annexe C avec :

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{3}{20} = 0,15 \\ \frac{D}{d} &= \frac{25}{20} = 1,25 \end{aligned} \right\} K_{Ts} \approx 1,35$$

La contrainte maximale en torsion  $\tau$  est obtenue par la formule suivante :

$$\tau = K_{ts} \tau_o = K_{ts} \left( \frac{T_c}{J} \right) = K_{ts} \left( \frac{16T}{\pi d^3} \right)$$

$$\tau = 1,35 \left( \frac{16 \times 120}{\pi \times (0,02)^3} \right)$$

$$\tau = 103 \text{ MPa}$$

## EXERCICE n° 5

**SOLUTION** — La contrainte en traction est maximale au point A ou au point B. Il faut donc effectuer les calculs au complet pour ces deux points en tenant compte de la superposition de contraintes.

**Point A :**

$$\sigma_A = K_{tt} \sigma_{ot} + K_{tf} \sigma_{of}$$

$$\sigma_A = K_{tt} \frac{(N_y)}{bh} + K_{tf} \frac{(6 N_x L_2)}{hb^2}$$

Le facteur théorique de concentration de contraintes en traction  $K_{tt}$  s'obtient de la figure C-5 de l'annexe C

avec

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{d} = \frac{a}{b} = \frac{30}{20} = 1,5 \\ \frac{r}{d} = \frac{r}{b} = \frac{2}{20} = 0,1 \end{aligned} \right\} K_{tt} \approx 2,10$$

Pour la flexion, on a  $K_{tf} \approx 1,85$  en se servant de la figure C-6.

Ainsi, 
$$\sigma_A = 2,10 \left( \frac{25000}{0,020 \times 0,005} \right) + 1,85 \left( \frac{6 \times 1000 \times 0,040}{0,005 \times (0,020)^2} \right)$$

$$\sigma_A = 2,10 \times 250 + 1,85 \times 120 \text{ MPa}$$

$$\sigma_A = 747 \text{ MPa}$$

**Point B :** Il n'y a pas de concentration de contraintes :

$$\sigma_B = \frac{N_y}{ah} + \frac{6 N_x (L_1 + L_2)}{ha^2}$$

$$\sigma_B = \frac{25000}{(0,030) \times (0,005)} + \frac{6 \times 1000 (0,050 + 0,040)}{(0,005) \times (0,030)^2}$$

$$\sigma_B = 167 + 120 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 287 \text{ MPa}$$

La contrainte maximale en traction se produit au point A, et sa valeur est de 747 MPa.