

SERIE DE TD N°1  
(Méthodes Numériques Approfondies)  
1ère Master Energétique

**Exercice 1**

Résoudre le problème suivant de valeur initiale sur l'intervalle de  $x=0$  à  $2$  où  $y(0)=1$ . Représenter tous les résultats sur un même graph.

$$\frac{dy}{dx} = (x^2 - 1.2)y$$

Analytiquement.

- a) La méthode d'Euler avec  $h=0.5$  et  $h=0.25$ .
- b) La méthode du point milieu (midpoint) avec  $h=0.5$ .
- c) La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 avec  $h=0.5$ .

**Exercice 2**

Résoudre le problème suivant de valeur initiale sur l'intervalle de  $x=0$  à  $1$  avec un pas de  $0.25$  où  $y(0)=1$ . Représenter tous les résultats sur un même graph.

$$\frac{dy}{dx} = (1+x)\sqrt{y}$$

- a) La méthode d'Euler.
- b) La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

**Exercice 3**

Utiliser les méthodes d'Euler et de Heun (sans itération) pour résoudre l'équation suivante :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y - x = 0 \quad \text{où } y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 0.$$

Le domaine de calcul est de  $x = 0$  à  $x = 4$  avec un pas  $h = 0.1$ .

**Exercice 4**

Résoudre le problème suivant avec la méthode de RK-d'ordre 4.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 0.5\frac{dy}{dx} + 5y = 0$$

Sachant que  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = 0$  et que  $x$  varie de  $0$  à  $5$  avec un pas  $h = 0.5$ .

**Exercice 5**

Le mouvement du système représenté sur la figure 1 est décrit par l'équation différentielle ordinaire suivante :

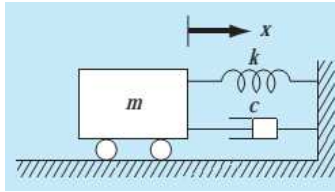
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Où  $x$  est le déplacement par rapport à la position d'équilibre,  $t$  est le temps, la masse  $m = 20\text{kg}$  et le coefficient d'amortissement  $c$  prend successivement les trois valeurs  $5$ ,  $40$  et  $200\text{N.s/m}$ . La rigidité du ressort  $k = 20\text{N/m}$ . La vitesse initiale est nulle et le déplacement à  $t = 0$  est  $x = 1\text{m}$ .

SERIE DE TD N°1  
(Méthodes Numériques Approfondies)

1ère Master Energétique

Il est demandé de résoudre cette équation en utilisant une méthode numérique sur la période de temps  $0 \leq t \leq 15$ s. Tracer le déplacement en fonction du temps pour chacune des trois valeurs du coefficient d'amortissement sur la même courbe.



**Figure 1.** Système masse-ressort-amortissement