Chapitre 4. Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

1. Equations de Maxwell et Équation de propagation dans un conducteur

On peut négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction dans le cas où :

$$\boldsymbol{\sigma/\omega.\varepsilon>100}$$

L'équation de Maxwell-Ampère s'écrit, compte tenu de la loi d'Ohm locale :

$$\mathrm{Rot}\vec{H} = \sigma.\vec{E} + \varepsilon\frac{d\vec{E}}{dt} = \sigma.\vec{E} + j\varepsilon\omega\vec{E} \qquad \text{(III.1)}$$

On peut comparer le courant de conduction avec le courant de déplacement :

$$\frac{|Jc|}{|Jd|} = \frac{|\sigma.\vec{E}|}{|\varepsilon\omega\vec{E}|} = \frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \qquad \text{(III.2)}$$

Pour le cuivre de conductivité $\sigma=6.10^7\Omega^{-1}$m-1 et si la fréquence est de l'ordre de 10 GHz :

$$\frac{|\sigma.\vec{E}|}{|\varepsilon\omega\vec{E}|} = \frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \approx 10^8 \qquad \text{(III.3)}$$

Le courant de déplacement est négligeable devant le courant de conduction. L'équation de Maxwell-Ampère s'écrit alors :

$$\mathrm{Rot}\vec{H} = \sigma.\vec{E} \qquad \text{(III.4)}$$

$\rho=0$: l'équation de conservation de la charge électrique à l'intérieur du conducteur conduit à :

$$\mathrm{Div}\,\vec{E} = 0 \qquad \text{(III.5)}$$

Par conséquent, l'équation de propagation sera comme suit :

$$\Delta\vec{E} - \mu\sigma\frac{d\vec{E}}{dt} = 0 \qquad \text{(III.6)}$$

2. Effet de peau

Un milieu à pertes est caractérisé par un diélectrique présentant des pertes telles que la permittivité électrique s'écrit :

$$\varepsilon = \varepsilon' - i\,\sigma/\omega \qquad \text{(III.7)}$$

Les équations de propagation restent quasiment identiques, seulement la constante de phase β sera remplacée par un paramètre de propagation $\gamma = \beta - i\,\alpha$, où α est le paramètre d'atténuation qui traduit l'affaiblissement de la propagation. Ainsi, en se propageant vers z, l'amplitude de l'onde est atténuée par un facteur $\exp(-\alpha z)$. Selon les propriétés du milieu et la fréquence, cet affaiblissement exponentiel sera plus ou moins rapide. Elle est caractérisée par la profondeur de pénétration (ou épaisseur de peau pour les bons conducteurs) :

$$\delta = 1/\alpha = 1/\sqrt{\pi\mu\sigma f} \qquad \text{(III.8)}$$

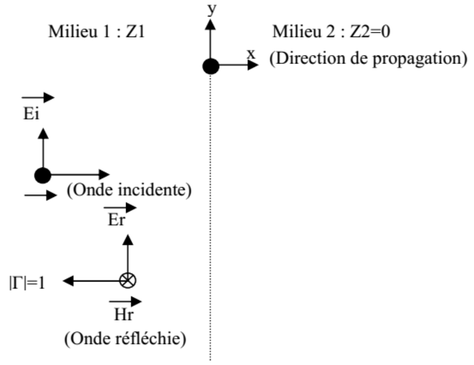
Au-delà d'une épaisseur δ, l'onde est atténuée d'un facteur $e^{-1} = 0.37$ dans un matériau à pertes. Un conducteur parfait présente une épaisseur de peau quasi nulle et est capable d'arrêter une onde électromagnétique quelque soit la fréquence. Par exemple, dans un bon conducteur comme le cuivre (σ =57 MS), l'épaisseur de peau est égale à 0.08 mm à 1 MHz et 2.5 µm à 1 GHz.

Donc la partie imaginaire du vecteur d'onde représente **l'atténuation** de l'onde. Elle est souvent la conséquence d'effets **dissipatifs** d'un milieu absorbant (frottements, résistance électrique). Elle peut aussi être la conséquence d'effets **géométriques** (extension ou rétrécissement du milieu de propagation).

La partie imaginaire du vecteur d'onde est associée à une atténuation de l'amplitude de l'onde. Cette atténuation n'est pas nécessairement une absorption. L'absorption est définie comme étant une atténuation due à un phénomène dissipatif, *qui se traduit par une diminution du stock d'énergie transportée par l'onde*. Il existe des situations où une onde peut être atténuée pour d'autres raisons sans perte d'énergie.

3. Réflexion sur une surface conductrice parfaite et ondes stationnaires.

Soient deux milieux :



Dans ce cas, on aura la formation d'une onde stationnaire donnée par :

$$Etot = Ei + Er = Eio.[e^{-j\beta x} - .e^{+j\beta x}] = 2.jEio.Sin(\beta x) \tag{III.9}$$

4. Equations de Maxwell et équation de propagation dans un milieu dissipatif

Un milieu dissipatif est un milieu où l'énergie électromagnétique transportée par l'onde diminue progressivement, une partie de cette énergie étant dissipée par effet joule à cause de la conductivité **σ** causant l'atténuation de l'onde.

Dans ce cas, sa constante diélectrique devient complexe :

$$\varepsilon_s = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega} \tag{III.10}$$

Où : ε_s : Constante diélectrique complexe
ε : Constante diélectrique dans le cas d'un milieu sans pertes
σ : Constante électrique ou conductivité
ω : Fréquence angulaire

Dans ce cas, les équations de Maxwell s'écrivent comme suit :

$$Rot\vec{E} = -\mu\frac{d\vec{H}}{dt} \tag{III.11}$$

$$Div\vec{E} = \rho/\varepsilon \tag{III.12}$$

$$Rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \tag{III.13}$$

$$Div\vec{B} = 0 \tag{III.14}$$

L'équation de propagation sera donnée par :

$$\vec{E} - \mu\varepsilon.\frac{d^2\vec{E}}{dt^2} - \mu\sigma\frac{d\vec{E}}{dt} = grad(\rho/\varepsilon) \tag{III.14}$$

5. Paramètres de propagation dans un milieu dissipatif. Caractéristiques électriques du sol

5.1.Sans l'influence du sol

La solution de l'équation de propagation en onde progressive a pour solution l'expression suivante :

$$\underbrace{\vec{E}}_{\text{champ électrique}} = \underbrace{E_0}_{\substack{\text{Terme d'amplitude} \\ \text{ou intensité}}} . \underbrace{e^{j(\omega t - k.r)}}_{\text{Terme de propagation}} .\vec{e}_x \tag{III.15}$$

Dans ce cas l'onde se propage sans atténuation.

5.2. Influence du sol

Dans ce paragraphe l'expression de l'onde aura une forme beaucoup plus complexe.

On pose :

$$k_s = \omega.\sqrt{\mu.\varepsilon - j\frac{\sigma.\mu}{\omega}} = \frac{\omega}{C}.(\beta - j\alpha) \text{avec } C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0}} \text{(vitesse de la lumière)}$$

Où μ_0 et ε_0 représentent respectivement la perméabilité et la permittivité dans le vide.

($\mu_0 = 4.\pi.10^{-8}$ H/m, $\varepsilon_0 = 8,854.10^{-12}$ F/m)

α et β représentent respectivement les constantes d'atténuation et de propagation.

L'expression du champ électrique, dans ce cas, aura la forme suivante :

$$\underbrace{E}_{\text{Champ électrique}} = \underbrace{E_0}_{\text{Intensité}}.\underbrace{e^{-\frac{\omega}{c}z\alpha}}_{\text{Terme d'atténuation}}.\underbrace{e^{j\omega(t-\frac{\beta}{c}.z)}}_{\text{Terme de propagation}}\vec{e}_x \quad \text{(III.16)}$$

Nous pouvons identifier une onde par :

- Son amplitude ou intensité E_0
- Son terme d'atténuation dont la constante d'atténuation est donnée par : $\alpha' = \alpha.\omega/c$ (Np/m)
- Son terme de propagation dont la constante de propagation est telle que : $\beta' = \omega.\beta/c$ (rad/m)

La propagation au niveau du sol s'atténuée avec la fréquence :

- Dans la bande VLF, on peut atteindre une portée de plusieurs milliers de kilomètres.
- Dans la bande MF, quelques centaines de kilomètres.
- Dans la bande HF, quelques dizaines de kilomètres.

Une fréquence de transition est donnée par la formule suivante :

$$f_t = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \quad \text{(GHz)}$$

Cette valeur correspond au passage d'un comportement conducteur à un comportement diélectrique.

<u>Exp.</u> : - L'eau douce (675 KHz)

- Sol (1,2 MHz)
- L'eau de mer (900 MHz)