

## The second axis : Experiment and Event

1- Experiment: a probability event can be defined as a set of outcomes of an experiment.

For Example :

- The experiment that consists of rolling a single die.
- The experiment that consists of tossing a single coin.

2- Probabilistic or Random Experiment: A random experiment is a type of experiment that has multiple possible outcomes. Such an experiment can be repeated many times. In probability theory, once the random experiment has been performed multiple times then the experiment probabilities of various outcomes can be calculated.

3- Sample space : the set of all possible outcomes. Outcomes a result of random experiment.

For example:

Random experiment : roll a die; sample space :  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \}$

4- Event and types :

4-1- Definition of Event : An Event in Probability is the subset of the respective sample space.

For example: Construct a sample space for the experiment that consists of rolling a single die. Find the events that correspond to the phrases “an even number is rolled”

Solution : The outcomes could be labeled according to the number of dots on the top face of the die. Then the sample space is the set :

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

The outcomes that are even are 2, 4 and 6 , so the event that corresponds to the phrase “an even number is rolled” is the set :  $\{2, 4, 6\}$  which it is natural to denote by the letter E.

We write  $E = \{2, 4, 6\}$

#### 4-2- Types of Events:

- a- **Simple Events:** Simple events are the most basic type of event in probability. A **simple** event is an outcome or occurrence that has a single result. Examples ...
- b- **Compound Event.** As opposed to a simple **event**, if there is more than one sample point on a sample space, such an **event** is called **Compound Event**.
- c- **Impossible and Sure Events**

An event that is impossible to take place is referred to as an impossible event. Because mathematically impossible events will never take place, the probability that they will do so is always and forever equal to zero. For instance, the sun going around the earth in a clockwise direction is an improbable occurrence.

An event is said to be certain when it is one that will undoubtedly take place. A sure event will always have a probability of 1 for

its occurrence, no matter what. One example of a foregone conclusion is that the earth will continue to revolve around the sun.

- d- **Complementary events** are events that have a total probability of 1. For example, suppose you flip a coin. In that case, the events of getting heads and getting tails are complementary because the probability of getting heads plus the probability of getting tails equals 1 ( $50\% + 50\% = 100\%$ ). This is because getting heads and getting tails are the only two possible outcomes when flipping a coin, so their probabilities must add up to 1.
- e- **Exhaustive Events:** Exhaustive events are events that include all possible outcomes of a given situation. For example, if you roll a die, the exhaustive event would be rolling any number from 1 to 6. All other events (such as rolling an even number or rolling a number greater than 4) are subsets of the exhaustive event.
- f- **Independent and Dependent Events :**
- **Independent events** are events that do not affect each other's probability. For example, if you flip two coins, the outcome of the first coin flip has no effect on the probability of the second coin flip. The probability of getting heads on the second coin flip is still 50%, regardless of what happened on the first coin flip.
  - **Dependent events** are events that are affected by the outcome of another event. For example, if you draw two cards from a deck of cards, the probability of drawing an Ace on the second card is

affected by what was drawn on the first card. If you drew an Ace on the first card, then there are only 3 Aces left in the deck, so the probability of drawing an Ace as a second card as well will change from  $4/52$  to  $3/51$ .

g- **Incompatible Events** : when 2 Events have no chance of happening at the same time. The chances are 0.

Example : a die is rolled.

Event A : observing an outcome less than 3

Event B : observing an outcome greater than 4

Event A and Event B are incompatible since you cannot have a number that is less than 3 and greater than 4 at the same time.

h- **Compatible Events** : when 2 Events happen at the same time.

Example : a die is rolled.

Event A : observing an outcome less than or equal to 3

Event B : observing an outcome greater than or equal to 1

Event A and Event B are compatible since you can have a number that is less than or equal to 3 and greater than or equal to 1 at the same time.

## المحور الثاني : التجربة والحدث Experiment and Event

### 1 - التجربة أو الاختبار: Experiment / Test

تعد التجربة من أهم المفاهيم الأساسية في نظرية الاحتمال، و هي تقوم على أساس التأكد من تحقق وصول لظاهرة ما.

مثال 1: قذف قطعة نقود و ملاحظة الوجه الذي سيظهر (شعار أو قيمة)

مثال 2: مراقبة جودة انتاج مصنع (ممتاز، متوسط، رديء)

بصورة عامة، فالتجربة هي كل عملية تؤدي الى ملاحظة أو قياس ظاهرة ما، و ليس من الضروري أن تكون الملاحظة عددية ممكن أن تكون اصابة، شعار، نجاح...

### 2 - التجربة العشوائية أو الاحتمالية : Probabilistic or Random Experiment

التجربة العشوائية هي كل تجربة يمكن تكرارها أو تكون قابلة للتكرار عددا من المرات، و تكون نتائجها غير محددة سلفا لكونها تعتمد على الصدفة. فالجرب لا يستطيع ان يتنبأ مسبقا بالنتيجة و لكن يمكن معرفة مختلف النتائج الممكنة لهذه التجربة. حيث يرمز للتجربة العشوائية بالرمز:  $E$ .

مثال: في تجربة رمي حجر نرد، لا نعرف أي رقم سيظهر بالضبط و لكن نستطيع أن نتنبأ مختلف نتائجها.

### 3 - فراغ امكانات التجربة: Sample space

في الحالة العامة، نستطيع أن نحدد مجموعة النتائج الممكنة للتجربة  $E$  و تسمى هذه الاخيرة بفراغ امكانات التجربة (أو المجموعة الأساسية للتجربة) و نرمز لها بالرمز  $S$ .

مثال: التجربة  $E$  المتمثلة في القاء قطعة نقود، فان فراغ امكاناتها هو:  $S=\{P,F\}$

### 4-الحادث و أنواعه:

### 4-1-تعريف الحدث: Definition of Event

هو الاهتمام بنتيجة ما محددة من النتائج الممكنة للتجربة العشوائية  $E$  أو عدة نتائج محددة.

مثلا: عند القاء قطعة نرد، يمكن ان نهتم بالحصول على الرقم الفردي (الحادث  $A$ ) حيث  $A=\{1,3,5\}$ . حيث

نلاحظ أن الحادث  $A$  عناصره جزء من فراغ امكانات التجربة  $S$  حيث  $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

## 4-2- أنواع الحوادث: Types of Events

- الحدث البسيط (الابتدائي) *Simple Event*: نقول عن الحدث  $A$  انه بسيط اذا كان غير

قابل للتجزئة أي هو بمثابة مجموعة جزئية من فراغ امكانات التجربة ذات امكانية وحيدة.

مثلا: ظهور العدد 3 على وجه قطعة نرد هو بمثابة حادث بسيط من المجموعة الاساسية  $S$  إذ أنه غير قابل للتجزئة. مع  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- الحدث المركب *Compound Event*: هو الحدث الذي يتكون من الحوادث البسيطة.

مثلا: اذا تحصلنا على عدد فردي عند رمي حجر نرد "الحدث  $A$ " حيث  $A = \{1, 3, 5\}$ . فالحدث  $A$  هو حدث مركب الذي يتكون من الحوادث البسيطة.

**i - الحدث الاكيد** *Sure Event*:

هو الحدث الذي يكون تحققه مؤكد وحتمي، لكون عناصره تشكل من جميع عناصر المجموعة الاساسية أو فراغ امكانات التجربة.

مثلا: نفرض أن الحدث  $A$  يعبر عن ظهور رقم أقل أو يساوي 6 في تجربة رمي زهرة نرد، نلاحظ أن رقم سوف يظهر سيحقق حتما هذا الحدث أي  $A = S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- الحدث المستحيل *Impossible Event*: نقول عن الحدث انه مستحيل اذا كان غير قابل

للتحقق ابدا نتيجة التجربة  $E$ . فمجموعة عناصر الحدث المستحيل هي مجموعة خالية ( $\emptyset$ ).

مثلا: في تجربة القاء حجر نرد، ان حدث ظهور أحد أرقام الستة لهذا الحجر هو حدث أكيد، في حين الحصول على رقم 8 هو حدث مستحيل.

- الحدث المتمم (المعكس) *Complementary event*: نقول أنه لكل حدث  $A$  مرتبط

بالتجربة  $E$  متمم حيث أنه يتكون من مجموعة الامكانات غير محقق لـ  $A$  و المرتبطة بـ  $E$ ، و نرسم له

$$C_A = \bar{A}$$

مثلا: عند القاء حجر النرد، فحصول على الحدث  $A$  و المتمم في "الأعداد الزوجية" فالحدث المعكس أو المتمم هو الحصول على الحدث  $\bar{A}$  و المتمم في "الأعداد الفردية"،

فالحدث  $\bar{A}$  يقع فقط عندما لا يقع الحدث  $A$ . و هاتان المجموعتان الجزئيتان  $A$  و  $\bar{A}$  تغطيان فراغ الحوادث الاولى  $S$  لان:  $A \cup \bar{A} = S$  و بالتالي:  $A \cap \bar{A} = \emptyset$ .

ملاحظة:  $\overline{\bar{A}} = A$ .

## - الحوادث المتنافية و غير المتنافية: Incompatible and Compatible Events

● الحوادث المتنافية Incompatible Events هي تلك الحوادث التي لا يمكن وقوعها في ان

واحد حيث وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر، حيث:  $A \cap B = \emptyset$ .

مثال: ظهور رقم و صورة في تجربة القاء قطعة نقود مرة واحدة، حدثان متنافيان لا يمكن أن يقعا في ان واحد.

● أما الحوادث غير المتنافية Compatible Events هي تلك الحوادث التي يمكن وقوعهما معا

في أن واحد حيث وقوع أحدهما لا يمنع وقوع الآخر أي يوجد عناصر مشتركة بين حدثين غير

متنافيين.

مثال: عند رمي حجر نرد مرة واحدة، فان عدد الحالات الممكنة او فضاء امكانات التجربة E هي :

$$S = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$$

نسمي الحدث A : ظهور رقم زوجي حيث  $A = \{2, 4, 6\}$

نسمي الحدث B : ظهور رقم فردي حيث  $B = \{1, 3, 5\}$

نسمي الحدث C : ظهور رقم أولي حيث  $C = \{2, 3, 5\}$

نلاحظ أن الحدثين A و B هما حدثين متنافيين لانه لا يمكن أن يكون العدد فردي وزجي في نفس الوقت

$$A \cap B = \emptyset$$

أما الحدثين A و C فهما غير متنافيين لانه يمكن أن يكون العدد زوجي وأولي في نفس الوقت.

$$A \cap C = \{2\}$$

## - الحوادث المستقلة Independent events : هي الحوادث التي عندما يقع أحدهما لا يؤثر ولا

يتأثر بوقوع الحوادث الاخرى.

مثلا: نتائج رميات لقطعة نقود هي حوادث مستقلة، لان نتائج الرمية الاولى لا تأثر ولا تتأثر بالرمية الثانية

والثالثة.

## - الحوادث غير المستقلة Dependent events : هي الحوادث التي عند وقوع أحدهما يؤثر

على نتيجة وقوع الحوادث الاخرى، أو وقوع أحدهما يكون مشروط أو مرتبط بوقوع الحوادث الاخرى .

مثلا: عند سحب كرة من الصندوق بدون اعادتها هي حوادث غير مستقلة لان سحب الاول يؤثر على

السحب الثاني بعبارة اخرى السحب الثاني مرهون بالسحب الاول.