

Chapitre 1. Polygonation

I.1 Généralités :

Ces dernières décennies, l'évolution de la technologie s'est accélérée, ce qui a permis le perfectionnement des procédés et de l'appareillage topographiques. Ces procédés rapides et précis permettent d'implanter un barrage, un pont, un édifice, une route, un chemin de fer, un aqueduc, un réseau d'irrigation, etc.

I.1.1 Points d'appui

Pour obtenir un levé détaillé du terrain d'un projet de construction, que ce soit en planimétrie ou en altimétrie, on se sert d'un ensemble de points d'appui déjà connus dans un système de coordonnées.

I.1.2 Réseau de points d'appui

L'ensemble des points d'appui est souvent appelé **canevas** ou **réseau de points d'appui**. Le réseau de points d'appui joue deux rôles :

- Un rôle scientifique (connaissance de la forme et des dimensions de la terre).
- Un rôle technique (ossature pour tous les levés : propriété, route, voie ferrée, ville...).

On distingue deux types de systèmes dans un réseau de points d'appui (figure I.1) :

- un système général : constitué par des points d'appui espacés de 20 à 30 km, il forme l'ossature de base pour tous les travaux de levé à grande échelle.
- un système local : basé sur le système général, il sert aux levés à échelle réduite.

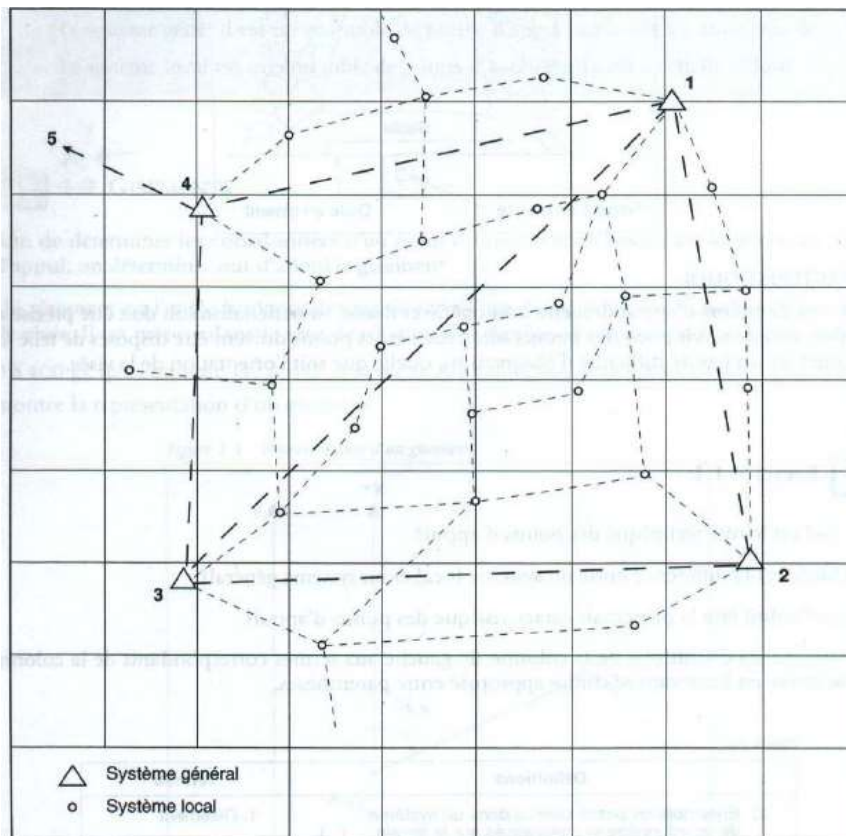


Figure I.1. Réseau de points d'appui.

I.1.3 Choix et Matérialisation

Le travail consiste à matérialiser les points retenus sur le terrain ou à les signaler sur des éléments bâtis. En général, les points du système général sont matérialisés sur le terrain par des bornes de granit ou de béton, soigneusement implantées de manière à être facilement repérables. Le point visé peut être situé sur un site naturel, comme une montagne, une colline, ou sur un élément bâti (pylône, cheminée, minaret d'une mosquée, paratonnerre...). Il peut aussi s'agir d'une mire en bois, qui sera implantée au sol ou sur un édifice comme un château d'eau ou un silo figure I.2.

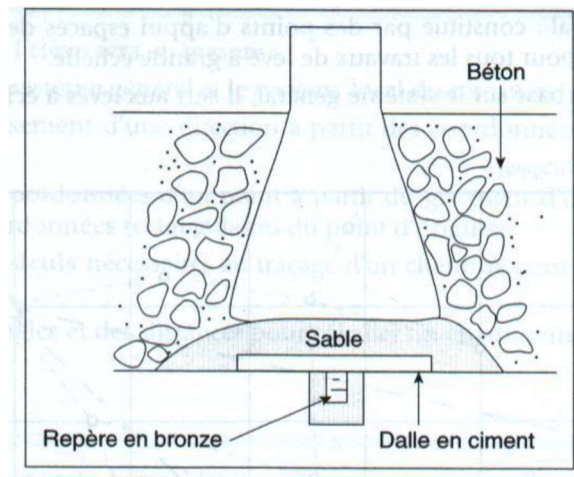


Figure I.2 Matérialisation des points d'appui.

Résumé

- On appelle canevas ou réseau de points d'appui un ensemble de points connus dans un système de coordonnées et matérialisés sur le terrain,
- Le réseau de points d'appui sert de référence pour la réalisation des travaux en topographie.
- Le système général est un ensemble de points d'appui implantés à grande échelle.
- Le système local est un ensemble de points d'appui implantés à échelle réduite.

I.2 Réseau polygonal

Le réseau polygonal est la pierre angulaire de n'importe quel type de travail réalisé dans les domaines du génie civil et du bâtiment. Ce réseau peut être composé de :

- points d'appui existants : ce sont l'ensemble des points qui appartiennent au canevas d'ensemble et qui sont connus dans le système général. Ces points serviront de points de référence pour la réalisation de certains travaux tels que les levés, les implantations, le calcul des surfaces, etc.;
- points inexistants : il s'agit de l'ensemble des points qu'il faut créer pour les besoins du projet à réaliser. Après le calcul de leurs coordonnées planimétriques, et éventuellement altimétriques, ces points serviront d'ossature à l'exécution des différentes étapes du projet.

I.2.1 Définition et but

Un réseau polygonal est une suite de cheminements appuyés sur le canevas d'ensemble. Son calcul a pour but la détermination des coordonnées planimétriques X et Y d'un certain nombre

de points inconnus qui serviront ultérieurement comme ossature pour l'exécution de différents travaux topographiques.

I.3 Cheminement

Pour sa part, un cheminement est une succession de rayonnements entre deux points aux coordonnées connues (figure I.4).

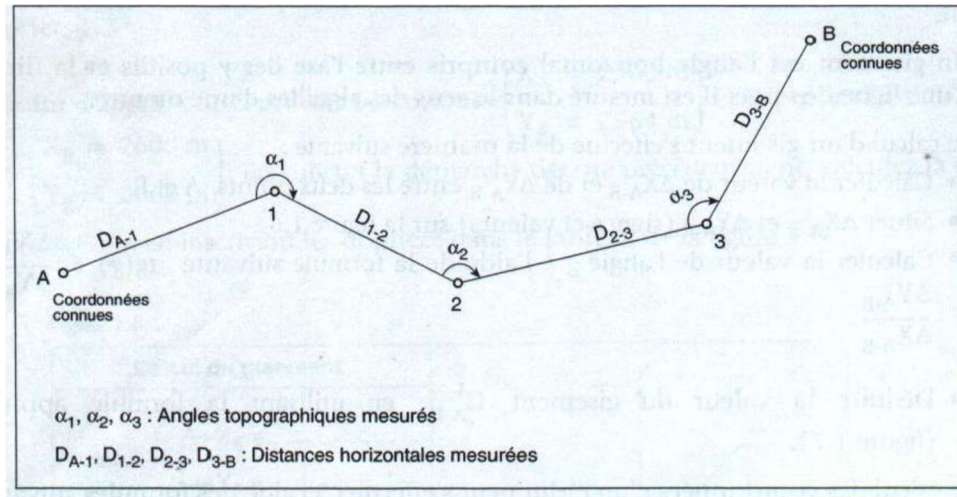


Figure I.4 Cheminement (A-1-2-3-B).

I.3.1 Types de cheminements

Il existe trois types de cheminements:

- Le cheminement tendu ou encadré, utilisé lorsque les coordonnées des points A et B sur lesquels il s'appuie sont connues dans le système général. Ce cheminement permet de rattacher les travaux réalisés à une carte.
- Le cheminement fermé, utilisé pour les levés locaux où les points connus dans le système général sont inexistants.
- L'antenne, que l'on utilise peu.

I.3.1.1 Cheminement tendu (ou encadré)

Le cheminement tendu est une ligne polygonale qui relie deux points (A et B) aux coordonnées connues (figure I.5).

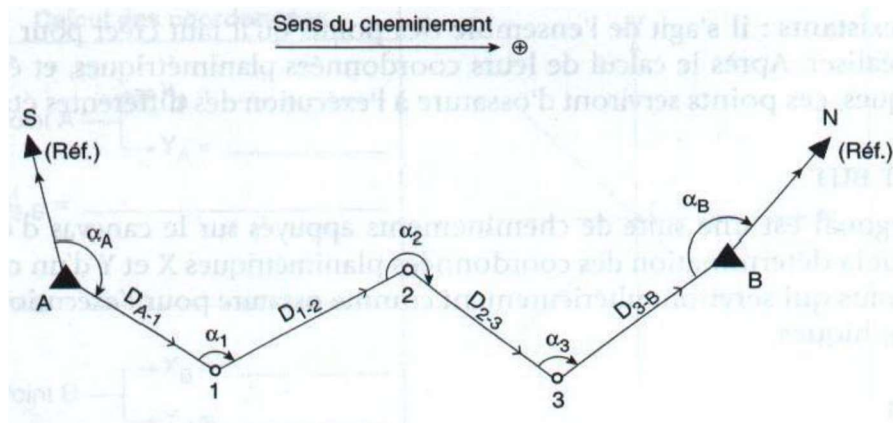


Figure I.5 Cheminement tendu (A-1-2-3-B)

1, 2, 3 : Points de coordonnées inconnues

A : Point de départ des coordonnées connues

B : Point d'arrivée de coordonnées connues

S et N: Points de référence (orientation du cheminement)

$\alpha_A, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: Angles topographiques mesurés

$D_{A-1}, D_{1-2}, D_{2-3}, D_{3-B}$: Distances horizontales mesurées.

I.3.1.2 Cheminement fermé

Le cheminement fermé est une ligne polygonale qui part d'un point A aux coordonnées connues et se referme sur le même point (figure I.6). En raison de sa faible précision et de l'absence d'un point d'arrivée différent du point de départ, il est **souvent employé pour les levés dans le système local**.

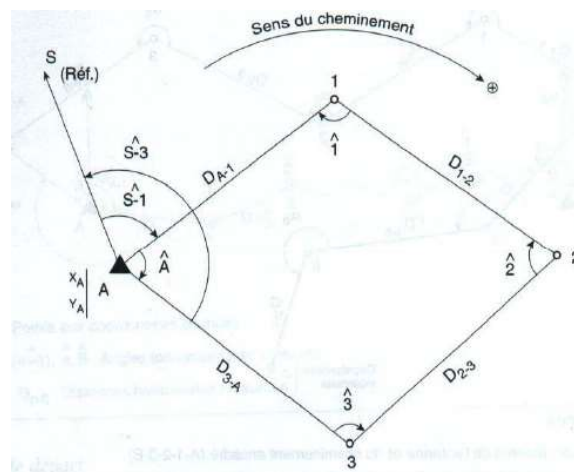


Figure I.6 Cheminement fermé (A-1-2-3-A)

1, 2, 3 : Points de coordonnées inconnues

A : Point de départ et des arrivées des coordonnées connues

S: Points de référence de coordonnée connue

$\alpha_A, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: Angles topographiques mesurés

$D_{A-1}, D_{1-2}, D_{2-3}, D_{3-B}$: Distances horizontales mesurées.

I.3.1.3 Antenne

On appelle antenne une ligne polygonale qui part d'un point A aux coordonnées connues pour aboutir sur un point c aux coordonnées inconnues. Ce cheminement est très rarement utilisé, car il faut l'observer en aller et en retour (figure I.7).

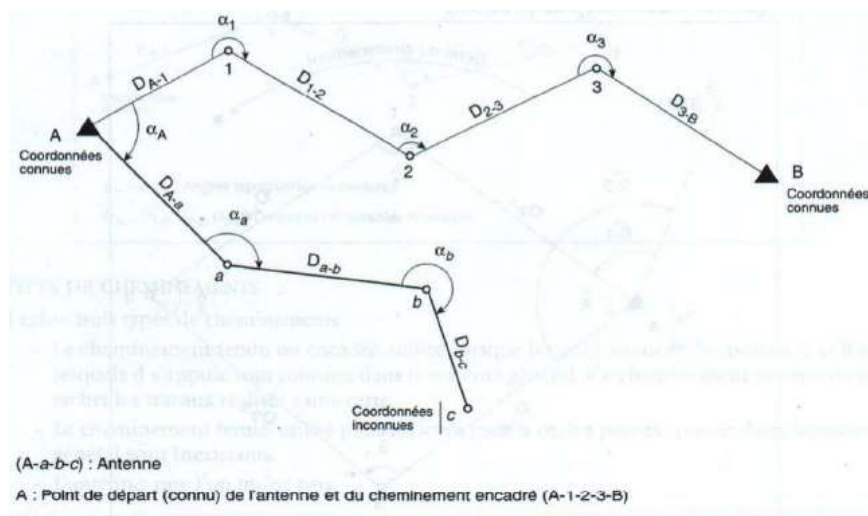


Figure I.7 Antenne (A-d-b-c).

(A-d-b-c) : Antenne

A : Point de départ (connu) de l'antenne et du cheminement encadré (A-1-2-3-B).

I.5 Calcul d'un cheminement tendu

Le calcul d'un cheminement tendu se fait en plusieurs étapes, qui se résument comme suit :

1. Calcul des gisements
2. Détermination de la fermeture angulaire et de la tolérance de fermeture angulaire
3. Compensation des gisements
4. Calcul des coordonnées relatives ou approchées
5. Détermination des écarts de fermeture planimétriques et des tolérances planimétriques en direction et en longueur
6. Ajustement planimétrique

7. Calcul des coordonnées définitives

1.5.1 Calcul des gisements

Connaissant les coordonnées rectangulaires X et Y des points L, A, B et M (figure I.8), il s'agit de calculer, en premier lieu, le gisement de départ G^t_{A-L} et le gisement d'arrivée exact G^t_{B-M} .

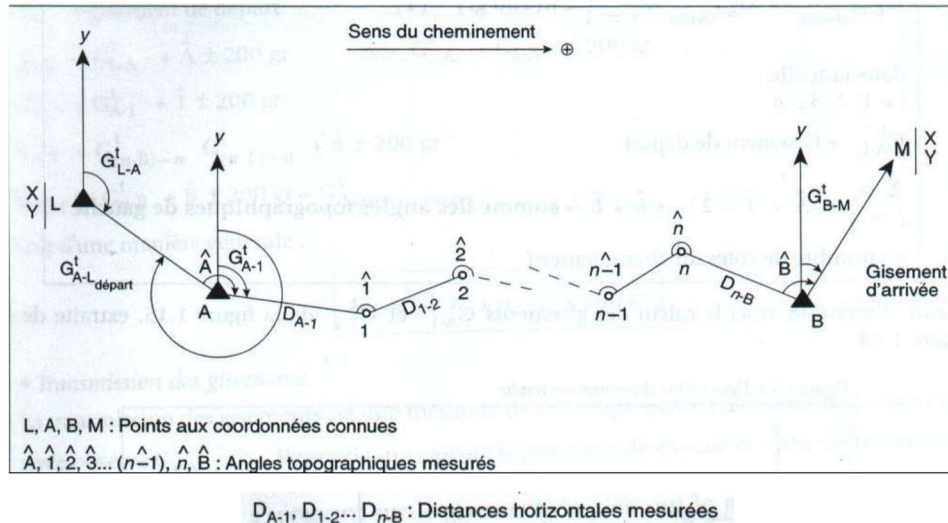


Figure I.8 Cheminement tendu (A-1-2.....n-B).

Calcul du gisement d'arrivée observé

Le calcul du gisement d'arrivée observé $G^t_{B-M \text{ observé}}$ se fait par deux méthodes:

- 1^{ère} méthode : application de la formule générale;
- 2^{ème} méthode : transmission des gisements

• Application de la formule générale

Étant donné qu'à chaque station on a mesuré les angles topographiques de gauche $\hat{A} + \hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{n} + \hat{B}$, le gisement d'arrivée observé sera donné par la formule suivante :

$$G^t_{B-M} = G^t_{A-L \text{ départ}} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \pm n(200)gr \quad (I.1)$$

Dans laquelle : $i=1,2,3,\dots,n$

G^t_{A-L} = gisement de départ.

$\sum_{i=1}^n \alpha_i = \hat{A} + \hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{n} + \hat{B}$ = somme des angles topographiques de gauche.

n = nombre de côtes du cheminement.

-Transmission des gisements

La transmission des gisements est une méthode de calcul qui permet d'obtenir le gisement d'arrivée observé $G^t_{B-M \text{ observé}}$. Pour cela on calcule le gisement de chaque côté du cheminement en s'appuyant sur le gisement du côté qui le précède, jusqu'à ce que l'on aboutisse au gisement d'arrivée observé ($G^t_{B-M \text{ observé}}$).

Soit d'une manière générale :

$$G^t_i = G^t_{i-1} \pm \alpha_{i-1} \pm 200\text{gr} \quad (\text{I.2})$$

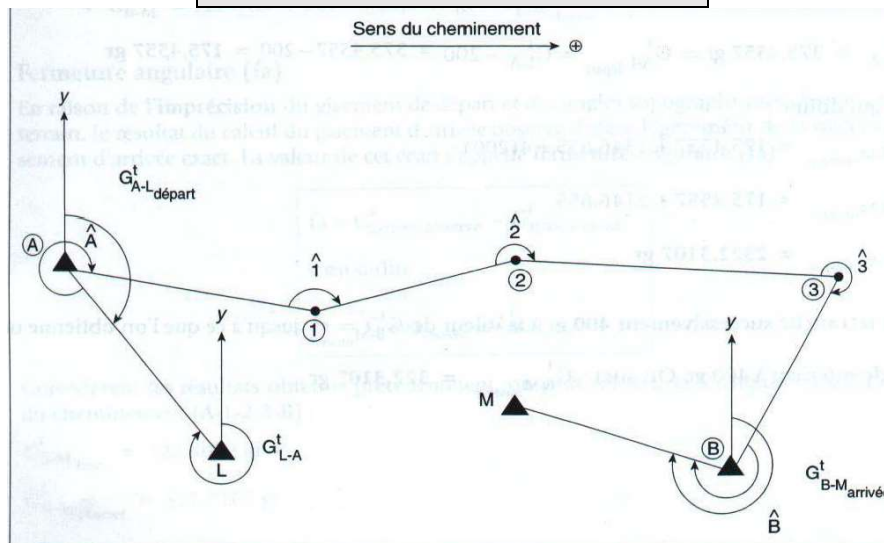


Figure I.10 Cheminement tendu (A-1-2-3-B).

Exemple

Le cheminement (A-1-2-3-B) a été observé avec un théodolite dont la précision de la mesure de l'angle (σ_α) est de 0,544 gr.

Le gisement G^t_{L-A} est égal à 375,4557 gr. Le gisement d'arrivée exact ($G^t_{B-M \text{ exacte}}$) est égal à 322,3092 gr.

Les angles topographiques de gauche mesurés sur le terrain ont les valeurs suivantes :

$$\hat{A} = 343,360 \text{ gr}, \hat{1} = 177,695 \text{ gr}, \hat{2} = 201,990, \hat{3} = 313,420 \text{ gr}, \hat{B} = 310,390 \text{ gr}.$$

Les distances mesurées sur le terrain ont les valeurs suivantes: $D_{A-1} = 34,30 \text{ m}$, $D_{1-2} = 31,70 \text{ m}$, $D_{2-3} = 38,50 \text{ m}$, $D_{3-B} = 49,50 \text{ m}$.

Les coordonnées du point de départ A et du point d'arrivée B sont :

$$A \begin{cases} X_A = 5000,000 \text{ m} \\ Y_A = 2000,000 \text{ m} \end{cases} ; B \begin{cases} X_B = 5093,850 \text{ m} \\ Y_B = 1944,250 \text{ m} \end{cases}$$

La précision sur la mesure d'une distance est $\sigma_l = 2,8 \text{ cm}$.

La première étape consiste à calculer le gisement d'arrivée observé ($G^t_{B-M \text{ observé}}$). L'application de la formule 1 donne :

Calcul de la somme des angles topographiques ($\sum_{i=1}^n \alpha_i$)

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 343,360 + 177,695 + 201,990 + 313,420 + 310,390 = \mathbf{1346,855 \text{ gr}}$$

Donc :

$$G^t_{B-M \text{ observé}} = G^t_{A-L \text{ départ}} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \pm n(200)\text{gr}$$

$$G^t_{L-A} = 375,4557 \text{ gr} \Rightarrow G^t_{A-L \text{ départ}} = G^t_{L-A} - 200 = 375,4557 - 200 = \mathbf{175,4557 \text{ gr}}$$

Ce qui donne :

$$G^t_{B-M \text{ observé}} = 175,4557 + 1346,855 + 4(200).$$

$$G^t_{B-M \text{ observé}} = 175,4557 + 2146,855$$

$$G^t_{B-M \text{ observé}} = \mathbf{2322,3107 \text{ gr.}}$$

On retranche successivement 400 gr à la valeur de $G^t_{B-M \text{ observé}}$ jusqu'à ce que l'on obtienne un angle intérieur à 400 gr. On aura: $G^t_{B-M \text{ observé}} = \mathbf{322,3107 \text{ gr.}}$

2/ Considérant les résultats obtenus précédemment, on peut calculer les gisements des côtés du cheminement (A-1-2-3-B) de la figure I.10 :

- On sait que $G^t_{L-A} = 375,4557 \text{ gr.}$

- Après les calculs, on obtient :

$$\bullet \quad G^t_{A-1} = G^t_{L-A} + \hat{A} \pm 200 \text{ gr} = 375,4557 + 343,360 \pm 200 = 718,8157 - 200$$

$$G^t_{A-1} = 318,8157 - 200 = \mathbf{118,8157 \text{ gr}}$$

$$\bullet \quad G^t_{1-2} = G^t_{A-1} + \hat{1} \pm 200\text{gr} = 118,8157 + 177,695 \pm 200 = 296,5107 - 200$$

$$G^t_{1-2} = 296,5107 - 200 = \mathbf{96,5107 \text{ gr}}$$

$$\bullet \quad G^t_{2-3} = G^t_{1-2} + \hat{2} \pm 200\text{gr} = 96,5107 + 201,990 \pm 200 = 298,5007 - 200$$

$$G^t_{2-3} = 298,5007 - 200 = \mathbf{98,5007 \text{ gr}}$$

$$\bullet \quad G^t_{3-B} = G^t_{2-3} + \hat{3} \pm 200\text{gr} = 98,5007 + 313,420 \pm 200 = 411,9207 - 200$$

$$G^t_{3-B} = 411,9207 - 200 = \mathbf{211,9207 \text{ gr}}$$

$$\bullet \quad G^t_{B-M} = G^t_{3-B} + \hat{B} \pm 200\text{gr} = 211,9207 + 310,300 \pm 200 = 522,3107 - 200$$

$$G^t_{B-M} = 122,3107 + 200 = \mathbf{322,3107 \text{ gr} = G^t_{B-M \text{ observé}}}$$

- **On retranche 200 gr à la quantité ($G^t_{i-1} + \alpha_{i-1}$) quand celle-ci est supérieure à 200 gr. On ajoute 200 gr à la quantité ($G^t_{i-1} + \alpha_{i-1}$) quand celle-ci est inférieure à 200 gr.**

- On ajoute α_{i-1} à la quantité G^t_{i-1} si l'angle topographique mesuré sur le terrain est de gauche et on le retranche à la quantité G^t_{i-1} s'il est mesuré à droite.

1.5.2 Fermeture angulaire (fa) et de la tolérance de fermeture angulaire

-Fermeture angulaire (fa)

En raison de l'**imprécision** du gisement de départ et des angles topographiques observés sur le terrain, le résultat du calcul du gisement d'arrivée observé **diffère légèrement** de la valeur du gisement d'arrivée exact. La valeur de cet écart s'appelle **fermeture angulaire (fa)**.

$$\mathbf{fa = G^t_{arrivé observé} - G^t_{arrivée exact} \quad (I.3)}$$

c'est-à-dire :

$$\mathbf{fa = G^t_{B-M observé} - G^t_{B-M exact}}$$

Considérant les résultats obtenus précédemment, on peut calculer la fermeture angulaire (fa) du cheminement (A-1-2-3-B) :

$$G^t_{B-M exact} = 322,3092 \text{ gr}$$

$$G^t_{B-M observé} = 322,3107 \text{ gr}$$

Donc :

$$\mathbf{fa = G^t_{B-M observé} - G^t_{B-M exact}}$$

$$\mathbf{fa = 322,3107 - 322,3092 + 15 \text{ dmgr}}$$

$$\mathbf{fa = +15 \text{ dmgr..}}$$

-Tolérance de fermeture angulaire (Tα)

La tolérance de fermeture angulaire ($T\alpha$) est la valeur maximale que la fermeture angulaire ne doit pas dépasser pour que l'on puisse considérer que les mesures sont exactes. Ainsi il faut que :

$$\mathbf{fa \leq T\alpha}$$

Si σ_α est la précision de la mesure de l'angle et n le nombre de côtés du cheminement, la tolérance ($T\alpha$) est donnée par la formule suivante:

$$\mathbf{T\alpha = 2.7 \times \sigma_\alpha \times \sqrt{n + 1} \quad (I.4)}$$

dans laquelle 2,7 est un coefficient constant.

Le calcul de la tolérance après l'observation du cheminement (A-1-2-3-B) donne :

$$S_a = 0,544 \text{ gr}, n = 4$$

Donc:

$$T_\alpha = 2.7 \times \sigma_\alpha \times \sqrt{n+1}$$

$$T_\alpha = 2.7 \times 0.544 \times \sqrt{4+1}$$

$$T_\alpha = 2.7 \times 0.544 \times \sqrt{5}$$

$$\mathbf{T_\alpha = 3,284 \text{ gr.}}$$

Comme la fermeture angulaire calculée précédemment est inférieure à la valeur T_α on peut continuer les calculs.

1.5.3 Compensation des gisements

En général, il faut répartir l'écart de fermeture angulaire (erreur angulaire mesurée) entre tous les gisements qui composent le cheminement.

En considérant les résultats obtenus précédemment, calculons les gisements compensés de chacun des côtés du cheminement (A-1-2-3-B) de la figure 1.10:

$$G^t_{A-1 \text{ comp}} = G^t_{A-1} + \left(-\frac{fa}{n+1}\right) = 118.8157 \text{ gr} + \left(-\frac{15 \text{ dmgr}}{5}\right) = 118,8157 \text{ gr} - 3 \text{ dmgr}$$

$$G^t_{A-1 \text{ comp}} = 118,8157 - 0,0003 = \mathbf{118,8154 \text{ gr.}}$$

$$G^t_{1-2 \text{ comp}} = G^t_{1-2} + \left(-\frac{2 \times fa}{n+1}\right) = 96,5107 \text{ gr} + \left(-\frac{2 \times 15 \text{ dmgr}}{5}\right) = 96,5107 \text{ gr} - 6 \text{ dmgr}$$

$$G^t_{1-2 \text{ comp}} = 96,5107 - 0,0006 = \mathbf{96,5101 \text{ gr}}$$

$$G^t_{2-3 \text{ comp}} = G^t_{2-3} + \left(-\frac{3 \times fa}{n+1}\right) = 98,5007 \text{ gr} + \left(-\frac{3 \times 15 \text{ dmgr}}{5}\right) = 98,5007 \text{ gr} - 9 \text{ dmgr}$$

$$G^t_{2-3 \text{ comp}} = 98,5007 \text{ gr} - 0,0009 = \mathbf{98,4998 \text{ gr}}$$

$$G^t_{3-B \text{ comp}} = G^t_{3-B} + \left(-\frac{4 \times fa}{n+1}\right) = 211,9207 \text{ gr} + \left(-\frac{4 \times 15 \text{ dmgr}}{5}\right) = 211,9207 \text{ gr} - 12 \text{ dmgr}$$

$$G^t_{3-B \text{ comp}} = 211,9207 - 0,0012 = \mathbf{211,9195 \text{ gr}}$$

Contrôle:

$$G^t_{B-M \text{ comp}} = G^t_{B-M \text{ observée}} + \left(-\frac{5 \times fa}{5}\right) = 322,3107 \text{ gr} + \left(-\frac{5 \times 15 \text{ dmgr}}{5}\right) = 322,3107 - 0,0015$$

$$\text{On obtient : } \mathbf{G^t_{B-M \text{ comp}} = 322,3092 \text{ gr} = G^t_{B-M \text{ exact}}}$$

1.5.4 Coordonnées relatives

Le calcul des coordonnées **relatives (ou approchées)** se traduit par une transformation des coordonnées polaires (distance et gisement) en coordonnées rectangulaires par rapport au point

d'observation, qu'on appellera AX pour les coordonnées en abscisse et AY pour les coordonnées en ordonnée. Elles sont données par les formules suivantes :

$$\Delta X = D \times \sin G^t_{\text{compensé}}$$

$$\Delta Y = D \times \cos G^t_{\text{compensé}} \quad (I.6)$$

Dans lesquelles :

D : Distance horizontale mesurée entre deux points

G^t : Gisement compensé de la direction formée par ces deux points

A partir de la figure 1.8, on peut déduire les coordonnées relatives suivantes :

- En abscisse :

$$\Delta X_{A-1} = D_{A-1} \times \sin G^t_{A-1 \text{ comp}}$$

$$\Delta X_{1-2} = D_{1-2} \times \sin G^t_{1-2 \text{ comp}}$$

$$\Delta X_{2-3} = D_{2-3} \times \sin G^t_{2-3 \text{ comp}}$$

$$\Delta X_{n-B} = D_{n-B} \times \sin G^t_{n-B \text{ comp}}$$

- En ordonnée :

$$\Delta Y_{A-1} = D_{A-1} \times \cos G^t_{A-1 \text{ comp}}$$

$$\Delta Y_{1-2} = D_{1-2} \times \cos G^t_{1-2 \text{ comp}}$$

$$\Delta Y_{2-3} = D_{2-3} \times \cos G^t_{2-3 \text{ comp}}$$

$$\Delta Y_{n-B} = D_{n-B} \times \cos G^t_{n-B \text{ comp}}$$

Considérant les résultats obtenus précédemment, on peut calculer les coordonnées relatives du cheminement (A-1-2-3-B) :

- Le calcul des coordonnées relatives en abscisse donne :

$$\bullet \Delta X_1 = 34,30 \times \sin 118,8154 = +\mathbf{32,81 \text{ m}}$$

$$\bullet \Delta X_2 = 31,70 \times \sin 96,5101 = +\mathbf{31,65 \text{ m}}$$

$$\bullet \Delta X_3 = 38,50 \times \sin 98,4998 = +\mathbf{38,49 \text{ m}}$$

$$\bullet \Delta X_4 = 49,50 \times \sin 211,9195 = -\mathbf{09,21 \text{ m}}$$

- Le calcul des coordonnées relatives en ordonnée donne :

$$\bullet \Delta Y_1 = 34,30 \times \cos 118,8154 = -\mathbf{09,99 \text{ m}}$$

$$\bullet \Delta Y_2 = 31,70 \times \cos 96,5101 = +\mathbf{01,74 \text{ m}}$$

$$\bullet \Delta Y_3 = 38,50 \times \cos 98,4998 = +\mathbf{00,91 \text{ m}}$$

• $\Delta Y_4 = 49,50 \times \cos 211,9195 = -48,63 \text{ m}$

1.5.5 Écarts de fermeture planimétriques (fx et fy) et la tolérance planimétrique

- Écarts de fermeture planimétriques (fx et fy)

On obtient des coordonnées X'_B et Y'_B légèrement différentes de X_B et Y_B . Cette différence de valeur s'appelle écart de fermeture planimétrique. Elle est composée de l'écart de fermeture planimétrique en abscisse (fx) et de l'écart de fermeture planimétrique en ordonnée (fy). La fermeture (F) :

$$F = \sqrt{fx^2 + fy^2}$$

Sachant que X_A et Y_A , sont les coordonnées du point de départ et que X_B et Y_B sont les coordonnées exactes du point d'arrivée, on a :

$$\begin{aligned} fx &= (X_A + \sum \Delta X) - X_B \\ fy &= (Y_A + \sum \Delta Y) - Y_B \end{aligned} \quad (I.7)$$

on peut calculer les écarts de fermeture planimétriques fx et fy . On obtient ainsi :

- la somme des ΔX : $\sum \Delta X = +93,74 \text{ m}$

- la somme des ΔY : $\sum \Delta Y = -55,97 \text{ m}$

Donc:

$$fx = (5000,000 + 93,74) - 5093,850 = 5093,74 - 5093,850$$

$$fx = -0,11 \text{ m} = -110 \text{ mm}$$

$$fy = 2000,000 + (-55,97) - 1944,250$$

$$fy = 1944,03 - 1944,250$$

$$fy = -0,22 \text{ m} = -220 \text{ mm}.$$

-Tolérances planimétriques en direction (Td_m) et en longueur (TL_m)

Les tolérances planimétriques en direction (Td_m) et en longueur (TL_m) sont les erreurs maximales admises.

$$T_F = \sqrt{TL_m^2 + Td_m^2} \quad (I.8)$$

C'est-à-dire : $F \leq T_F$

$$\sqrt{fx^2 + fy^2} \leq \sqrt{TL_m^2 + Td_m^2}$$

La tolérance planimétrique en direction (Td_m) est donnée par l'équation suivante :

$$Td_m = 2.7 \times L_m \times \sigma_\alpha \times \sqrt{n/3}$$

dans laquelle:

L_m = Longueur totale du cheminement

σ_α = Précision de la mesure de l'angle (σ_α , doit être convertie en radians.)

n = Nombre de côtés du cheminement

La tolérance planimétrique en longueur (TL_m) est donnée par l'équation suivante :

$$TL_m = 2.7 \times \sigma_l \times \sqrt{n}$$

dans laquelle : σ_l = Précision de la mesure d'un côté

n = Nombre de côtés

Calcul de Td_m :

$$Td_m = 2.7 \times L_m \times \sigma_\alpha \times \sqrt{n/3}$$

$$L_m = \sum Di = 154m.$$

$$\sigma_\alpha = \frac{0.544 \times 3.14}{200} = 0,0085408 \text{ rad}$$

Donc:

$$Td_m = 2.7 \times 154 \times 0,0085408 \times \sqrt{4/3}$$

On obtient :

$$Td_m = 3,55126464 \times 1.154700538$$

$$\mathbf{Td_m = 4,10 \text{ m}}$$

Calcul de TL_m :

$$TL_m = 2.7 \times \sigma_l \times \sqrt{n}$$

$$TL_m = 2.7 \times 2.8 \text{ cm} \times \sqrt{4} = 15.12 \text{ cm}$$

$$\mathbf{TL_m = 15,12 \text{ cm}}$$

1.5.6 Ajustement planimétrique (compensation des AX et des AY)

on répartit les écarts de fermetures planimétriques fx et fy entre les coordonnées relatives.

-Ajustement planimétrique en abscisse

L'ajustement planimétrique en abscisse (C_x) est calculé en fonction de la longueur de chaque côté et de la longueur totale du cheminement. ce qui donne:

$$\begin{aligned}\Delta X_{A-1 \text{ comp}} &= \Delta X_{A-1} + (-fx \times \frac{DA-1}{L}) \\ \Delta X_{1-2 \text{ comp}} &= \Delta X_{1-2} + (-fx \times \frac{D1-2}{L}) \\ \Delta X_{2-3 \text{ comp}} &= \Delta X_{2-3} + (-fx \times \frac{D2-3}{L}) \\ \Delta X_{n-B \text{ comp}} &= \Delta X_{n-B} + (-fx \times \frac{Dn-B}{L})\end{aligned}\quad (I.9)$$

-Ajustement planimétrique en ordonnée

On compense les coordonnées relatives en ordonnée, ce qui donne:

$$\begin{aligned}\Delta Y_{A-1 \text{ comp}} &= \Delta Y_{A-1} + (-fy \times \frac{DA-1}{L}) \\ \Delta Y_{1-2 \text{ comp}} &= \Delta Y_{1-2} + (-fy \times \frac{D1-2}{L}) \\ \Delta Y_{2-3 \text{ comp}} &= \Delta Y_{2-3} + (-fy \times \frac{D2-3}{L}) \\ \Delta Y_{n-B \text{ comp}} &= \Delta Y_{n-B} + (-fy \times \frac{Dn-B}{L})\end{aligned}\quad (I.10)$$

En s'appuyant sur les résultats obtenus précédemment, on peut calculer par exemple les valeurs ΔX et ΔY compensées du cheminement (A-1-2-3-B). En premier lieu, le calcul des C_x et des C_y donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned}C_{x1} &= -(-110\text{mm} \times \frac{34.30}{154}) = + (110 \text{ mm} \times 0,223 \text{ m}) = \mathbf{+24 \text{ mm}} \\ C_{x2} &= -fx \times \frac{D2}{L} = -(-110\text{mm} \times \frac{31.70 \text{ m}}{154}) = + (110 \text{ mm} \times 0,206 \text{ m}) = \mathbf{+23 \text{ mm}} \\ C_{x3} &= -fx \times \frac{D3}{L} = -(-110\text{mm} \times \frac{38.50 \text{ m}}{154}) = + (110 \text{ mm} \times 0,250 \text{ m}) = \mathbf{+27 \text{ mm}} \\ C_{x4} &= -fx \times \frac{D4}{L} = -(-110\text{mm} \times \frac{49.50 \text{ m}}{154}) = + (110 \text{ mm} \times 0,321 \text{ m}) = \mathbf{+35 \text{ mm.}} \\ C_{y1} &= -(-220\text{mm} \times \frac{34.30}{154}) = + (220 \text{ mm} \times 0,223 \text{ m}) = \mathbf{+49 \text{ mm}} \\ C_{y2} &= -(-220\text{mm} \times \frac{31.70 \text{ m}}{154}) = + (220 \text{ mm} \times 0,206 \text{ m}) = \mathbf{+45 \text{ mm}} \\ C_{y3} &= -(-220\text{mm} \times \frac{38.50 \text{ m}}{154}) = + (220 \text{ mm} \times 0,250 \text{ m}) = \mathbf{+55 \text{ mm}} \\ C_{y4} &= -(-220\text{mm} \times \frac{49.50 \text{ m}}{154}) = + (220 \text{ mm} \times 0,321 \text{ m}) = \mathbf{+71 \text{ mm.}}\end{aligned}$$

Connaissant les résultats des C_x et des C_y , on calcule les valeurs ΔX et ΔY compensées, ce qui donne:

$$\begin{aligned}\Delta X_{A-1 \text{ comp}} &= 32.81 + 0.024 = \mathbf{+32.834 \text{ m}} \\ \Delta X_{1-2 \text{ comp}} &= 31.65 + 0.023 = \mathbf{31.673 \text{ m}} \\ \Delta X_{2-3 \text{ comp}} &= 38.49 + 0.027 = \mathbf{+38.517 \text{ m}}\end{aligned}$$

$$\Delta X_{3-B \text{ comp}} = -09.21 + 0.035 = \mathbf{-09.175 \text{ m}}$$

Et

$$\Delta Y_{A-1 \text{ comp}} = -09.99 + 0.049 = \mathbf{-9.941 \text{ m}}$$

$$\Delta Y_{1-2 \text{ comp}} = 01.74 + 0.045 = \mathbf{+1.785 \text{ m}}$$

$$\Delta Y_{2-3 \text{ comp}} = 00.91 + 0.055 = \mathbf{+0.965 \text{ m}}$$

$$\Delta Y_{3-B \text{ comp}} = -48.63 + 0.071 = \mathbf{-48.559 \text{ m}}$$

1.5.7 Coordonnées définitives

Étant donné que les coordonnées relatives en abscisse et en ordonnée sont compensées, il devient maintenant aisé de calculer **les coordonnées définitives** des points 1, 2, 3... (n-1), n.

Donc, on peut écrire :

$$\begin{aligned} X_n &= X_{n-1} + \Delta X_{n \text{ comp}} \\ Y_n &= Y_{n-1} + \Delta Y_{n \text{ comp}} \end{aligned} \quad (I.11)$$

Les coordonnées définitives ainsi obtenues correspondent aux équations suivantes :

En abscisse :

$$X_1 = X_A + \Delta X_{A-1 \text{ comp}}$$

$$X_2 = X_1 + \Delta X_{1-2 \text{ comp}}$$

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_{(n-1)n \text{ comp}}$$

$$X_B = X_n + \Delta X_{n-B \text{ comp}} = X_B \text{ (arrivée exact)}$$

En ordonnée :

$$Y_1 = Y_A + \Delta Y_{A-1 \text{ comp}}$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{1-2 \text{ comp}}$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{(n-1)n \text{ comp}}$$

$$Y_B = Y_n + \Delta Y_{n-B \text{ comp}} = Y_B \text{ (arrivée exact)}$$

Comme dernier exemple, on peut calculer les coordonnées définitives des points du cheminement (A-1-2-3-B) en s'appuyant sur les résultats obtenus précédemment :

- Les coordonnées du point de départ A sont :

$$X_A = 5000,000 \text{ m et } Y_A = 2000,000 \text{ m}$$

- Donc les abscisses définitives des points 1, 2, 3 et B sont :

$$\bullet X_1 = 5000,000 + 32,834 = \mathbf{5032,834 \text{ m}}$$

$$\bullet X_2 = 5032,834 + 31.673 = \mathbf{5064,507 \text{ m}}$$

$$\bullet X_3 = 5064,507 + 38,517 = \mathbf{5103,024 \text{ m}}$$

- $X_B = 5103,024 - 09,175 = \mathbf{5093,849\ m} = \mathbf{5093,850\ m} = X_{\text{Bexact}}$

- Les ordonnées définitives des points 1, 2, 3 et B sont :

- $Y_1 = 2000,000 + (-9,941) = \mathbf{1990,059\ m}$

- $Y_2 = 1990,059 + 1,785 = \mathbf{1991,844\ m}$

- $Y_3 = 1991,844 + 0,965 = \mathbf{1992,809\ m}$

- $Y_B = 1992,809 + (-48,559) = \mathbf{1944,250\ m} = Y_{\text{Bexact}}$

I.6 Calcul d'un cheminement fermé

Bien qu'il ne soit pas d'une grande précision, le cheminement fermé est souvent employé lorsque la surface à lever est peu étendue. Son calcul se fait en plusieurs étapes, qui sont similaires à celles du cheminement tendu. Elles se résument comme suit:

1. Détermination du gisement de départ
 2. Somme théorique des angles topographiques
 3. Somme pratique des angles topographiques
 4. Détermination de la fermeture angulaire et de la tolérance de fermeture angulaire
 5. Compensation angulaire
 6. Compensation des angles topographiques
 7. Compensation des gisements
 8. Calcul des coordonnées relatives ΔX et ΔY
 9. Détermination des écarts de fermeture planimétriques f_x et f_y
 10. Calcul de la tolérance planimétrique
 11. Ajustement planimétrique
 12. Calcul des coordonnées définitives
- Pour illustrer chacune des étapes de calcul du cheminement fermé, on s'appuiera sur l'exemple de la figure I.11.

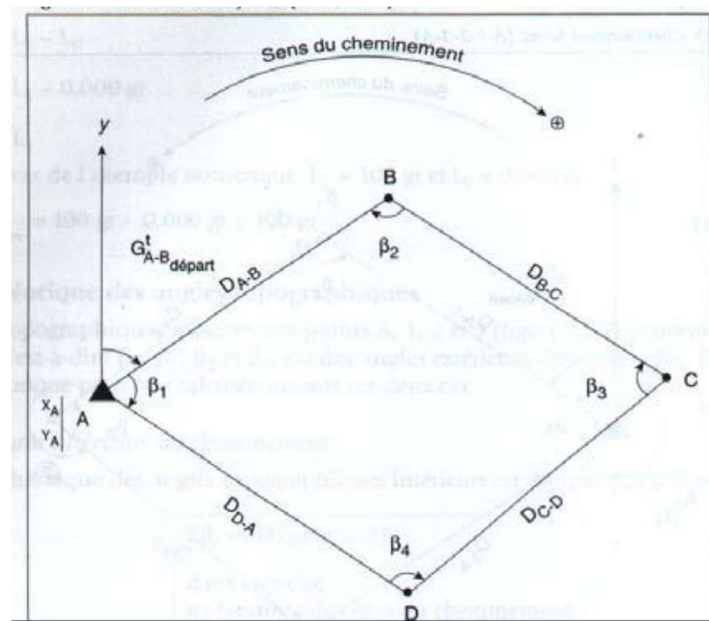


Figure I.11 Cheminement fermé (A-B-C-D).

Exemple

Le cheminement (A-B-C-D-A) a été observé avec un théodolite dont la précision de la mesure de l'angle σ_α est de 0,05 gr. Le gisement de départ $G_{A-B}^{\text{départ}}$ est égal à 100 gr. Les angles topographiques intérieurs (β_i) et les distances horizontales (D_i) mesurées sont les suivants :

$$\beta_1 = 176,9400 \text{ gr} ; \beta_2 = 62,4400 \text{ gr} ; \beta_3 = 92,32009 \text{ gr} ; \beta_4 = 68,4200 \text{ gr}$$

$$D_{A-B} = 43,210 \text{ m} ; D_{B-C} = 65,818 \text{ m} ; D_{C-D} = 60,778 \text{ m} ; D_{D-A} = 42,225 \text{ m}$$

Les coordonnées du point de départ A sont: $X_A = 100,355 \text{ m}$; $Y_A = 550,397 \text{ m}$.

I.6.1 Gisement de départ

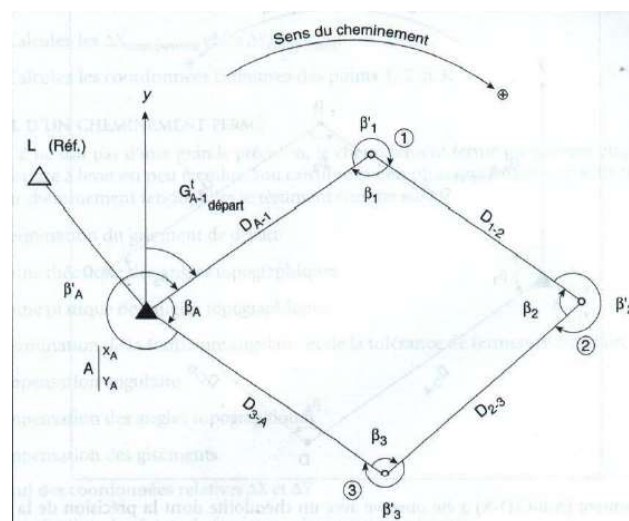


Figure I.12 Cheminement fermé (A-1-2-3-A).

A : point de départ et d'arrivée de coordonnées connues

L : point de référence de coordonnées connues

$\beta_A, \beta_1, \beta_2, \beta_3$: angles topographiques intérieurs mesurés

$\beta'_A, \beta'_1, \beta'_2, \beta'_3$: angles topographiques extérieurs mesurés

$D_{A-B}, D_{B-C}, D_{C-D}, D_{D-A}$: distances horizontales mesurés

Dans le cas de l'exemple numérique, $G^t_{A-1} = 100\text{gr} - 0,000 \text{ gr} = \mathbf{100 \text{ gr}}$.

I.6.2 Somme théorique des angles topographiques

La somme théorique des angles topographiques intérieurs est donnée par la formule suivante :

$$\sum \beta_i = 200 \text{ gr } (n - 2) \quad (\text{I.12})$$

Dans laquelle :

n: Nombre de côtés du cheminement

La somme théorique des angles topographiques extérieurs est donnée par la formule qui suit ;

$$\sum \beta_i = 200 \text{ gr } (n + 2) \quad (\text{I.13})$$

Dans laquelle:

n: Nombre de côtés du cheminement

I.6.3 Somme pratique des angles topographiques

), le calcul des sommes théorique et pratique donne :

- Somme théorique = $\sum \beta_i = 200 \text{ gr } (n - 2)$ avec $n = 4$

$$\sum \beta_i \text{ théorique} = 200 (4 - 2)$$

$$\sum \beta_i \text{ théorique} = 200 \times 2$$

$$\sum \beta_i \text{ théorique} = \mathbf{400 \text{ gr}}$$

- Somme pratique = $\sum \beta_i \text{ pratique} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4$

$$\sum \beta_i \text{ pratique} = 176,94 + 62,44 + 92,32 + 68,42 = 400,12 \text{ gr.}$$

$$\sum \beta_i \text{ pratique} = \mathbf{400.12 \text{ gr}} .$$

I.6.4 Détermination de la fermeture angulaire et de la tolérance de fermeture angulaire

-Fermeture angulaire Elle est donnée par la formule suivante:

$$\mathbf{fa} = \sum \beta_i \text{ pratique} - \sum \beta_i \text{ théorique} \quad (\text{I.14})$$

on obtient :

$$\mathbf{fa} = \sum \beta_i \text{ pratique} - \sum \beta_i \text{ théorique}$$

$$fa = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4) - 200 \text{ gr } (n - 2)$$

$$fa = 400,12 - 400 = 0,12 \text{ gr}$$

$$\mathbf{fa = 0,12 \text{ gr}}$$

-Tolérance de fermeture angulaire

Les mesures sont acceptables. il faut que :

$\mathbf{fa \leq T_\alpha}$

Si σ_α est la précision de la mesure de l'angle et n le nombre de côtés du cheminement, la tolérance de fermeture angulaire est donnée par la formule suivante :

$\mathbf{T_\alpha = 2,7 \times \sigma_\alpha \times \sqrt{n}} \text{ avec } 2,7: \text{Coefficient constant}$

$$\sigma_\alpha = 0,05 \text{ gr}, n = 4$$

Donc :

$$T_\alpha = 2,7 \times \sigma_\alpha \times \sqrt{n} = 2,7 \times 0,05 \times \sqrt{4} \quad T_\alpha = 2,7 \times 0,05 \times 2$$

$$\mathbf{T_\alpha = 0,27 \text{ gr}}$$

On remarque que $fa < T_\alpha$ ($0,12 \text{ gr} < 0,27 \text{ gr}$). On continue les calculs.

1.6.5 Compensation angulaire

En considérant les résultats obtenus précédemment, calculons les angles topographiques compensés du cheminement (A-B-C-D-A) de la figure 1.12.

$$\beta_1 \text{ compensé} = \beta_1 + \frac{-fa}{n} = 176,9400 + \left(\frac{-0,12}{4}\right) = 176,9400 - 0,03$$

$$\mathbf{\beta_1 \text{ compensé} = 176.9100 \text{ gr}}$$

$$\beta_2 \text{ compensé} = \beta_2 + \frac{-fa}{n} = 62.4400 + \left(\frac{-0,12}{4}\right) = 62.4400 - 0.03$$

$$\mathbf{\beta_2 \text{ compensé} = 62.4100 \text{ gr.}}$$

$$\beta_3 \text{ compensé} = \beta_3 + \frac{-f}{n} = 92.3200 + \left(\frac{-0,12}{4}\right) = 92.3200 - 0.03$$

$$\mathbf{\beta_3 \text{ compensé} = 92.2900 \text{ gr}}$$

$$\beta_4 \text{ compensé} = \beta_4 + \frac{-fa}{n} = 68.4200 + \left(\frac{-0,12}{4}\right) = 68.4200 - 0.03$$

$$\mathbf{\beta_4 \text{ compensé} = 68.3900 \text{ gr}}$$

1.6.6 Compensation des gisements

La formule générale appliquée est la suivante :

$$G_{n+1}^t = G_n^t \pm \beta_i \text{ compensé} \pm 200 \text{ gr} \quad (\text{I.16})$$

avec n variant de 1 jusqu'à 4 et i = 1, 2, 3, A

- On ajoute β_i compensé à la quantité G_n^t , si l'angle topographique mesuré sur le terrain est extérieur au cheminement et on le retranche à la quantité G_n^t si l'angle topographique mesuré est intérieur au cheminement.

- On ajoute 200 gr à la quantité $(G_n^t \pm \beta_i)$ si n est pair et on retranche 200 gr à la quantité $(G_n^t \pm \beta_i)$ si n est impair.

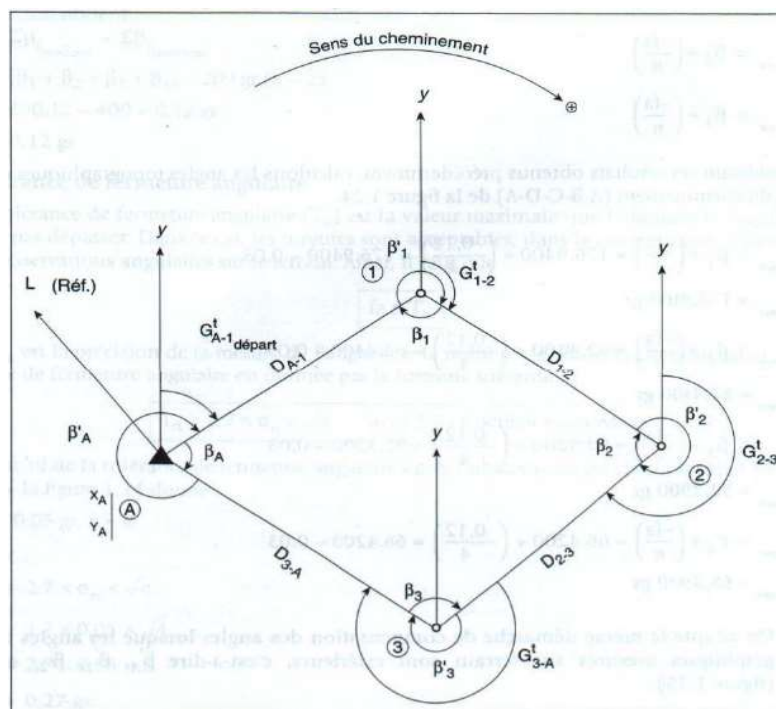


Figure I.13 Cheminement fermé (A-1-2-3-A)

En considérant les résultats obtenus précédemment, calculent les gisements compensés du cheminement (A-B-C-D-A) de la figure I.13

$$G_{A-B \text{ départ}}^t = 100 \text{ gr et } n = 4 \text{ (pair)}$$

Donc :

$$G_{B-C}^t = G_{A-B}^t - \beta_2 \text{ compensé} + 200 \text{ gr} = 100 - 62,4100 + 200 = \mathbf{237,5900 \text{ gr.}}$$

$$G_{C-D}^t = G_{B-C}^t - \beta_3 \text{ compensé} + 200 \text{ gr} = 237,5900 - 92,2900 + 200 = \mathbf{345,300 \text{ gr}}$$

$$G_{D-A}^t = G_{C-D}^t - \beta_4 \text{ compensé} + 200 \text{ gr} = 345,300 - 68,3900 + 200 = 476,91 \text{ gr} = \mathbf{76,91 \text{ gr}}$$

$$G_{A-B}^t = G_{D-A}^t - \beta_1 \text{ compensé} + 200 \text{ gr} = 76,91 - 176,9100 + 200 = \mathbf{100 \text{ gr}} = G_{A-B \text{ départ}}^t$$

I.6.7 Coordonnées relatives

Elles sont données par les formules suivantes:

$$\begin{aligned}\Delta X &= D \times \sin G^t_{\text{comp}} \\ \Delta Y &= D \times \cos G^t_{\text{comp}}.\end{aligned}\quad (I.17)$$

Dans lesquelles :

D : Distance horizontale mesurée entre deux points

G^t: Gisement compensé de la direction formée par ces deux points

- En abscisse :

- $\Delta X_{A-1} = D_{A-1} \times \sin G^t_{A-1 \text{ comp}}$
- $\Delta X_{1-2} = D_{1-2} \times \sin G^t_{1-2 \text{ comp}}$
- $\Delta X_{2-3} = D_{2-3} \times \sin G^t_{2-3 \text{ comp}}$
- $\Delta X_{3-A} = D_{3-A} \times \sin G^t_{3-A \text{ comp}}$

- En ordonnée:

- $\Delta Y_{A-1} = D_{A-1} \times \cos G^t_{A-1 \text{ comp}}$
- $\Delta Y_{1-2} = D_{1-2} \times \cos G^t_{1-2 \text{ comp}}$
- $\Delta Y_{2-3} = D_{2-3} \times \cos G^t_{2-3 \text{ comp}}$
- $\Delta Y_{3-A} = D_{3-A} \times \cos G^t_{3-A \text{ comp}}$

En se reportant aux résultats obtenus précédemment, on peut calculer les coordonnées relatives du cheminement (A-B-C-D-A) de la figure I.13 :

- En abscisse :

- $\Delta X_{A-B} = 43,210 \times \sin 100 = +\mathbf{43,210 \text{ m}}$
- $\Delta X_{B-C} = 65,818 \times \sin 237,5900 = -36,6438 \text{ m} = -\mathbf{36,644 \text{ m}}$
- $\Delta X_{C-D} = 60,778 \times \sin 345,300 = -\mathbf{46,029 \text{ m}}$
- $\Delta X_{D-A} = 42,225 \times \sin 76,91 = +39,4779 \text{ m} = +\mathbf{39,478 \text{ m}}$

- En ordonnée :

- $\Delta Y_{A-B} = 43,210 \times \cos 100 = \mathbf{0 \text{ m.}}$
- $\Delta Y_{B-C} = 65,818 \times \cos 237,5900 = -54,6739 \text{ m} = -\mathbf{54,674 \text{ m}}$
- $\Delta Y_{C-D} = 60,778 \times \cos 345,300 = +\mathbf{39,689 \text{ m}}$
- $\Delta Y_{D-A} = 42,225 \times \cos 76,91 = +\mathbf{14,981 \text{ m}}$

I.6.8 Écarts de fermeture planimétriques fx et fy

Pour le calcul de f_x et de f_y , on utilise la formule de calcul ayant servi dans le cas du cheminement tendu.

$$\begin{aligned} f_x &= \sum \Delta X = \Delta X_{A-1} + \Delta X_{1-2} + \Delta X_{2-3} + \Delta X_{3-A} \\ f_y &= \sum \Delta Y = \Delta Y_{A-1} + \Delta Y_{1-2} + \Delta Y_{2-3} + \Delta Y_{3-A} \end{aligned} \quad (I.18)$$

On peut calculer, par exemple, les écarts de fermeture f_x et f_y du cheminement (A-B-C-D-A).

On obtient ainsi :

$$f_x = \sum \Delta X = \Delta X_{A-B} + \Delta X_{B-C} + \Delta X_{C-D} + \Delta X_{D-A} = (+43,210) + (-36,644) + (-46,029) + (+39,478)$$

$$\sum \Delta X = +0,015 \text{ m} \text{ Donc : } f_x = \sum \Delta X = +0,015 \text{ m}$$

$$f_x = +15 \text{ mm}$$

$$f_y = \sum \Delta Y = \Delta Y_{A-B} + \Delta Y_{B-C} + \Delta Y_{C-D} + \Delta Y_{D-A} = (0) + (-54,674) + (39,689) + (14,981)$$

$$\sum \Delta Y = -0,004 \text{ m}$$

Donc :

$$f_y = \sum \Delta Y = -0.004 \text{ m}$$

$$f_y = 4 \text{ mm}$$

I.6.9 Tolérance planimétrique la formule simple suivante:

$$T = \frac{\sum D_i}{2000} \quad (I.19)$$

Dans laquelle :

$\sum D_i$ = Longueur totale du cheminement (A-1-2-3-A) (figure 1.13)

2000 = Coefficient constant

Pour s'assurer de l'exactitude des mesures sur le terrain et des calculs, il faut que :

$$\sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq \frac{\sum D_i}{2000}$$

$$T = \frac{\sum D_i}{2000} = D_{A-B} + D_{B-C} + D_{C-D} + D_{D-A} / 2000 = 43.210 + 65.818 + 60.778 + 42.225 / 2000 = 212.031 / 2000$$

$$T = 0.106 \text{ m} = \mathbf{106 \text{ mm}}$$

On sait que : $f_x = +15 \text{ mm}$

$$f_y = -4 \text{ mm}$$

$$F = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{15^2 + (-4)^2} = \sqrt{241}$$

F = 15.52 mm On conclut que $F < T$.

1.6.10 Ajustement planimétrique

L'ajustement planimétrique est l'opération qui consiste à ajuster les coordonnées relatives ΔX

-Ajustement planimétrique en abscisse

L'ajustement planimétrique en abscisse est donné par les formules suivantes :

$$C_{x1} = -fx \times \frac{DA-1}{L}$$

$$C_{x2} = -fx \times \frac{D1-2}{L}$$

$$C_{x3} = -fx \times \frac{D2-3}{L}$$

$$C_{x4} = -fx \times \frac{D3-A}{L}$$

Dans lesquelles :

L = Longueur totale du cheminement

D_{A-1} , D_{1-2} , D_{2-3} , D_{3-A} : Longueur des côtés successifs

Après le calcul des C_x , on compense les coordonnées relatives en abscisse, ce qui donne:

$$\Delta X_{A-1 \text{ comp}} = \Delta X_{A-1} + (-fx \times \frac{DA-1}{L})$$

$$\Delta X_{1-2 \text{ comp}} = \Delta X_{1-2} + (-fx \times \frac{D1-2}{L}) \quad (I.20)$$

$$\Delta X_{2-3 \text{ comp}} = \Delta X_{2-3} + (-fx \times \frac{D2-3}{L})$$

$$\Delta X_{3-A \text{ comp}} = \Delta X_{3-A} + (-fx \times \frac{D3-A}{L})$$

-Ajustement planimétrique en ordonnée

L'ajustement planimétrique en ordonnée (C_y) est calculé de la même manière que celui en abscisse. On obtient ainsi :

$$C_{y1} = -fy \times \frac{DA-1}{L}$$

$$C_{y2} = -fy \times \frac{D1-2}{L}$$

$$C_{y3} = -fy \times \frac{D2-3}{L}$$

$$C_{y4} = -fy \times \frac{D3-A}{L}$$

Après le calcul des C_y , on compense les coordonnées relatives en ordonnée, ce qui donne:

$$\Delta Y_{A-1 \text{ comp}} = \Delta Y_{A-1} + (-fy \times \frac{DA-1}{L})$$

$$\Delta Y_{1-2 \text{ comp}} = \Delta Y_{1-2} + (-fy \times \frac{D1-2}{L}) \quad (I.21)$$

$$\Delta Y_{2-3 \text{ comp}} = \Delta Y_{2-3} + (-fy \times \frac{D2-3}{L})$$

$$\Delta Y_{3-A \text{ comp}} = \Delta Y_{3-A} + (-f_y' \times \frac{D_{3-A}}{L})$$

Pour les Cx

$$f_x' / L = 15\text{mm}/212.031\text{m} = 0.015/212.031 = \mathbf{-0.00007 \text{ m.}}$$

donc :

$$C_{x1} = (-0.00007) \times 43.210 = \mathbf{-0.003 \text{ m}}$$

$$C_{x2} = (-0.00007) \times 65.818 = \mathbf{-0.005 \text{ m}}$$

$$C_{x3} = (-0.00007) \times 60.778 = \mathbf{-0.004 \text{ m}}$$

$$C_{x4} = (-0.00007) \times 42, 225 = \mathbf{-0.003 \text{ m}}$$

Pour les Cy

$$f_y' / L = -4 \text{ mm}/212.031\text{m} = 0.004/212.031 = \mathbf{+0.00002 \text{ m.}}$$

donc :

$$C_{y1} = (-0.00002) \times 43.210 = \mathbf{+0.0009 \text{ m}}$$

$$C_{y2} = (-0.00002) \times 65.818 = \mathbf{+0.001 \text{ m}}$$

$$C_{y3} = (-0.00002) \times 60.778 = \mathbf{+0.001 \text{ m}}$$

$$C_{y4} = (-0.00002) \times 42, 225 = \mathbf{+0.0008 \text{ m}}$$

Connaissant les valeurs des Cx et Cy on calcule les valeurs ΔX et ΔY compensée, ce qui donne :

$$\Delta X_{A-B \text{ comp}} = (+43.210) + (-0.003) = \mathbf{+ 43.207\text{m}}$$

$$\Delta X_{B-C \text{ comp}} = (-36.644) + (-0.005) = \mathbf{-36.649\text{m}}$$

$$\Delta X_{C-D \text{ comp}} = (-46.029) + (-0.004) = \mathbf{-46.033\text{m}}$$

$$\Delta X_{D-A \text{ comp}} = (+39.478) + (-0.003) = \mathbf{+ 39.475\text{m.}}$$

Et

$$\Delta Y_{A-B \text{ comp}} = (0) + (0.0009) = \mathbf{0 \text{ m}}$$

$$\Delta Y_{B-C \text{ comp}} = (-54.674) + (0.001) = \mathbf{--54.673 \text{ m}}$$

$$\Delta Y_{C-D \text{ comp}} = (+39.689) + (0.001) = \mathbf{+39.690\text{m}}$$

$$\Delta Y_{D-A \text{ comp}} = (+14.981) + (0.0008) = \mathbf{+ 14.9818\text{m} = +14.982 \text{ m.}}$$

1.6.11 Coordonnées définitives

on peut écrire :

Les coordonnées définitives ainsi obtenues correspondent aux formules suivantes :

- En abscisse :

- X_A = Point de départ
- $X_1 = X_A + \Delta X_{A-1 \text{ comp}}$
- $X_2 = X_1 + \Delta X_{1-2 \text{ comp}}$
- $X_3 = X_2 + \Delta X_{2-3 \text{ comp}}$
- $X_A = X_3 + \Delta X_{3-4 \text{ comp}} = X_{Ad'arrivée \text{ et de départ}}$

- En ordonnée:

Y_A = Point de départ

- $Y_1 = Y_A + \Delta Y_{A-1 \text{ comp}}$
- $Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{1-2 \text{ comp}}$
- $Y_3 = Y_2 + \Delta Y_{2-3 \text{ comp}}$
- $Y_A = Y_3 + \Delta Y_{3-4 \text{ comp}} = Y_{Ad'arrivée \text{ et de départ}}$

Pour terminer l'exemple, on peut calculer les coordonnées définitives des points du cheminement (A-B-C-D-A) de la figure 1.13 en s'appuyant sur les résultats obtenus précédemment.

- Les coordonnées du point de départ sont : $X_A = 100,355 \text{ m}$, $Y_A = 550,397 \text{ m}$.

Les abscisses définitives des points B, C et D sont :

- $X_A = 100,355 \text{ m}$
- $X_B = 100,355 + 43,207 = \mathbf{143,562 \text{ m}}$
- $X_C = 143,562 + (-36,649) = \mathbf{106,913 \text{ m}}$
- $X_D = 106,913 + (-46,033) = \mathbf{60,88 \text{ m}}$.

➤ Les coordonnées définitives des points B, C, D sont :

$Y_A = 550,397 \text{ m}$

- $Y_B = 550,397 + 0 = \mathbf{550,397 \text{ m}}$
- $Y_C = 550,397 + (-54,673) = \mathbf{495,724 \text{ m}}$
- $Y_D = 495,724 + 39,690 = \mathbf{535,414 \text{ m}}$
- $Y_A = 535,414 + 14,982 = 550,396 \text{ m} = \mathbf{550,397 \text{ m}} = Y_A \text{ départ}$

