

Chapitre 3

Transitions Nucléaires

3.1 Emission Alpha

Dans la nature la plupart des noyaux sont stables mais il y a certains noyaux sont instables qui permettent se désintégrer en émettant une particule alpha (α), noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$. Cette désintégration est réservée aux nucléides lourds qui possèdent une grande énergie (MeV). L'équation générale de l'activité α est [1, 8] :



Au cours de cette désintégration, il y a libération d'énergie qui s'appelle énergie de désintégration α . Pour cela, en appliquant le principe de la conservation de l'énergie totale (énergie cinétique + énergie de masse), il vient :

$$M_X c^2 + T_X = M_Y c^2 + T_Y + M_\alpha c^2 + T_\alpha \quad (3.2)$$

Le bilan d'énergie (Q) de cette réaction est :

$$Q = (M_X - M_Y - M_\alpha) c^2 \quad (3.3)$$

$$= T_Y + T_\alpha \quad (3.4)$$

On applique le principe de la conservation de l'impulsion, il vient :

$$\vec{0} = \vec{P}_y + \vec{P}_\alpha \quad (3.5)$$

ce qui nous donne :

$$T_Y = \frac{M_\alpha}{M_y} T_\alpha \quad (3.6)$$

On remplace l'expression (3.6) dans l'expression (3.4), on obtient :

$$Q = \frac{M_\alpha + M_y}{M_y} T_\alpha \quad (3.7)$$

Le diagramme d'énergie de liaison de l'émission Alpha d'un noyau est :

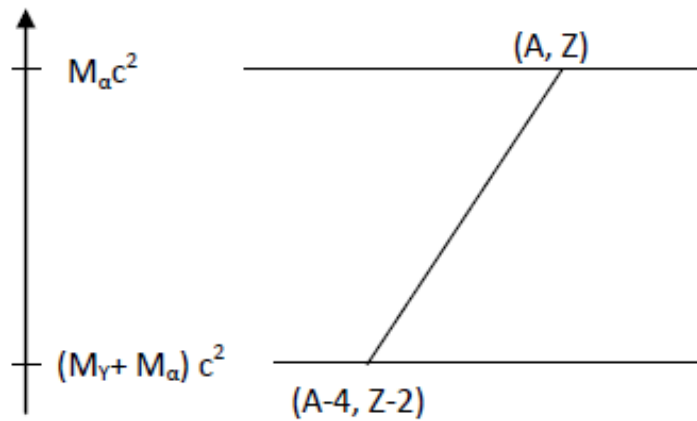
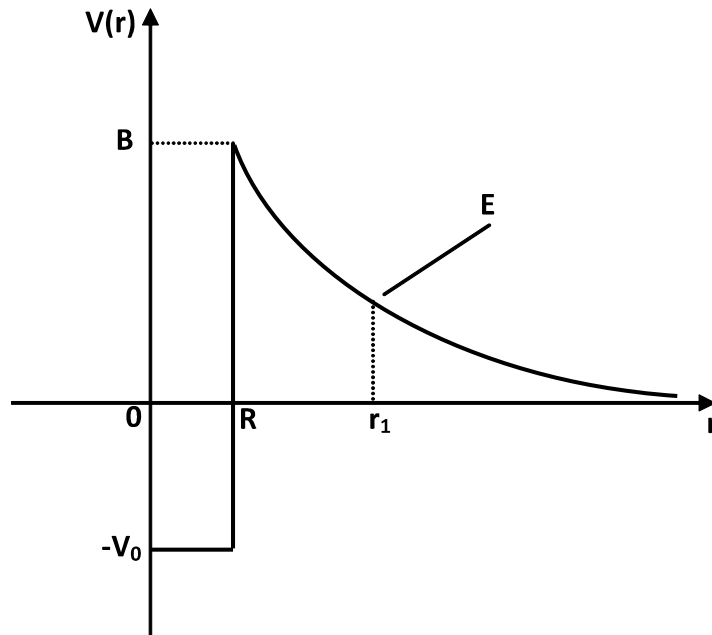


FIG. 3-1: Diagramme d'énergie de liaison de l'émission Alpha d'un noyau.

La particule alpha ont un pouvoir faiblement pénétrant et peuvent être arrêtée par une feuille de papier. Elle est piégée dans le potentiel nucléaire. Une barrière coulombienne l'empêche de sortir, et cette barrière peut être franchie par effet tunnel (effet probabiliste de mécanique quantique), comme indiquée sur la figure 3-1. Le facteur de la pénétration T (ou coefficient de transmission) de la barrière coulombienne s'écrit :

$$T = e^{-2G} \quad (3.8)$$

FIG. 3-2: Evolution de la particule α dans la barrière de potentiel

avec :

$$G = \frac{1}{\hbar} \int_R^{r_1} \sqrt{2m [V(r) - E]} dr \quad (3.9)$$

et

$$V(r) = \frac{zZe^2}{r_1} \quad (3.10)$$

3.1.1 Potentiel effectif

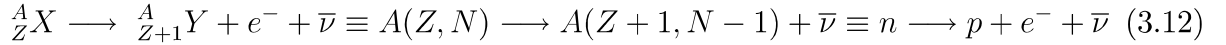
Le potentiel ressenti par la particule alpha dans un état de moment cinétique orbital l n'est plus simplement électrostatique mais comporte aussi un potentiel centrifuge $\frac{l^2}{2mr^2}$. Dans l'équation de Schrödinger on ajoute au potentiel coulombienne ($\frac{zZe^2}{r}$), le potentiel centrifuge qui est de la forme $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$. Le potentiel effectif donc prend la forme :

$$V_{eff}(r) = \frac{zZe^2}{r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \quad (3.11)$$

3.2 Transitions isobariques

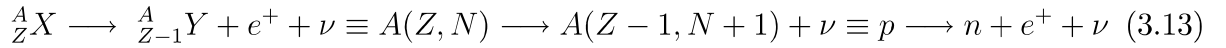
3.2.1 Désintégration bêta moins (β^-)

La désintégration β^- est une transition d'un neutron à un proton accompagné par la création d'un électron et d'un antineutrino suivant la réaction [7, 8] :



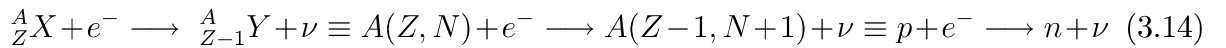
3.2.2 Désintégration bêta plus (β^+)

La désintégration β^+ est une transition d'un proton à un neutron accompagné par la création d'un positron et d'un neutrino suivant la réaction [7, 8] :



3.2.3 Transformation capture électronique (CE)

Ce processus, un proton capture un électron et se transforme en un neutron et un neutrino, soit [7, 8] :



3.2.4 Bilan énergétique

Le bilan énergétique des transitions isobariques (Q) est défini comme la différence de masse entre la somme des masses initiales et la somme des masses finales de la désintégration. Notons qu'ici le processus se réalise, il faut que $Q > 0$, soit :

$$\begin{cases} Q_{\beta^-} = (m_n - m_p - m_e) c^2 \\ Q_{\beta^+} = (m_p - m_n - m_{e^+}) c^2 \\ Q_{CE} = (m_p + m_e - m_n) c^2 \end{cases} \quad (3.15)$$

3.2.5 Probabilité de transition bêta

La probabilité de transition par unité de temps (λ) entre un état quantique initial $|i\rangle$ et un état quantique final $|f\rangle$ est donnée par la règle d'or de Fermi :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \langle f | H_\beta | i \rangle^2 \rho(E) \quad (3.16)$$

où $\rho(E)$ est la densité d'états finals et H_B l'hamiltonien de l'interaction. La quantité $\langle f | H_\beta | i \rangle$ s'appelle l'élément de matrice de l'hamiltonien.

3.2.6 Règles de sélections

Le processus de désintégration bêta obéit aux lois de conservation et aux règles de sélection des spins et parités. Elles sont liées aux propriétés intrinsèques des particules émises dans la désintégration, en particulier le moment angulaire de spin \vec{S} , et le moment angulaire orbital. La conservation du moment cinétique et de la parité impose les règles de sélections suivantes :

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{l} + \vec{S} \quad (3.17)$$

et

$$\pi_i = \pi_f (-1)^l \quad (3.18)$$

où \vec{J}_i , \vec{J}_f et π_i , π_f sont respectivement les moments angulaires et les parités des états initial et final.

Nous devons distinguer deux cas :

- Lorsque le neutrino et l'électron émis ont des spins parallèles, la transition observée est alors de type Gamow-Teller (GT).

- S'ils sont émis avec des spins antiparallèles, la transition correspondante est de type Fermi (F).

Lors des transitions de type GT, les particules émises de spin 1/2 sont dans un état

triplet de spin ($S = S_e + S_\nu = 1$) et emportent un moment angulaire $l = 0, 1, 2, \dots$ dans les cas respectifs d'une transition permise, première interdite, deuxième interdite, ... les règles de sélections sont alors :

- Pour des transitions permises ($l = 0$) :

$$\begin{cases} \Delta J = 0, \pm 1 \\ \Delta\pi = \pi_i \times \pi_f = 1 \end{cases} \quad (3.19)$$

avec $0 \rightarrow 0$ interdit.

- Pour des transitions interdites ($l \neq 0$) :

$$\begin{cases} \Delta J = l, l \pm 1 \\ \Delta\pi = \pi_i \times \pi_f = (-1)^l \end{cases} \quad (3.20)$$

Lors des transitions de type Fermi, les particules émises sont dans un état singulet de spin ($S = S_e + S_\nu = 0$) et emportent un moment angulaire $l = 0, 1, 2, \dots$ dans les cas respectifs d'une transition permise, première interdite, deuxième interdite, ... les règles de sélections sont alors :

$$\begin{aligned} & \text{- Pour des transitions permises } (l = 0) : \begin{cases} \Delta J = 0, \\ \Delta\pi = \pi_i \times \pi_f = 1 \end{cases} . \\ & \text{- Pour des transitions interdites } (l \neq 0) : \begin{cases} \Delta J = l - 1, l \\ \Delta\pi = \pi_i \times \pi_f = (-1)^l \end{cases} , \text{ avec } 0 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

interdit.

3.3 Transition électromagnétique (Emission gamma)

Les noyaux fils produits par les désintégrations alpha ou bêta et qui se trouvent dans des états excités, ils rejoignent à leur état fondamental par des transitions gamma (γ). Un noyau dans un état excité peut émettre un photon gamma pour revenir à un niveau d'énergie inférieur. Le photon n'a pas de masse et n'a pas de charge. Soit la réaction :



3.3.1 Bilan énergétique

En appliquant le principe de la conservation de l'énergie et de l'impulsion sur l'expression (3.21), il vient :

$$M_{Y^*}C^2 + T = M_Y C^2 + T_r + E_\gamma$$

on obtient la quantité de mouvement suivante :

$$P_r^2 = P_\gamma^2$$

où T_r et P_r représentent respectivement l'énergie cinétique de recul et quantité de mouvement du noyau final.

L'énergie cinétique de recul s'écrit :

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{P_r^2}{2M_Y} \\ &= \frac{E_\gamma^2}{2M_Y C^2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.3.2 Règles de sélections

Lors de la transition électromagnétique d'un nucléon (opérateur à un corps) entre le niveau initial d'énergie d'excitation (E_i), de moment angulaire (J_i) et de parité (π_i) et le niveau final d'énergie d'excitation (E_f) de moment angulaire (J_f) et de parité (π_f), le nucléon émet un photon (γ) d'énergie (E_γ), de moment angulaire (L) et de parité (π_γ), on a :

$$E_\gamma = E_i - E_f \quad (3.23)$$

La conservation du moment angulaire et de la parité impose que le moment angulaire L et la parité π_γ d'une transition γ satisfait aux relations suivantes :

$$\vec{L} = \vec{J}_i - \vec{J}_f \quad (3.24)$$

ou bien :

$$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f \quad (3.25)$$

Il n'y a pas de transition γ entre l'état $0 \rightarrow 0$ car $J_i = J_f = 0$, ceci implique que $L \neq 0$.

On observe à la fois des transitions électriques et magnétiques, selon l'expression suivante :

$$\pi_\gamma = \pi_i \times \pi_f = \begin{cases} (-1)^L & \text{pour une transition } 2^L \text{ polaire électrique (EL)} \\ (-1)^{L+1} & \text{pour une transition } 2^L \text{ polaire magnétique (ML)} \end{cases} \quad (3.26)$$

Le tableau suivant resume les types des transitions de la multipolarité, soit :

Type	Symbole	L	multipolarité (2^L)	π
Electrique dipolaire	E1	1	2	-
Magnétique dipolaire	M1	1	2	+
Electrique quadripolaire	E2	2	4	+
Magnétique quadripolaire	M2	2	4	-
Electrique octupolaire	E3	3	8	-
Magnétique octupolaire	M3	3	8	+
Electrique hexadécapolaire	E4	4	16	+
Magnétique hexadécapolaire	M4	4	16	-

3.4 Exercices

Exercice 1. On étudie la désexcitation du noyau ${}_{94}^{238}\text{Pu}$ et la probabilité de transmission d'une onde S à travers de la barrière de potentiel est :

$$T_0 = e^{-2G_0} \quad \text{où} \quad G_0 = \frac{\sqrt{2M}}{\hbar} \int_R^b (V(r) - E)^{1/2} dr$$

1. Evaluer en fonction de T_0 la période du ${}_{94}^{238}\text{Pu}$ (on supposera la vitesse de la particule α à l'intérieur de la barrière égale à celle de la particule α libre).

2. Evaluer B , la hauteur de la barrière de potentiel.
3. Intégrer G_0 et exprimer le résultat en fonction de E/B où $E = 5MeV$, est l'énergie de la particule α libre. Calculer numériquement la période.
4. Evaluer numériquement la hauteur ΔB de la barrière centrifuge pour les transitions sur la bande de rotation fondamentale 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ et 8^+ .
5. Comment peut-on introduire le terme centrifuge dans G_l . Montrer que G_l se met sous la forme : $G_l = G_0 + \Delta G \times l(l+1)$ où ΔG est une intégrale.

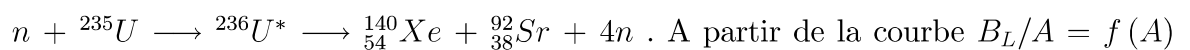
Exercice 2. Les processus suivants sont-ils énergétiquement possible à partir de nucléon libres :

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad , \quad p \longrightarrow n + e^+ + \nu$$

Donner le cas échéant l'énergie maximum de l'électron émis, dans le système propre du nucléon initial. Energie au repos : Proton = $938.256MeV$, Neutron = $939.550MeV$, Electron = $0.511MeV$.

Exercice 3. En utilisant la formule de Von Weizsacker, trouver un ordre de grandeur de l'énergie libérée au cours de la réaction de fission de ^{235}U par des neutrons lents. On supposera que la fission est symétrique.

En fait, la fission n'est pas symétrique et elle conduit à deux fragments de fission différents et à l'émission de 4 neutrons selon la réaction :



A partir de la courbe $B_L/A = f(A)$ qui relie l'énergie de liaison par nucléons au nombre de masse, trouver l'énergie libérée au cours de cette réaction. Comparer au résultat trouvé à la question précédente.

Exercice 4. Quelle relation doit-il exister entre les masses atomiques de deux isobares adjacentes (A, Z) et $(A, Z - 1)$ pour que ces deux isobares soient stables simultanément vis-à-vis des transitions isobariques ?

Exercice 5. Un noyau impair-impair décroît vers le fondamental du noyau fils par une transition première interdite. Quels sont les J^π possibles de l'état initial ?

Exercice 6. Un état 3^+ décroît par émission bêta vers les états vibrationnels 2^+ ou 0^+ d'un noyau pair-pair. Quel est le degré d'interdiction des deux transitions possibles ?

Exercice 7. Le noyau ^{89}Y a un état excité à 0.915MeV . Il se déexcite sur l'état fondamental et sa durée de vie est $\tau = 16\text{s}$. Les spins des états initial et final sont respectivement $9/2$ et $1/2$.

1. Calculer en eV l'énergie de recul du noyau ^{89}Y lors de l'émission du γ de 0.915MeV .

2. En admettant que la transition se fait sans changement de parité ($\Delta\pi = +$), quelle est la multipolarité du rayonnement émis ?

3. Etablir l'expression de la valeur théorique pour la probabilité de transition à une particule λ d'une transition 2^L polaire électrique (on prendra les fonctions d'ondes radiales constantes à l'intérieur du volume nucléaire de rayon R , nulle à l'extérieur), puis calculer la valeur théorique et expérimentale de λ pour le niveau à 0.915MeV

3.5 Solutions des exercices

Exercice 1

1. Evaluons en fonction de T_0 la période du $^{238}_{94}\text{Pu}$. Nous avons la réaction suivante :



on sait que l'expression de la période (T) s'écrit :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (3.28)$$

avec :

$$\lambda = NT_0 \quad (3.29)$$

et :

$$N = \frac{n}{t} \quad (3.30)$$

où λ est la probabilité de la particule α émise par unité de temps, T_0 est le temps moyen pour traverser le noyau et N est le nombre de tentatives par unité de temps.

En injectant les expressions (3.28) et (3.29) dans (3.27), on obtient :

$$T = \frac{2R \ln 2T_0^{-1}}{\sqrt{\frac{2E}{m}}} \quad (3.31)$$

$$= 7.8 \times 10^{-22} T_0^{-1} \quad (3.32)$$

2. Evaluons B , la hauteur de la barrière de potentiel. D'après la figure 3-1, on constate que $B = V(R)$, donc :

$$B = \frac{zZe^2}{R} \\ \simeq 30.5 \text{ MeV}$$

3. Intégrerons G_0 et exprimons le résultat en fonction de E/B où $E = 5\text{MeV}$, est l'énergie de la particule α libre, puis en calculant numériquement la période. En utilisant l'expression (3.9) et en mettant la hauteur de la barrière de potentiel $B = V(r) = \frac{zZe^2}{R}$ et $E = V(r_1) = \frac{zZe^2}{r_1}$, il vient :

$$G = \frac{1}{\hbar} \int_R^{r_1} \sqrt{2m \left[\frac{zZe^2}{r} - \frac{zZe^2}{r_1} \right]} dr \quad (3.33)$$

$$= \frac{\sqrt{2mzZe^2}}{\hbar} \int_R^{r_1} \frac{1}{\sqrt{r}} \left(1 - \frac{r}{r_1} \right)^{1/2} dr \quad (3.34)$$

on pose $\frac{r}{r_1} = \cos^2 u$ et on la remplace dans cette dernière expression on obtient :

$$G = -\frac{\sqrt{2mzZe^2}}{\hbar} \int_{u_2}^{u_1} \frac{1}{\sqrt{r_1} \cos u} (1 - \cos^2 u)^{1/2} 2r_1 \cos u \sin u du \quad (3.35)$$

$$= -\frac{\sqrt{2mzZe^2 r_1}}{\hbar} \int_{u_2}^{u_1} 2 \sin^2 u du$$

$$= \frac{\sqrt{2mzZe^2 r_1}}{\hbar} \left[u - \cos u (1 - \cos^2 u)^{1/2} \right]_{u_1}^{u_2} \quad (3.36)$$

puisque l'on a $\frac{r}{r_1} = \cos^2 u$, ce qui implique que $u = \arccos \sqrt{\frac{r}{r_1}}$, l'expression (3.36) devient :

$$\begin{aligned} G &= \frac{\sqrt{2mzZe^2r_1}}{\hbar} \left[\arccos \sqrt{\frac{r}{r_1}} - \sqrt{\frac{r}{r_1}} \left(1 - \frac{r}{r_1}\right)^{1/2} \right]_r^R \\ &= \frac{\sqrt{2mzZe^2r_1}}{\hbar} \left[\arccos \sqrt{\frac{R}{r_1}} - \sqrt{\frac{R}{r_1}} \left(1 - \frac{R}{r_1}\right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (3.37)$$

En utilisant $B = V(r) = \frac{zZe^2}{R}$ et $E = V(r_1) = \frac{zZe^2}{r_1}$, tels que : $\frac{E}{B} = \frac{R}{r_1}$, l'expression (3.37) devient :

$$G = \frac{\sqrt{2mzZe^2r_1}}{\hbar} \left[\arccos \sqrt{\frac{E}{B}} - \sqrt{\frac{E}{B}} \left(1 - \sqrt{\frac{E}{B}}\right)^{1/2} \right] \quad (3.38)$$

si $\frac{E}{B} \ll 1$ et en introduisant le développement limité sur l'expression (3.38), où $\arccos \sqrt{\frac{E}{B}} = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{E}{B}}$ et $\sqrt{\frac{E}{B}} \left(1 - \sqrt{\frac{E}{B}}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{E}{B}}$, on peut écrire :

$$G = \frac{\sqrt{2mzZe^2r_1}}{\hbar} \left[\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{E}{B}} \right] \quad (3.39)$$

$$= \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} zZe^2 \left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{E}{B}} \right) \quad (3.40)$$

4. Evaluons numériquement la hauteur ΔB de la barrière centrifuge pour les transitions sur la bande de rotation fondamentale 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ et 8^+ . En utilisant l'expression (3.11) et d'après la figure 3-1, on a $B = V(R)$, on peut écrire :

$$B + \Delta B = V(R) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR^2} \quad (3.41)$$

de cette dernière expression, on écrit :

$$\Delta B = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR^2} \quad (3.42)$$

les bandes de rotations 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ et 8^+ correspondant respectivement à $l = 0, 2, 4, 6$ et 8 donnent :

- $l = 0, \longrightarrow \Delta B = 0 \text{ MeV}$
- $l = 2, \longrightarrow \Delta B = 0.142 \text{ MeV}$
- $l = 4, \longrightarrow \Delta B = 0.475 \text{ MeV}$
- $l = 6, \longrightarrow \Delta B = 0.979 \text{ MeV}$
- $l = 8, \longrightarrow \Delta B = 1.710 \text{ MeV}$

5. En introduisant le terme centrifuge dans G_l et montrant que G_l se met sous la forme : $G_l = G_0 + \Delta G \times l(l+1)$ où ΔG est une intégrale. En utilisant l'expression (3.9) et en remplaçant le potentiel $V(r)$ par le potentiel effectif de l'expression (3.11), on obtient :

$$G_l = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_R^{r'_1} \left(V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} - E \right)^{1/2} dr \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_R^{r'_1} (V(r) - E)^{1/2} \left(1 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2 (V(r) - E)} \right)^{1/2} dr \\ &= G_0 \left[1 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2 (V(r) - E)} \right] dr \\ &= G_0 + \frac{\sqrt{2}}{\hbar} \frac{\hbar l(l+1)}{4m} \int_R^{r'_1} \frac{dr}{r^2 (V(r) - E)^{1/2}} \\ &= G_0 + \hbar l(l+1) \Delta G \end{aligned} \quad (3.44)$$

où :

$$\Delta G = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m}} \int_R^{r'_1} \frac{dr}{r^2 (V(r) - E)^{1/2}} \quad (3.45)$$

Exercice 2

1. On montre que les processus suivants sont énergétiquement possibles ou non, en calculant leurs bilan énergétiques (Q) :

$$\begin{cases} n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \\ p \longrightarrow n + e^+ + \nu \end{cases} \quad (3.46)$$

Pour l'émission β^- , on a, $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie totale, il vient :

$$T_n + m_n c^2 = T_p + m_p c^2 + T_{e^-} + m_{e^-} c^2 + T_{\bar{\nu}} + m_{\bar{\nu}} c^2$$

le bilan de cette dernière expression est :

$$Q = (m_n - m_p - m_{e^-})c^2 \quad (3.47)$$

$$= T_p + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}}$$

$$= 939.55 - 938.256 - 0.511$$

$$= 0.78 \text{ MeV} \quad (3.48)$$

on constate d'après l'expression (3.48), la valeur (0.78) est positive donc le processus pour émission β^- est possible.

De même pour l'émission β^+ , on a, $p \longrightarrow n + e^+ + \nu$. Le bilan de cette dernière expression est :

$$Q = (m_p - m_n - m_{e^+})c^2 \quad (3.49)$$

$$= T_n + T_{e^+} + T_{\nu}$$

$$= 938.256 - 939.55 - 0.511$$

$$= -1.805 \text{ MeV} \quad (3.50)$$

on constate d'après l'expression (3.50), la valeur (-1.805) est négative donc le processus pour émission β^+ est impossible.

Exercice 5.

Nous avons un noyau impair-impair décroît vers le fondamental du noyau fils par une transition première interdite. On cherche les J^π (moment angulaire et parité) possibles de l'état initial.

on a :

$$X \longrightarrow Y + e^- + \bar{\nu} \quad (3.51)$$

où X est un noyau impair-impair et Y est un noyau pair-pair

Nous utilisons l'expression (3.17) qui est de la forme :

$$J_i \longrightarrow J_f + l + S \quad (3.52)$$

puisqu'on a état fondamental d'un noyau pair-pair on peut écrire $J_f^\pi = 0^+$.

on a une transition première interdite $l = 1$ et d'après les règles de sélection des transitions bêta on peut avoir : $S = 0$ et $S = 1$.

- pour $S = 0$ et on remplace dans l'expression (3.52), on obtient :

$$J_i = 1, \quad \text{état singulet}$$

- pour $S = 1$ et d'après l'expression (3.52), il vient :

$$J_i = 0, 1, 2, \quad \text{état triplet}$$

et d'après l'expression (3.20), on peut avoir :

$$\begin{aligned} \Delta\pi &= (-1)^l \\ &= -1 \end{aligned} \quad (3.53)$$

donc on peut écrire : $J_i^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$.

Par conséquent, les transitions possibles sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0^- \longrightarrow 0^+ \\ 1^- \longrightarrow 0^+ \\ 2^- \longrightarrow 0^+ \end{array} \right.$$

Exercice 6

Trouvons le degré d'interdiction des deux transitions possibles $3^+ \longrightarrow 2^+$ et $3^+ \longrightarrow 0^+$.

Pour la transition $3^+ \longrightarrow 2^+$, on a :

$$\begin{cases} \Delta J = J_i - J_f = 1 \\ \Delta \pi = \pi_i \pi_f = (+) \end{cases}$$

donc la transition est de type Gamow-Teller permise (GT permise).

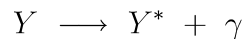
Pour la transition $3^+ \longrightarrow 0^+$, on a :

$$\begin{cases} \Delta J = J_i - J_f = 3 \\ \Delta \pi = \pi_i \pi_f = (+) \end{cases}$$

donc la transition est de type GT deuxième interdite.

Exercice 7

On a la réaction :



1. Calculons en électron volt (eV) l'énergie de recul du noyau ^{89}Y avec $E_\gamma = 0.915 MeV$.

D'après l'expression (3.22), on a :

$$\begin{aligned} T_Y &= \frac{E_\gamma^2}{2M_y C^2} \\ &= \frac{(0.915)^2}{2 \times 89 \times 931.48} \\ &\simeq 5 eV \end{aligned}$$

2. Cherchons la multipolarité du rayonnement émis en admettant que la transition se fait sans changement de parité ($\Delta \pi = +$).

En utilisant l'expression (3.25) et en remplaçant $J_i = 9/2$ et $J_f = 1/2$, il vient :

$$L = 4 \text{ et } 5$$

et d'après l'expression (3.26), on obtient :

- Pour $L = 4$:

$$\begin{aligned}\pi_\gamma &= (-1)^L \\ &= +\end{aligned}$$

donc la transition est de type E_4 .

- Pour $L = 5$:

$$\begin{aligned}\pi_\gamma &= (-1)^{L+1} \\ &= +\end{aligned}$$

donc la transition est de type M_5 .

3. Trouvons l'expression de la valeur théorique pour la probabilité de transition à une particule λ d'une transition 2^L polaire électrique.

On sait que l'expression de la probabilité de transition électrique s'écrit comme suit :

$$\lambda(E_L) = \frac{8\pi(L+1)\omega k^{2L}}{L[(2L+1)!!]^2 \hbar C} |\langle f | O_{L,M}^\sigma | i \rangle|^2 \quad (3.54)$$

avec :

$$\langle f | O_{L,M}^\sigma | i \rangle = e \int \Psi_f^* r^L Y_L^{M*} \Psi_i d\tau \quad (3.55)$$

et :

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad (3.56)$$

Soit la fonction d'onde de transition initiale $\Psi_i = R_i Y_L^M$ et la fonction finale $\Psi_f = R_f Y_0^0$, avec $R_i = R_f = K$.

l'expression (3.55) devient :

$$\begin{aligned}\langle f | O_{L,M}^\sigma | i \rangle &= \frac{e}{\sqrt{4\pi}} K^2 \int_0^R r^{L+2} dr \int Y_L^{M*} Y_L^M d\Omega \\ &= \frac{e K^2 R^{L+3}}{\sqrt{4\pi} (L+3)}\end{aligned}\quad (3.57)$$

la condition de normalisation de la fonction d'onde radiale, s'écrit :

$$\begin{aligned}\int_0^R |R_f|^2 r^2 dr &= 1 \\ &= \frac{K^2 R^3}{3}\end{aligned}$$

de cette dernière expression, on écrit :

$$K^2 = \frac{3}{R^3}\quad (3.58)$$

l'expression (3.55) devient :

$$\langle f | O_{L,M}^\sigma | i \rangle = \frac{e R^L}{\sqrt{4\pi} (L+3)}\quad (3.59)$$

En remplaçant cette dernière expression dans l'expression de la probabilité de transition électrique (3.54) on obtient :

$$\begin{aligned}\lambda(E_L) &= \frac{8\pi (L+1) \omega k^{2L}}{L [(2L+1)!!]^2 \hbar C} \left(\frac{e R^L}{\sqrt{4\pi} (L+3)} \right) \\ &= \frac{2(L+1)}{L [(2L+1)!!]^2} \left(\frac{3}{L+3} \right)^2 \left(\frac{e^2}{\hbar C} \right) \left(\frac{\hbar \omega}{\hbar C} \right)^{2L+1} C R^{2L}\end{aligned}\quad (3.60)$$

la valeur théorique de λ pour le niveau à 0.915MeV à partir de l'expression (3.60) est :

$$\begin{aligned}\lambda(E_4) &= \frac{2(4+1)}{4[(2 \times 4 + 1)!!]^2} \left(\frac{3}{4+3}\right)^2 \left(\frac{1}{137}\right) \left(\frac{0.915}{197}\right)^{2 \times 4 + 1} 3 \times 10^8 (1.2 \times 10^{15} \times 89^{1/3})^{2 \times 4} \\ &= 0.674 \text{ s}^{-1}\end{aligned}\tag{3.61}$$

la valeur expérimentale est :

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{exp}} &= \frac{1}{\tau} \\ &= \frac{1}{16} = 0.625 \text{ s}^{-1}\end{aligned}\tag{3.62}$$

Bibliographie

- [1] L.Valentin, Phys Subatomique noyaux et particules, Hermann, Paris, (1975).
- [2] B. Povh, K. Rith, C. Scholz and F. Zetsche, Particles and Nuclei, Springer, (2006).
- [3] J. D. Walaka, Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics, Virginia (2004).
- [4] D. Sénéchal, Physique Subatomique, Université de Sherbrooke, Faculté des Sciences, (2005).
- [5] B. R. Martin, Nuclear and Particle Physics, University College London, (2006).
- [6] D. Buskulik, Introduction à la Physique Nucléaire, (2013).
- [7] J. Suhonen, From nucleons to nucleus, Springer, (2007).
- [8] A. Das and T. Ferbel, Introduction to Nuclear and Particle Physics, University of Rochester, (2003).
- [9] W. E. Burcham, Elements of Nuclear Physics, England, (1979).
- [10] D. M. Brink and R. A. Broglia, Nuclear Superfluidity, Cambridge University Press, (2005).
- [11] S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and shells in Nuclear Structure, Cambridge University Press, (1995).
- [12] K. Bennaceur, Structure nucléaire avancée - Cours 2, Université de Lyon, Automne (2012).