Chapitre III : Mécanique linéaire de la rupture

III-1 Concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture

Les structures stratifiées composites sont largement employées en conception, dans de nombreux domaines tels que les loisirs, les sports et les transports. Dans le but de répondre à des normes de sécurité, le dimensionnement de ces structures nécessite la prise en compte des phénomènes d'endommagement qui peuvent apparaître lors de certaines sollicitations statiques et dynamiques. Ainsi les stratifiés qui subissent des impacts peuvent montrer une sensibilité au délaminage, qui est préjudiciable à l'intégrité mécanique de la structure. Le délaminage (fissuration à l'interface entre plis) est couplé aux endommagements intra-laminaires des plis et constitue un phénomène majeur dans la dégradation des caractéristiques mécaniques d'un stratifié et l'endommagement résultant d'un impact à faible vitesse (inférieure à 10 m/s) peut être difficile à déceler.

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l'étude des fissures macroscopiques : elle s'applique lorsqu'il existe dans le matériau des discontinuités telles dans la matière qu'elles viennent modifier l'état de contrainte, déformation et déplacement, si bien que l'homogénéisation du milieu n'a plus de sens. La séparation en deux parties disjointes d'un corps se produit à la suite de la phase d'amorçage, qui a vu le développement de microcavités, microfissures sous l'action de sollicitations mécaniques, thermiques, chimiques La propagation de la ou des fissures macroscopiques peut conduire à la séparation complète de plusieurs morceaux ou bien au contraire les fissures peuvent s'arrêter. Le mode de rupture peut être fragile, la rupture se produisant alors souvent sans déformation plastique, ou ductile, en présence d'une déformation plastique importante.

III-2 Les trois modes de fissuration

Une fissure est une petite fente dans un solide. Cette fente peut apparaître à la surface de la pièce (fissure superficielle), se trouver complètement à l'intérieur et être donc invisible depuis l'extérieur (fissure interne), ou traverser complètement la pièce (fissure traversante). Ces trois cas de figure sont schématisés sur la figure 1.

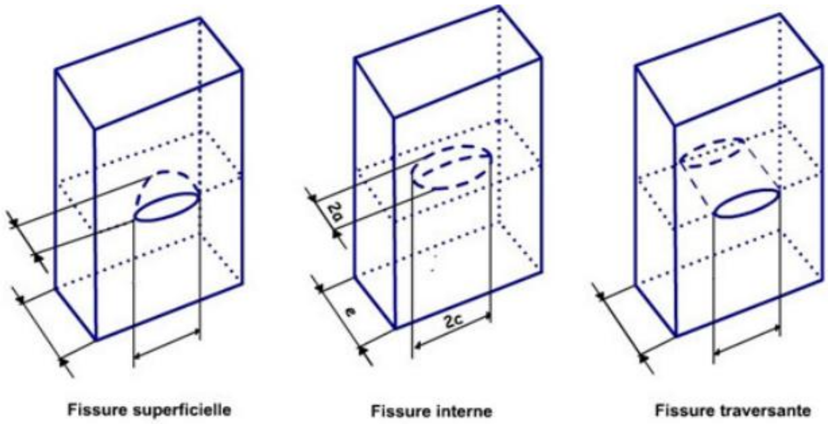


Figure 1. Les différents types de fissures

- Trois modes de rupture principaux sont considérés

a. Mode I (mode par ouverture)

Les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement au plan de fissure,

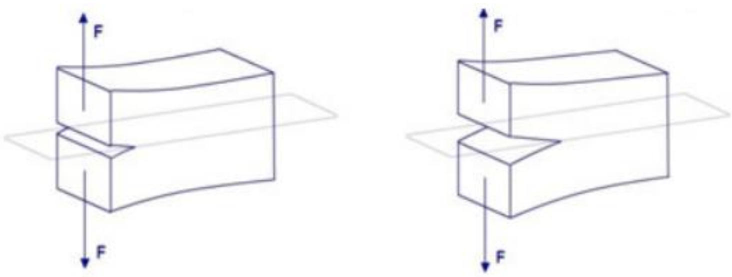


Figure 2. Propagation en mode I

b. Mode II (glissement de translation)

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction perpendiculaire au front de fissure,

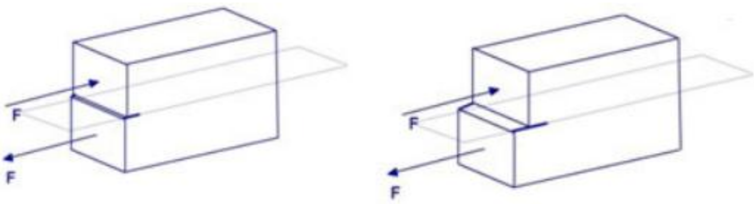


Figure 2. Propagation en mode II

c. Mode III (glissement de rotation)

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction parallèle au front de la fissure.

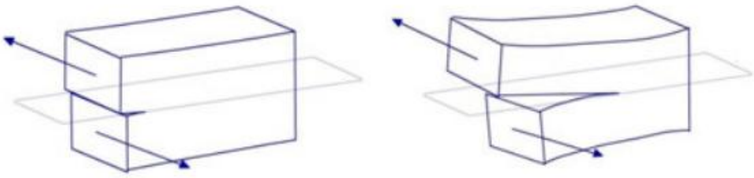


Figure 3. Propagation en mode III

NB : le mode I est souvent le plus critique et les études théorique sont donc souvent limitée à ce mode de propagation.

III-3 Méthodes d'analyses des champs de contraintes au voisinage d'une fissure

L'analyse des champs de contraintes autour d'une fissure est un aspect fondamental de la **mécanique de la rupture**, permettant de comprendre le comportement d'un matériau sous contrainte lorsqu'il présente des défauts ou des fissures. Le champ de contraintes décrit comment les forces sont distribuées dans un matériau et joue un rôle crucial dans la propagation des fissures. Cette analyse est essentielle pour prédire la rupture, notamment dans des applications industrielles où la sécurité et la durabilité des structures sont primordiales.

Le comportement d'une fissure dans un matériau dépend fortement des contraintes qui se concentrent autour de la pointe de la fissure. Différentes méthodes permettent d'analyser ces champs de contraintes, en fonction des hypothèses sur le matériau et la géométrie du problème.

- **Concept de Concentration de Contraintes**

Lorsqu'une fissure apparaît dans un matériau soumis à une contrainte extérieure, les contraintes dans la région autour de la fissure deviennent **concentrées**. Cela signifie que la magnitude des contraintes est plus élevée au voisinage immédiat de la fissure, ce qui peut entraîner la propagation de la fissure si ces contraintes dépassent un seuil critique.

Les trois concepts principaux pour analyser les champs de contraintes sont :

1. *La concentration de contraintes* : L'augmentation des contraintes au voisinage de la fissure.
2. *Le facteur de concentration de contraintes (K)* : Une quantité utilisée pour caractériser l'intensité des contraintes au voisinage de la fissure.

3. *Les critères de rupture* : Des critères basés sur les champs de contraintes, utilisés pour prédire la propagation des fissures.

1. Méthode de la Mécanique de la Rupture Linéaire Élastique (LEFM)

La mécanique de la rupture linéaire élastique (Linear Elastic Fracture Mechanics - LEFM) est une méthode largement utilisée pour analyser les champs de contraintes autour d'une fissure dans un matériau élastique. LEFM suppose que le matériau reste dans le domaine élastique avant la rupture et que la propagation des fissures se produit sous des contraintes qui suivent la loi de Hooke.

- **Champ de contraintes autour de la fissure** : Dans le cadre de LEFM, les contraintes près de la fissure sont décrites par la solution du **problème de l'élasticité** autour d'une fissure dans un matériau. La solution est donnée par des expressions mathématiques qui dépendent de la géométrie de la fissure et des conditions de charge.
- **Formule du facteur de concentration de contraintes (K)** : Le facteur de concentration de contraintes K est utilisé pour quantifier l'intensité des contraintes au voisinage de la fissure. La formule générale est :

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}$$

Où :

- σ est la contrainte appliquée,
- a est la longueur de la fissure,
- K est appelé le facteur de concentration de contraintes et caractérise l'intensité du champ de contraintes près de la fissure.

Le facteur K est utilisé pour prédire la propagation de la fissure : si K atteint une valeur critique (K_c), la fissure va se propager.

2. Méthode des Éléments Finis (FEM)

La méthode des éléments finis (FEM) est une technique numérique permettant de résoudre des problèmes complexes d'élasticité, y compris l'analyse des champs de contraintes dans des structures comportant des fissures. La FEM permet de modéliser la géométrie de la fissure et de calculer les champs de contraintes dans toute la structure en prenant en compte des géométries complexes et des conditions de chargement variées.

- **Avantages** : La FEM est très flexible et permet de traiter des problèmes non linéaires (par exemple, les matériaux plastiques ou viscoélastiques), des géométries irrégulières et des conditions de charge complexes.
- **Applications** : Elle est utilisée pour simuler l'initiation et la propagation des fissures dans les structures réelles, permettant de prédire le comportement de matériaux sous contraintes.

3. Méthode de la Singularité du Champ de Contraintes

Lorsqu'une fissure est présente dans un matériau, la solution exacte des équations de l'élasticité présente une singularité (une rupture dans la continuité des contraintes) à la pointe de la fissure. Les équations de l'élasticité linéaire près de la fissure peuvent être résolues à l'aide d'approximations analytiques ou numériques, en utilisant des fonctions asymptotiques pour décrire le champ de contraintes près de la fissure.

La solution classique pour une fissure dans un matériau soumis à une contrainte uniaxiale est donnée par :

$$\sigma_{ij}(r,\theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta)$$

Où :

- r est la distance par rapport à la pointe de la fissure,
- θ est l'angle autour de la fissure,
- f(θ) est une fonction qui dépend de la géométrie de la fissure (par exemple, pour une fissure en mode I, f(θ) = 1).

Cette solution montre que les contraintes deviennent infinies à la pointe de la fissure, ce qui signifie qu'une fissure ne peut pas exister dans un matériau idéalement élastique sans propagation. C'est pourquoi la rupture est un phénomène d'instabilité dans les matériaux réels.

4. Méthodes Expérimentales

Des essais expérimentaux sont également utilisés pour analyser les champs de contraintes autour des fissures. Les méthodes de corrélation d'images numériques (DIC)**,** strains gauges**,** et analyse de la diffraction des rayons X permettent de mesurer directement les champs de déformation et de contrainte dans les zones proches de la fissure.

- *DIC* : Cette technique permet de suivre la déformation d'une surface d'échantillon lors de l'application de charges, en utilisant des caméras haute résolution. Cela permet d’obtenir des informations sur la distribution des contraintes et la propagation des fissures.
- *Strains gauges* : Placés à proximité de la fissure, ces capteurs permettent de mesurer la déformation locale, ce qui peut être utilisé pour déterminer les contraintes locales et analyser les effets de la fissure.

III-3-1 Approches directes : résolution de Wastergaad, résolution par l’expansion de williams, résolution par l’analyse de Mushkilishvili.

Les approches directes sont des méthodes analytiques utilisées pour résoudre des problèmes complexes en mécanique des milieux continus, notamment dans la résolution d'équations différentielles ou d'intégrales qui apparaissent dans l'étude des structures solides, des matériaux et des défauts (fissures, entailles, etc.). Voici trois approches directes fondamentales dans ce domaine.

1. Résolution de Wastergaad

La résolution de Wastergaad est une méthode utilisée pour analyser les singularités dans les problèmes d’élasticité, notamment ceux liés aux fissures dans les matériaux. Elle repose sur la formulation des **fonctions de Green** adaptées aux conditions particulières du problème.

Principe **:**

- La méthode est employée principalement pour analyser les contraintes dans une région proche d'une fissure ou d'une discontinuité dans un matériau élastique.
- On suppose que la solution du problème peut être décomposée en deux parties : une solution à l'équation de base (généralement l'équation de Navier ou l'équation de Cauchy) et une solution particulière représentant l'effet d'une singularité (comme une fissure).
- Cette approche est utilisée notamment pour la détermination des champs de contraintes près de la fissure.

Application **:**

- Lors de la rupture de matériaux fragiles, on cherche à déterminer la distribution des contraintes à proximité de la pointe de la fissure.

- La solution de Wastergaad permet de calculer l'intensité de la contrainte en fonction de la forme et de la taille de la fissure.

2. Résolution par l'expansion de Williams

L'expansion de Williams est une méthode qui consiste à effectuer une expansion asymptotique de la solution des équations d'élasticité autour de la pointe d'une fissure ou d'une entaille dans un matériau.

Principe **:**

- Dans un matériau contenant une fissure, les champs de contraintes proches de la fissure peuvent être exprimés sous forme d'une **expansion asymptotique** autour de la singularité. Cette expansion permet de décrire le comportement de la contrainte dans la région très proche de la fissure.
- L'idée principale est que, à une distance suffisamment petite de la fissure, le champ de contraintes se comporte de manière similaire à une série de termes en fonction de la distance à la pointe de la fissure.

Formulation **:**

L'expansion de Williams s'exprime sous la forme suivante près de la fissure :

$$\sigma_{ij}(r,\theta) = \int_{n=0}^{\infty} A_n r^{n/2} f_n(\theta)$$

Où :

- *r* est la distance radiale à la pointe de la fissure,
- ϑ est l'angle polaire,
- A_n sont des coefficients qui dépendent du type de matériaux et des conditions aux limites,
- $f_n(\vartheta)$ sont des fonctions trigonométriques qui décrivent la variation angulaire.

Application **:**

- Cette méthode est utilisée pour déterminer l'**intensité des contraintes** près de la fissure et pour analyser la propagation des fissures dans les matériaux sous contrainte.
- L'intensité de la contrainte est souvent exprimée par un facteur de forme de la fissure, connu sous le nom de facteur de contrainte de la fissure K.

3. Résolution par l'analyse de Mushkilishvili

L'analyse de Mushkilishvili est une approche basée sur les fonctions de potentiel et l'analyse complexe pour résoudre des problèmes d'élasticité, notamment ceux impliquant des discontinuités ou des singularités (comme les fissures).

Principe **:**

- La méthode repose sur la transformation de l'équation de Cauchy en une équation intégrale, qui peut ensuite être résolue à l'aide de fonctions de Green ou de techniques de transformée de contour en utilisant les fonctions complexes.
- Les solutions sont exprimées en termes d'intégrales qui permettent de traiter des géométries complexes et des conditions aux limites non triviales.

Formulation :

- L'analyse de Mushkilishvili repose sur des équations intégrales dans le plan complexe, où l'on cherche à transformer un problème aux dérivées partielles en une équation plus facile à résoudre en utilisant des transformations de Laplace ou de Fourier.
- Cette méthode permet de traiter les problèmes de bords de fissures ou de champs de contraintes pour des géométries plus complexes, comme des matériaux anisotropes.

Application **:**

- Elle est utilisée pour l'analyse des problèmes de bord dans des milieux élastiques, notamment pour des formes de fissures complexes.
- Elle permet d'obtenir des solutions analytiques ou semi-analytiques des problèmes de flexion ou de traction dans des matériaux avec des géométries irrégulières.

III-3-2 Approche énergétique

a. Théorie énergétique de Griffith

L'analyse énergétique des fissures réalisée par Alan Arnold Griffith en 1920 est considérée comme la naissance du domaine de la mécanique de la fracture. Il était motivé par la solution élastique linéaire d'Inglis pour les contraintes autour d'un trou elliptique, qui prédisait que le niveau de contrainte s'approchait de l'infini lorsque l'ellipse s'aplatissait pour former une fissure.

Le résultat d'Inglis avait suscité de nombreuses discussions sur le fait qu'il ne pouvait pas être «correct», car aucun matériau ne peut supporter une contrainte infinie sans céder et échouer. Donc, tout devrait immédiatement échouer sous la moindre charge si une fissure était présente (mais cela ne se produit évidemment pas). Donc, Griffith a cherché à proposer un critère de défaillance basé sur l'énergie qui a effectivement contré la prédiction de la contrainte infinie d'Inglis, tout en utilisant directement sa solution élastique linéaire. Griffith a comparé le travail requis pour rompre les liaisons atomiques à l'énergie de déformation libérée à mesure qu'une fissure se développe.

b. Principes de l'énergie

Afin de comprendre le travail de Griffith, il faut comprendre les principes de base du travail et de l'énergie, et en particulier l'énergie de déformation.

Le travail, W, est la forme mécanique de l'énergie et est donné par :

$$W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx}$$

Pour les calculs mécaniques, il est souvent pratique de calculer le travail (ou l'énergie) en termes de contrainte et de déformation plutôt que de force et de déplacement. Pour ce faire, multipliez et divisez l'équation ci-dessus par le volume, V, mais exprimez V dans le dénominateur A.L, la longueur des zones et regroupez-les comme suit :

$$W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{dx} \left(\frac{V}{AL}\right) = \int \left(\frac{\mathbf{F}}{A}\right) \cdot \left(\frac{d\mathbf{x}}{L}\right) V$$

Mais (F/A) est une contrainte, σ, et dx/L est une déformation, dε. Cela donne :

$$U = \int \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon}\, V$$

Dans ce cas, U a été utilisé à la place de W pour indiquer que l'énergie de déformation est la forme spécifique de travail (et d'énergie) considérée. L'intégrale $\int \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon}$ est la densité d'énergie de déformation. C'est l'énergie de déformation par unité de volume. Elle est représentée par U' comme suit :

$$U' = \int \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} \qquad \text{and} \qquad U = U' * V$$

Pour un matériau élastique linéaire en traction uni-axiale, la loi de Hooke se réduit à σ = Eε. Insérant cela dans l'intégrale pour la densité d'énergie de déformation, on obtient :

$$U' = \int \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} = \int E\,\epsilon\, d\epsilon = \frac{1}{2} E\,\epsilon^2$$

Et puis la relation σ = Eε peut être substituée pour former plusieurs expressions équivalentes différentes

$$U' = \frac{1}{2}E\epsilon^2 = \frac{1}{2}\sigma\epsilon = \frac{\sigma^2}{2E}$$

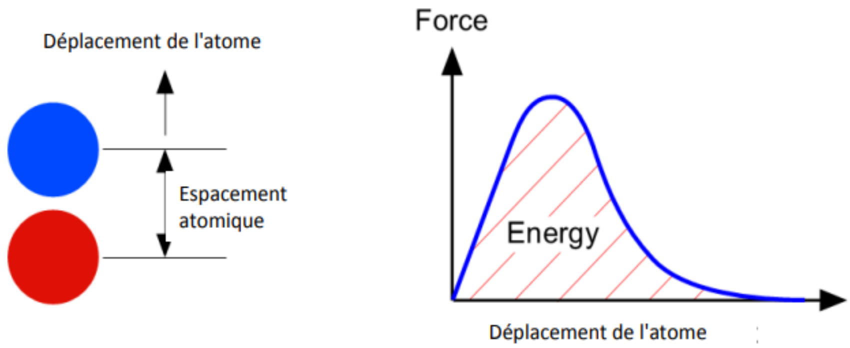
Nous reviendrons rapidement sur la dernière expression car elle apparaît dans la dérivation du critère énergétique de Griffith.

c. Obligations atomiques et énergie de surface

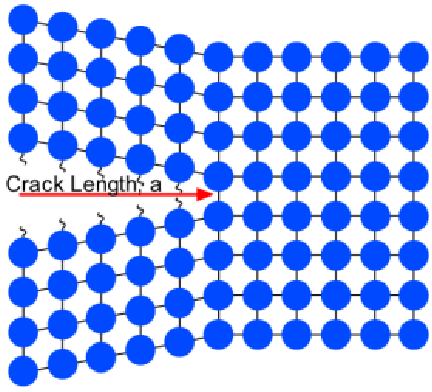
Les solides ont une distance d'espacement à l'équilibre entre les paires d'atomes constituant un matériau. Trop proche, et les atomes se repoussent. Trop loin, et les atomes s'attirent. Et à une distance intermédiaire, il n'y a pas de force nette entre eux. Ils sont en équilibre.

Imaginez qu'un atome soit retiré de son voisin. L'axe des x ci-dessous représente le déplacement d'un atome de sa position d'équilibre. Le graphique montre que la force nécessaire pour déplacer l'atome augmente initialement lorsque les atomes sont séparés. (Plus les atomes ne séparent, plus ils s'attirent l'un l'autre.) Mais à mesure que la distance augmente, les atomes finissent par se séparer jusqu'à ne plus s'attirer l'un l'autre. À ce stade, la force s'est stabilisée, puis a commencé à diminuer avant de revenir à zéro.

Le principe clé ici est que l'aire sous la courbe force-déplacement représente l'énergie d'une liaison atomique.



La discussion ci-dessus a présenté le concept de l'énergie de la liaison atomique. Afin de rompre une liaison, une quantité de travail égale à l'énergie de liaison doit être effectuée sur le système. La figure suivante étend cela au cas d'une fissure se développant dans un solide.



La figure montre une fissure qui a grandi à la longueur, a, et dans le processus, a rompu plusieurs liaisons atomiques le long du chemin, chacun nécessitant une certaine quantité de travail pour surmonter l'énergie de la liaison atomique. L'énergie totale est exprimée en :

$$E_{bond} = 2\,\gamma_s a\,B$$

Où γ_s représente l'énergie nécessaire pour rompre les liaisons atomiques par unité de surface créée par la fissure. (Elle ne représente pas une contrainte de cisaillement ici.) La surface est *a* * *B* où a est la longueur de la fissure et *B* est l'épaisseur de la pièce. Curieusement, il est conventionnel de mesurer γ_s par rapport à la surface libre (le s représente la surface), et puisqu'il y a deux surfaces libres créées par une fissure, un sommet et un fond, le 2 est nécessaire dans l'équation.

Conventions

Il est courant en mécanique de la rupture à utiliser B pour l'épaisseur, parce que t et T sont généralement affectés à temps et la température, respectivement. a est utilisé pour la longueur de la fissure, et on utilise a et b pour les axes majeurs et mineurs d'une ellipse.

d. L'énergie libre de déformation

Le concept de libération d'énergie de déformation avec la croissance de la fissure est simple. Considérons une barre tirée en tension par un effort, σ. Son énergie de déformation sera :

$$U = \frac{\sigma^2}{2E}V$$

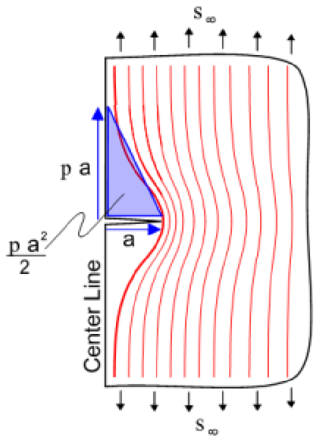
Selon les principes énergétiques discutés ci-dessus. Supposons maintenant qu'une fissure se propage tout le long de la barre, l'amenant à se casser en deux moitiés. Les deux moitiés seront maintenant déchargées après la pause, de sorte qu'elles ne peuvent pas avoir d'énergie de déformation. L'énergie de déformation originale, U, a été libérée à la suite de la propagation de la fissure à travers la pièce. Griffith a été le premier à calculer la libération d'énergie de déformation associée à la croissance des fissures. Il l'a fait pour le cas d'une plaque infinie en tension uni-axiale. Pourquoi ce scénario? Facile, parce que la plaque infinie en traction uni-axiale était le cas qu'Inglis venait de résoudre sept ans plus tôt en 1913. Griffith a utilisé le cas limite d'une ellipse aplatie pour former une fissure et a intégré les champs de contrainte et de déformation pour obtenir l'énergie de déformation en fonction de la longueur de la fissure a. Il a obtenu le résultat suivant (pour la moitié de la plaque infinie).

$$U = \frac{\sigma^2}{2E} V - \frac{\sigma^2}{2E} B \pi a^2$$

Le résultat est étonnamment simple. C'est une combinaison d'une valeur de référence, $\frac{\sigma^2}{2E} V$ correspondant à une longueur de fissure nulle, et un second terme qui soustrait l'énergie de déformation lorsque la longueur de fissure augmente selon a^2. Il est intéressant de noter que la dépendance quadratique de la longueur de la fissure signifie que la variation de l'énergie de déformation avec la longueur de la fissure est très faible, mais devient très sensible à la longueur de la fissure à des longueurs plus importantes.

On pourrait s'interroger sur l'utilité de ce résultat étant donné que la plaque est de taille infinie et que, par conséquent, l'énergie de déformation est infinie parce que V est infinie. Néanmoins, cette équation s'avérera utile parce que nous la différencierons finalement, éliminant ainsi le terme de volume infini parce qu'il est constant.

Il y a un moyen facile de se souvenir du résultat de Griffith, et il est montré dans la figure ci-dessous. Il s'agit de penser à une partie non chargée de matériau au-dessus et au-dessous de la fissure qui est de nature triangulaire, ayant une largeur a et une hauteur πa. Cela donne une aire de $\pi a^2 / 2$, et comme il y a deux triangles, un au-dessus et un au-dessous, la surface des deux triangles est πa2. Enfin puisque l'épaisseur est B, le volume est $B\pi a^2$. Cela correspond au terme de volume dans l'équation de Griffith.



e. Le critère de défaillance de Griffith

Rappelons que l'apport d'énergie nécessaire pour rompre les liaisons atomiques et faire croître la fissure est donnée par

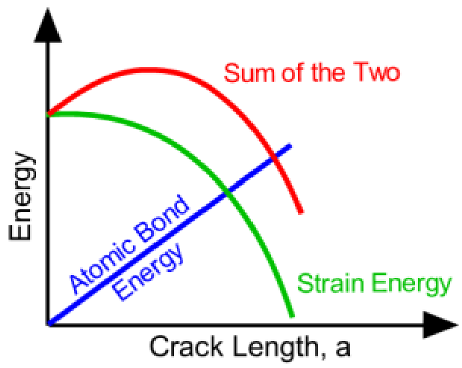
$$E_{bond} = 2\,\gamma_s a\, B$$

alors que la fissure se développe, l'énergie de déformation mécanique stockée diminue selon

$$U = \frac{\sigma^2}{2E} V - \frac{\sigma^2}{2E} B \pi a^2$$

L'énergie totale dans le système est simplement la somme des deux expressions. Ceci est reflété par la courbe rouge dans la figure ci-dessous.

$$E_{\text{total}} = 2\,\gamma_s a\, B + \frac{\sigma^2}{2E} V - \frac{\sigma^2}{2E} B \pi a^2$$



L'idée clé est de reconnaître que pour de courtes longueurs de fissure (à gauche de la valeur maximale sur le graphique), l'énergie totale de l'objet augmente avec l'augmentation de la longueur de la fissure. Par conséquent, de l'énergie supplémentaire doit être introduite dans le matériau afin de provoquer la croissance de la fissure. Il est stable.

Cependant, à des longueurs de fissure plus longues (à droite de la valeur de courbe maximale), une augmentation de la longueur de la fissure entraîne une diminution de l'énergie totale. Cela signifie que la fissure peut se développer sans aucune entrée externe supplémentaire. C'est une situation instable qui peut mener à une défaillance catastrophique lorsqu'une fissure se propage soudainement complètement à travers une partie.

Techniquement, on dit que la fissure peut se développer spontanément.

Nous devons différencier la courbe d'énergie totale par rapport à la longueur de fissure a, puis mettre la dérivée à zéro, afin de trouver la longueur à laquelle la croissance de la fissure instable (et la rupture partielle) peut se produire.

$$\frac{dE_{\text{total}}}{da} = 2\,\gamma_s\,B - \frac{\sigma^2}{E}\,B\,\pi\,a = 0$$

Donc,

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2\,\gamma_s E}{\pi\,a}}$$

Un indice f a été ajouté à σ pour signifier la défaillance. L'équation montre que la contrainte de rupture augmente avec la racine carrée de l'énergie de liaison, γ_s, mais décroît avec la racine carrée de la longueur de la fissure a. Enfin, la quantité 2γs est combinée dans le taux critique de l'énergie libéré de Griffith G_c.

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{G_c E}{\pi\,a}}$$

<u>Exemple d'une fissure dans le verre</u>

Il est bien connu que les vitres sont fragiles et sont particulièrement susceptibles de se briser lorsque des fissures sont présentes. Le critère de Griffith peut être utilisé pour estimer la contrainte de rupture critique pour une longueur de fissure donnée. Calculons la contrainte critique d'une vitre typique lorsqu'une fissure de 25,4 mm est présente. Le module de Young du verre est de E = 70 000 MPa et le taux de libération d'énergie critique est d'environ Gc = 7 J/m2.

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{G_c E}{\pi\,a}} = \sqrt{\frac{(7\ \mathrm{J/m^2})(7\mathrm{E}10\ \mathrm{N/m^2})}{(\pi)(0.025\ \mathrm{m})}} = 2.5\mathrm{E}6\ \mathrm{N/m^2} = 2.5\ \mathrm{MPa}$$

III-4 Ténacité des matériaux

Définition

La ténacité est la capacité d'un matériau a résister a la propagation d'une fissure. Plus précisément, on définit la ténacité comme étant la quantité d'énergie qu'un matériau peut absorber avant de casser.

Formulation du critère de Griffith pour la fracture fragile

La condition de fracture de Griffith est formulée en termes d'énergie libérée par l'extension d'une fissure et l'énergie requise pour la formation de nouvelles surfaces de rupture.

$$G = \frac{K^2}{E} \geq G_c$$

G : L'énergie de fracture par unité de surface,

K : Le facteur de contrainte (stress intensity factor),

E : Le module de Young du matériau,

G_c : L'énergie de fracture critique (ou ténacité de rupture).

Lorsque l'énergie de déformation dépasse l'énergie de rupture G_c, la fissure se propage.

Le facteur de contrainte K est essentiel pour quantifier la ténacité d'un matériau, en particulier dans le cadre de la mécanique de la rupture élastique linéaire (LEFM). Il mesure l'intensité des contraintes à la pointe d'une fissure et permet de déterminer si une fissure va se propager sous l'effet d'une charge.

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}$$

- σ : La contrainte appliquée (ex. contrainte de traction),
- a : La longueur de la fissure,
- K : Le facteur de contrainte (aussi appelé "intensité de contrainte").