

Chapitre II : Fatigue des matériaux

II-1 Notions sur les chargements cycliques

Les chargements cycliques désignent des sollicitations mécaniques ou thermiques qui varient de manière répétée dans le temps, en suivant un cycle régulier ou irrégulier. Ces chargements sont omniprésents dans de nombreuses applications industrielles et mécaniques, comme dans l'aéronautique, l'automobile, les machines-outils, ou même les infrastructures telles que les ponts.

Les chargements cycliques sont présents dans de nombreuses situations :

- Automobile : Les suspensions, les moteurs, et les composants de transmission subissent des chargements cycliques constants pendant leur fonctionnement.
- Aéronautique : Les ailes et autres parties des avions sont soumises à des chargements cycliques en raison des variations de pression, de vitesse, et des vibrations.
- Génie civil : Les ponts, bâtiments et autres infrastructures peuvent être exposés à des chargements cycliques liés au trafic ou à des événements naturels tels que des tremblements de terre.

Les matériaux réagissent différemment aux chargements cycliques :

- Élasticité et plasticité : Sous des chargements faibles, les matériaux réagissent de manière élastique (les déformations sont réversibles). Si le chargement dépasse un certain seuil, des déformations plastiques irréversibles peuvent se produire.
- Changements thermiques : Les variations de température associées à des chargements cycliques (par exemple, dans les moteurs) peuvent affecter la résistance des matériaux à la fatigue.

II-2 Nature et caractéristique du signal d'un chargement cyclique

II-2-1 Nature du chargement cyclique

Un chargement cyclique peut prendre plusieurs formes, en fonction des variations de la contrainte ou de la force au cours du temps :

- ✓ Chargement périodique : La charge varie selon un modèle répétitif et régulier (par exemple, une oscillation sinusoïdale).

✓ *Chargement non périodique* : Le signal de charge peut être plus aléatoire, sans répétition stricte (par exemple, les vibrations non régulières dues à des perturbations externes).

II-2-2 Caractéristique du signal d'un chargement cyclique

a- Types de cycles :

- Contraintes alternées :

- Cycle symétrique :

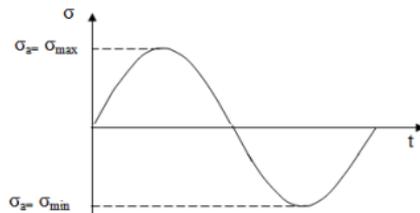


Figure 3 : Cycle symétrique.

$$\begin{aligned} |\sigma_{max}| &= |\sigma_{mini}| \\ \sigma_m &= 0 \\ \sigma_a &= \sigma_{max} \end{aligned}$$

- Cycle asymétrique :

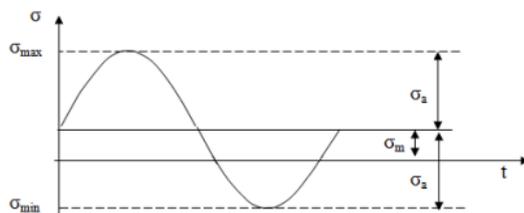


Figure 4 : Cycle asymétrique.

$$\begin{cases} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{mini} < 0 \\ \sigma_m > 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$$

- Contraintes répétées : Cycle asymétrique

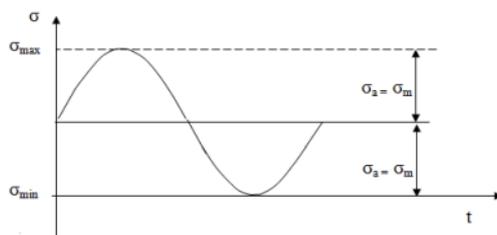


Figure 5 : Cycle répété.

$$\begin{cases} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{mini} = 0 \\ \sigma_m > 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$$

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2}$$

- Contraintes ondulatoires : Cycle asymétrique

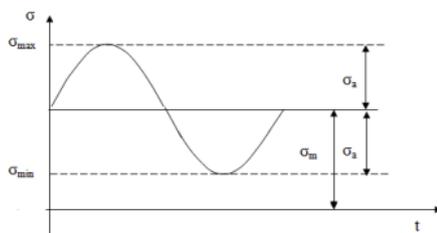


Figure 6 : Cycle ondulé.

$$\begin{cases} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{mini} > 0 \\ \sigma_m > 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$$

Remarque : Le cycle peut être considéré comme la superposition d'une contrainte constante σ_m et d'une contrainte variable σ_a .

b- Caractéristiques d'un cycle :

Un cycle est caractérisé par :

- Le coefficient d'asymétrie r :

$$r = \frac{\sigma_{\text{mini}}}{\sigma_{\text{maxi}}}$$

Remarque:

$$\text{➤ } \begin{cases} r = -1, \text{ cycle symétrique} \\ r \neq -1, \text{ cycle asymétrique} \\ r = 0, \text{ cycle répété} \end{cases}$$

➤ 2 cycles ayant le même coefficient d'asymétrie sont dits semblables.

- L'amplitude de contrainte σ_a :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{maxi}} - \sigma_{\text{mini}}}{2}$$

- La contrainte moyenne σ_m :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{maxi}} + \sigma_{\text{mini}}}{2}$$

II-3 Courbe d'endurance et ses trois domaines : oligocyclique -Endurances limitée et illimitée.

On appelle durée de vie ou endurance en fatigue, le nombre de cycles de contrainte N nécessaire pour que l'éprouvette ou la pièce se rompe pour un cycle de contraintes (σ_m, σ_a) . Ces valeurs peuvent être déterminées à l'aide de méthodes statistiques. Pour de manière facilement utilisable les résultats d'essais de fatigue, il existe un assez grand nombre de méthode ou arrangements possibles des paramètres utilisés en fatigue:

- temps : sous la forme d'un nombre de cycles N ;
- contraintes:
 - statiques (R_e, R_m)
 - dynamiques ($\sigma_m, \sigma_a, \sigma_{\text{max}}, R_\sigma, \sigma_D(N)$)

Courbe de Wöhler

Cette courbe est appelée S-N (Stresses - Number of cycles) universellement connue la courbe la plus ancienne et qui permette de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans tout le domaine de fatigue. Elle définit une relation entre la contrainte appliquée et le nombre de cycles à rupture NR . Pour la tracer, on réalise généralement des essais simples, qui consistent à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques,

d'amplitude de chargement constante fluctuant autour d'une valeur moyenne fixée, et de noter le nombre de cycles à rupture NR. La courbe S-N peut faire apparaître l'existence d'une « limite d'endurance », définie comme niveau de contrainte sous lequel un matériau résistera aux contraintes cycliques « indéfiniment » sans rompre. Évidemment, la connaissance d'un tel niveau de contrainte est importante pour un ingénieur puisqu'il lui donne une contrainte de référence réaliste sur lequel il peut baser sa conception. Cependant, pour beaucoup de matériaux, une telle limite n'est pas trouvée dans le temps pratique de l'expérience. Dans ces cas, le concepteur doit se référer directement à la courbe S-N pour la contrainte appropriée qui correspond à la vie attendue de ce qu'il conçoit. Par contre, dans certains cas, par exemple lorsqu'il y a simultanément fatigue et corrosion, il ne semble pas y avoir d'asymptote horizontale. On définit alors une limite conventionnelle d'endurance comme la valeur de la contrainte qui ne conduit pas à la rupture avant un nombre de cycles fixé (par exemple 10^7 cycles). La notion de limite d'endurance est relative et sa définition dépend du problème traité.

N = Nombre de cycles à rupture,

R_m = Résistance à la traction,

σ_D = (D pour damage = dommage): Limite de fatigue, en dessous de laquelle la probabilité de rupture est quasi-nulle. Une courbe S-N représente la durée de vie en fatigue caractérisée par trois ou quatre régimes]. On y distingue:

I. Le régime de la fatigue oligo-cyclique (oligo = petite quantité) ou à faible nombre de cycles (Low Cycle Fatigue - LCF) pour lequel la rupture de l'éprouvette a lieu à un nombre de cycles inférieur à $10^4 - 10^5$ cycles. Les amplitudes de contrainte sont autour de la limite d'élasticité macroscopique du matériau.

II. Le régime de la fatigue à grand nombre de cycles (High Cycle Fatigue – HCF) pour lequel la rupture de l'éprouvette a lieu à un nombre de cycles compris entre 10^5 et 10^7 . Les amplitudes de contrainte sont environ deux fois inférieures à la limite d'élasticité macroscopique du matériau. La courbe S-N tend vers une asymptote horizontale représentant la limite d'endurance du matériau. Cette asymptote est plus ou bien marquée selon les matériaux et on définit également une limite de fatigue conventionnelle qui correspond à la résistance à la fatigue du matériau à 10^7 cycles. En dessous de la limite d'endurance ou de la limite de fatigue conventionnelle, la durée de vie du matériau est

supposée être infinie. Ces limites servent donc pour dimensionner en fatigue les pièces mécaniques.

III. Le régime de la fatigue à très grand nombre de cycles (Very High Cycle Fatigue – VHCF ou Ultra High Cycle Fatigue), encore appelé fatigue **gigacyclique**. Les amplitudes de contrainte sont inférieures à la limite de fatigue conventionnelle. Néanmoins, le matériau se rompt après un nombre de cycles supérieur à 10^7 cycles. **IV.** La question de l'existence d'une limite de fatigue reste aujourd'hui une question ouverte.

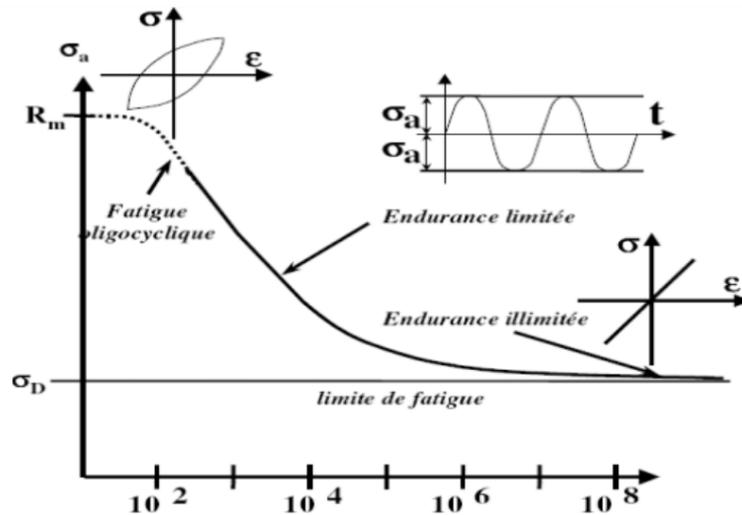


Figure 7. Courbe de Wöhler (courbe S-N)

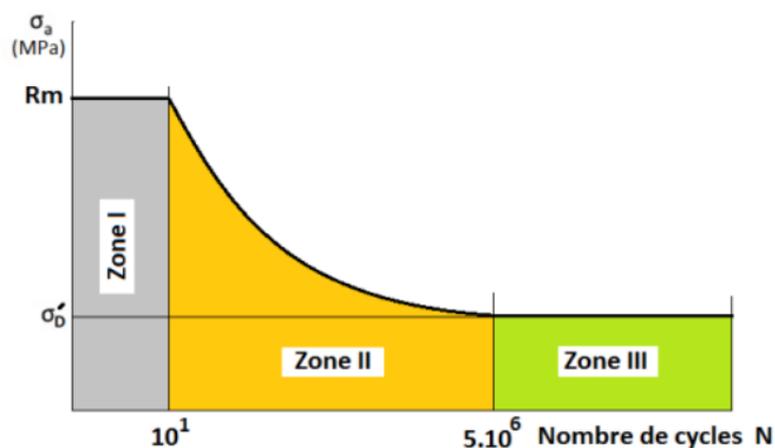


Figure 8. Partitionnement de la courbe de Wöhler

a) **Fatigue oligocyclique (Zone I):** La contrainte σ_a est à la valeur de R_m , on observe la rupture des éprouvettes après quelques cycles (de 1 jusqu'à 10 cycles).

b) **Fatigue à vie finie (Zone II):** Cette zone s'étale sur une étendue de 10 à $5 \cdot 10^6$ cycles correspondant à une fourchette de contraintes $\sigma_D < \sigma_a < R_m$ toutes les éprouvettes rompent après un nombre de cycles pour chacune c'est la vie finie de l'éprouvette.

c) **Vie infinie (Zone III):** Au dessous d'un seuil $\sigma_a \leq \sigma_D$ les éprouvettes ne rompent plus c'est la vie infinie, le seuil de contrainte σ_D est appelée **limite d'endurance**.

- Quelques valeurs approximatives de la limite d'endurance :

- **Aciers :**

$$\sigma'_D \approx 0.5R_m \text{ si } R_m \leq 1400 \text{ Mpa}$$

$$\sigma'_D \approx 700 \text{ Mpa si } R_m > 1400 \text{ Mpa}$$

- **Fontes et aciers coulés**

$$\sigma'_D \approx 0.4R_m$$

- **Alliages aluminium-magnésium**

$$\sigma'_D \approx 0.4R_m \text{ Alliages forgés ou laminés}$$

$$\sigma'_D \approx 0.3R_m \text{ Alliages coulés}$$

- **Traction/compression**

$$\sigma'_D \approx 0.8R_m$$

- **Torsion**

$$\tau'_D \approx 0.6R_m \text{ pour les aciers}$$

$$0.8R_m < \tau'_D < R_m \text{ pour les fontes}$$

II-4 Expressions mathématiques de la courbe d'endurance

Le domaine (zone 2) de la fatigue habituellement considéré, où la rupture apparaît après un nombre limité de cycles (compris entre 10^4 et 10^7), sans être accompagnée d'une déformation plastique d'ensemble mesurable. Le nombre de cycles à rupture N_R croît quand l'amplitude de la contrainte cyclique σ_a décroît. Parmi les nombreuses expressions empiriques proposées pour relier N_R à σ_a pour des contraintes $\sigma_a > \sigma'_D$, on peut citer celles de **Basquin, Strohmeyer, Palmgreen, Corson...**

- **Dengel** représente mathématiquement des courbes S-N. Il considère que la courbe de Wöhler est la plus ancienne :

$$\log(N) = a - b.S$$

Où **N** est le nombre de cycles à rupture, **S** l'amplitude de la contrainte appliquée, a et b des constantes.

- En 1910, **Basquin** a proposé :

$$\log(N) = a - b \cdot \log(S)$$

que l'on peut aussi écrire :

$$S = (A/N)^c$$

en pose $A = e^a$ et $c = 1/b$.

- En 1914, **Stromeyer**, prendre en compte l'asymptote horizontale, introduit l'équation suivante :

$$\log(N) = a - b \cdot \log(S - E_1)$$

Cette équation est plus réaliste que celle de *Wöhler* et *Basquin*.

En posant $A = e^a$ et $C = 1/b$ l'équation de *Stromeyer* peut encore s'écrire :

$$S = E_1 + \left(\frac{A}{N}\right)^c$$

- En 1924, **Palmgreen** propose :

$$S = E_1 + \left(\frac{A}{N+B}\right)^c$$

- En 1955, **Corson** introduit, malgré des bases expérimentales réduites, l'équation :

$$N = \frac{A}{(S - E_1)^d (S - E_1)}$$

où A , E_1 et d sont des constantes.

En posant $c = \log(d)$, on obtient :

$$N = \frac{A \cdot e^{-c(S - E_1)}}{(S - E_1)}$$

- **Weibull** propose:

$$\log(N+B) = a - b \cdot \log\left(\frac{S - E_1}{R_m - E_1}\right)$$

Où a , b , B et E_1 sont des constantes.

➤ Approximation analytique de la courbe de Wöhler

Les résultats des essais de fatigue illustrés par la courbe de Wöhler ont un aspect statistique, pour permettre une exploitation de la courbe dans l'engineering on procède à une approximation linéaire de la courbe. Par comparaison les courbes de Wöhler des alliages ferreux et non ferreux possèdent les limites pouvant être représentées par la figure suivante :

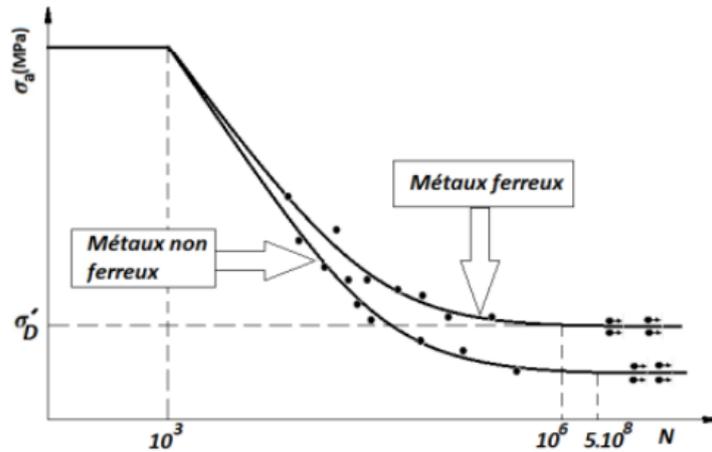


Figure 9. Comportement à la fatigue des métaux ferreux et non ferreux

En approximant linéairement la partie de la courbe ($10^3 < N < 10^6$) et en utilisant l'échelle logarithmique on aura :

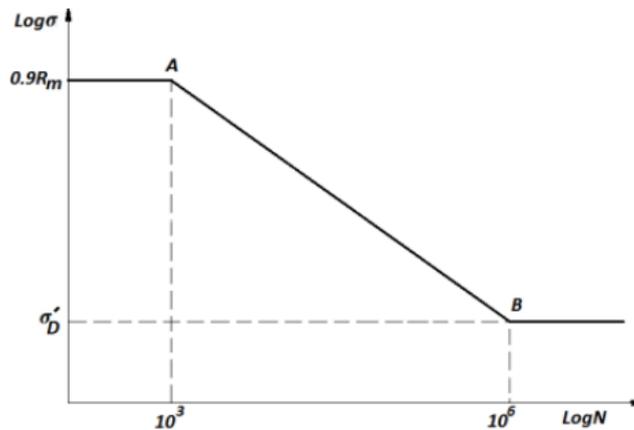


Figure 9. Approximant linéairement de la courbe de Wöhler

Les coordonnées des points A et B sont respectivement: (10^3 , $0.9R_m$) et (10^6 , σ'_D): La droite (AB) aura pour équation :

$$\text{Log } \sigma = \text{Log } a \cdot \text{Log } N + \text{Log } b$$

Où Log représente le logarithme décimal et a et b sont positifs non nuls :

$$\text{Log } \sigma = \text{Log } a^{\text{Log } N} + \text{Log } b = \text{Log}(b \cdot a^{\text{Log } N})$$

D'où :

$$\sigma = b \cdot a^{\text{Log } N}$$

Pour déterminer les constantes a et b on applique les conditions aux limites aux points A et B :

$$\sigma = 0.9R_m \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m} \right)^{\frac{1}{3}(\text{Log } N - 1)}$$

Cela donne :

$$\begin{cases} \sigma'_D = ba^6 \\ 0.9R_m = ba^3 \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad b = 0.9R_m \frac{R_m}{\sigma'_D}$$

$$\sigma = 0.9R_m \frac{\sigma'_D}{R_m} \left(\frac{\sigma'_D}{R_m}\right)^{\frac{1}{3} \text{Log}N}$$

Par simplification :

$$\sigma = 0.9R_m \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m}\right)^{\frac{1}{3}(\text{Log}N-1)}$$

Ou autrement :

$$\sigma = 0.9R_m \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m}\right)^{\frac{1}{3}(\text{Log}N-3)}$$

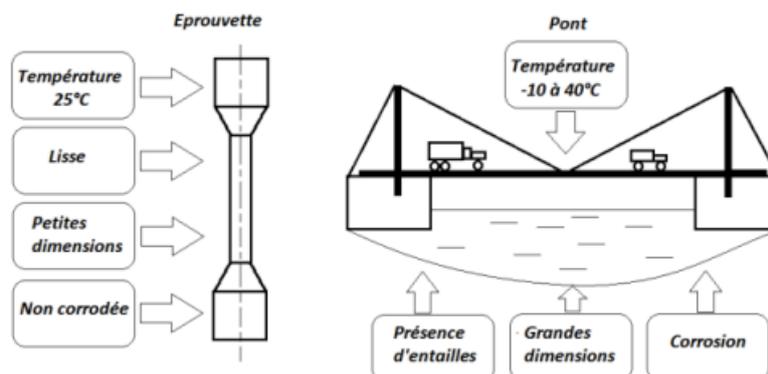
Cette expression permet de connaître le niveau de contrainte lorsque le nombre de cycles N est connu. En écrivant l'expression inversement c.à.d. $N = f(\sigma)$ on obtiendra :

$$N = 1000 \left[\frac{0.9R_m}{\sigma} \right]_{\log}^3 \left[\frac{0.9R_m}{\sigma'_D} \right]$$

Cette expression permet de connaître le nombre de cycles N lorsque le niveau de contrainte est connu

II-5 Paramètres d'influence sur la fatigue

La valeur expérimentale de la limite d'endurance σ'_D est obtenue dépend de l'éprouvette utilisée car celle-ci a été bien préparée du point de vue de géométrie de dimensions, d'état de surface, absence de défauts et des conditions de l'essai. Or le cas d'une structure en service diffère complètement de celui de l'éprouvette en effet on distingue la finition, la grosseur, la température, et d'autres facteurs qui seront pris en considération.



II.5.1. Facteurs influençant la limite d'endurance expérimentale

A) Corrosion

La corrosion est un facteur important, même en absence des chargements dynamiques, accompagnée par l'effet des sollicitations statiques peuvent causer une fissuration dans la structure. C'est ce qu'on appelle corrosion sous contrainte. Dans le cas de chargements dynamiques la corrosion entraîne une apparition de piqûres qui constituent un milieu favorable à l'effet d'entaille, progressivement s'amorçant et provoquant ainsi une rupture brutale. Donc la résistance à la fatigue $\sigma'_{D \text{ corrodée}}$ d'une pièce corrodée est inférieure à celle d'une pièce non corrodée $\sigma'_{D \text{ non corrodée}}$. L'effet de la corrosion sur la structure peut être pris en compte par un facteur de divers K_f .

B) Fréquence du chargement dynamique

Selon des études réalisées au dessous de 200 Hertz la fréquence du chargement dynamique n'a aucun effet sur la limite d'endurance σ'_D . L'effet est inverse dans le cas où la fréquence atteint des valeurs importantes, on observe une amélioration de σ'_D . Donc l'effet de fréquence ne sera pas pris en considération tant qu'elle n'a pas d'effet négatif sur σ'_D .

C) Rugosité (état de surface)

Généralement le défaut s'initie depuis la surface extérieure de la pièce, plus la surface est rugueuse plus les crêtes sont importantes et plus l'effet d'entaille est intense. Pour cela il faut considérer l'état de surface de la pièce en adoptant le facteur fini de surface K_a :

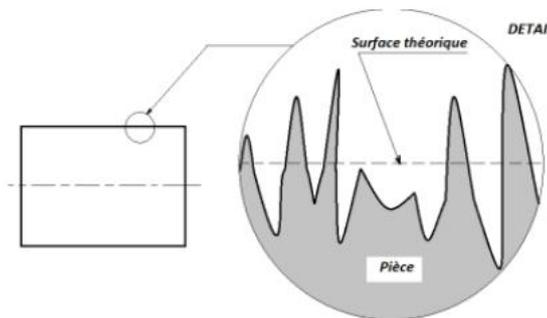


Figure 10. État de surface réel

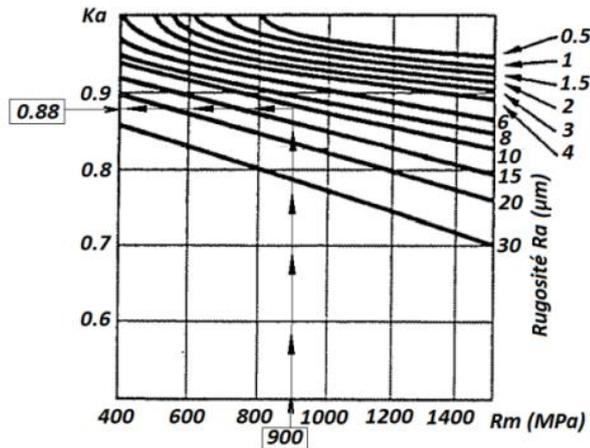


Figure 11. Abaque pour déterminer le facteur K_a pour les aciers

$$a = \frac{\sigma'_{Ds}}{\sigma'_D} \begin{cases} \sigma'_{Ds} : \text{limite d'endurance de la structure} \\ \sigma'_D : \text{limite d'endurance de l'éprouvette à rugosité référence} \end{cases}$$

Il est pratique d'utiliser des abaques pour déterminer K_a , pour l'exploiter il faut se disposer des valeurs de la rugosité et la résistance R_m . L'exemple utilisé : Une pièce en acier ($R_m = 900$ MPa) avec une rugosité $R_a = 11 \mu\text{m}$ on obtient : $K_a \approx 0.88$

D) Effet de grosseur

Statistiquement plus les dimensions de la structure sont importantes plus sont probables les défauts et moins est sa résistance à la fatigue. Pour ce fait on adopte le facteur de grosseur K_b qui peut être déterminé par :

$$K_b = \begin{cases} 1 & \text{si } d \leq 7.6 \text{ mm} \\ 0.85 & \text{si } 7.6 \leq d \leq 50 \text{ mm} \\ 0.75 & \text{si } d \geq 50 \text{ mm} \end{cases}, \text{ d: signifie la dimension caractéristique de la structure.}$$

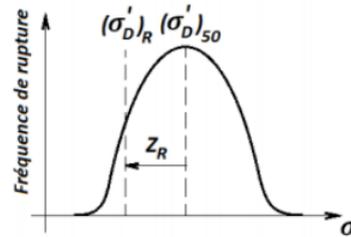
E) Fiabilité

On entend par la fiabilité, la probabilité que la structure soit en service pour une durée de vie déterminée. Rappelons que la fatigue admet un aspect statistique ce qui justifie la considération de la fiabilité. On introduit donc le facteur K_c .

- Fiabilité = 50% correspond à $K_c = 1$
- Fiabilité est au voisinage de 100% pour des valeurs de d basses (voisinage de 0.5)

Si Fiabilité augmente K_c diminue (Voir tableau ci-dessous)

Fiabilité	Variable normalisée Z_R	Facteur de fiabilité
0,50	0,000	1,000
0,90	1,288	0,897
0,95	1,645	0,868
0,99	2,326	0,814
0,999	3,091	0,753
0,9999	3,719	0,702
0,99999	4,265	0,659
0,999999	4,753	0,620
0,9999999	5,199	0,584
0,99999999	5,612	0,551
0,999999999	5,997	0,520



$(\sigma'_D)_{50}$; σ'_D lorsque la fiabilité = 50 %

F) Température

De nombreuses études montrent que le rapport σ'_D / R_m en général ne varie pas c.à.d. que la limite d'endurance est affectée aussi que la limite de la résistance à la rupture R_m . Considérant la variation de la température la limite R_m augmente quand la température est basse d'où une augmentation de la limite σ'_D . De l'autre côté un accroissement considérable de température entraînerait une chute de la valeur de la limite R_m . Pour le cas aciers usuels on admet qu'au dessous de 150 °C il n'y a aucun effet de température sur la limite σ'_D . On adopte ici le facteur qui tient en compte de la température et qu'on note K_d .

$$K_d = \begin{cases} \frac{344}{273+T} & \text{si } T > 71 \text{ °C} \\ 1 & \text{si } T \leq 71 \text{ °C} \end{cases}$$

G) Concentration de contraintes (effet d'entaille)

Lorsque la section d'une pièce soumise à une sollicitation ne présente pas d'entaille la distribution de contraintes est régulière alors que dans la présence d'entaille provoque un déséquilibre dans la distribution des contraintes engendrant une concentration de celles-ci dans le fond de l'entaille. La figure ci-dessous présente une pièce soumise à une traction simple, la distribution des contraintes est uniforme est uniforme $\sigma_{nom} = F/S$ à chaque section mais au fond de l'entaille on observe une hausse de contrainte atteignant la valeur σ_{max} . Le rapport $K_t = \sigma_{max} / \sigma_{nom}$ est appelé facteur théorique de concentration de contraintes. Pour déterminer K_t on utilise des abaques.

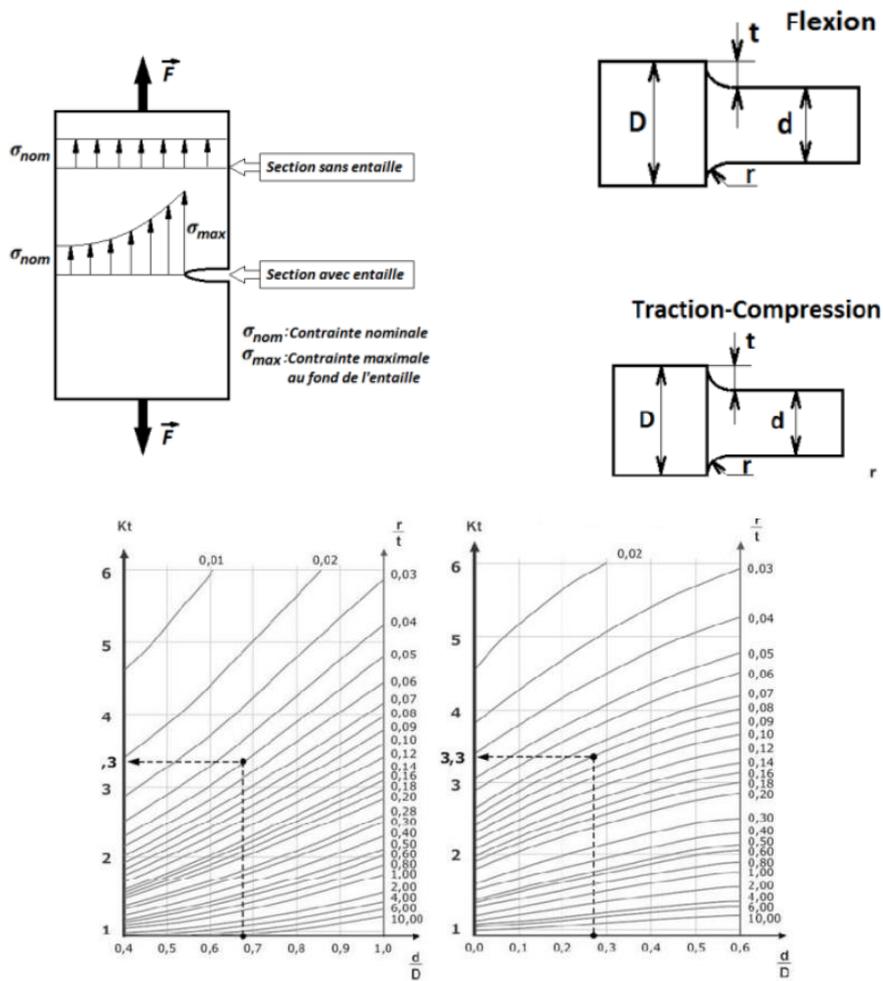


Figure 12. (a) : Abaque de K_t (Flexion), (b) : Abaque de K_t (Traction/Compression)

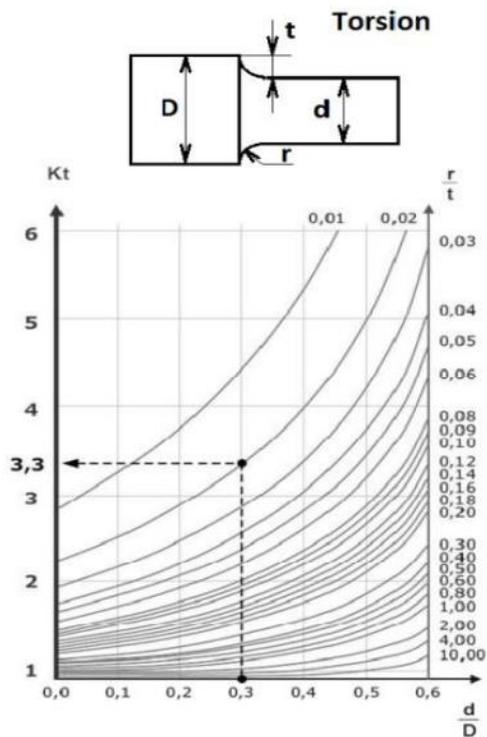


Figure 13. Abaque de K_t (Torsion)

II-6 Loi de comportement dans le domaine de fatigue oligocyclique.

➤ *Loi de Coffin-Manson :*

Bien que la loi de Coffin-Manson soit plus couramment utilisée dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles (basse contrainte, grande durée de vie), elle peut également être adaptée à la fatigue oligocyclique pour décrire la relation entre la **déformation plastique** et le nombre de cycles.

La loi de Coffin-Manson peut être formulée comme suit :

$$\Delta\varepsilon_p/2 = \varepsilon'_f (2N_f)^b$$

où :

- $\Delta\varepsilon_p$ est l'amplitude de la déformation plastique (c'est-à-dire la différence entre la déformation maximale et la déformation minimale),
- ε'_f est la constante de fatigue,
- N_f est le nombre de cycles jusqu'à la rupture,
- b est un exposant qui dépend du matériau (souvent négatif, ce qui signifie qu'une augmentation du nombre de cycles diminue l'amplitude de la déformation plastique).

Dans le cas de la fatigue oligocyclique, on observe que la déformation plastique par cycle est plus importante et, par conséquent, la constante ε'_f et l'exposant b peuvent être ajustés pour tenir compte des déformations plastiques significatives.

➤ **Modèle de Manson-Coffin Modifié (Fatigue Oligocyclique) :**

Pour la **fatigue oligocyclique**, un modèle modifié de Coffin-Manson est souvent utilisé pour relier directement la contrainte appliquée et la déformation plastique. Ce modèle peut inclure la contrainte maximale σ_{max} et la contrainte minimale σ_{min} dans le cas de cycles asymétriques (ce qui est souvent le cas dans la fatigue oligocyclique). Une relation typique pourrait être formulée comme suit :

$$\Delta\varepsilon/2 = \varepsilon'_f \frac{\sigma_{max}}{E}^b + C \frac{\sigma_{max}}{E}^d$$

Où :

- $\Delta\varepsilon/2$ représente l'amplitude de la déformation totale,
- ε'_f et C sont des constantes de matériau,
- E est le module de Young (ou le module d'élasticité),
- b et d sont des exposants matériels.

Cela permet de décrire à la fois la **déformation plastique** et la **comportante élastique** dans des conditions de sollicitation à haute amplitude, souvent observées dans la fatigue oligocyclique.

II-7 Fatigue à grand nombre de cycles - Critères de fatigue multiaxiaux : empiriques, globaux et à approche plan critique.

La **fatigue à grand nombre de cycles** (ou **fatigue à faible contrainte** et **grande durée de vie**) concerne les matériaux soumis à des sollicitations cycliques répétées à faibles niveaux de contrainte, généralement dans des conditions de fonctionnement de longue durée. Dans ce domaine, la durée de vie des composants est souvent très élevée, et la défaillance se produit après des millions de cycles.

Lorsqu'un matériau est soumis à des charges multiaxiales, c'est-à-dire des sollicitations simultanées sur plusieurs axes (par exemple, des tensions combinées de traction, compression et cisaillement), la modélisation de la fatigue devient plus complexe. Pour étudier ce phénomène, plusieurs critères ont été développés pour prédire la défaillance en fatigue dans de telles conditions.

Dans le cadre de la **fatigue multiaxiale**, il existe plusieurs approches et critères utilisés pour évaluer la résistance à la fatigue des matériaux, qui peuvent être classés en **empiriques**, **globaux** et à **approche plan critique**. Voici une présentation de ces critères :

1. Critères Empiriques :

Les critères empiriques sont basés sur des observations expérimentales et des essais de fatigue réalisés sur des matériaux sous sollicitations multiaxiales. Ces critères sont largement utilisés en raison de leur simplicité et de leur capacité à fournir des résultats rapides et pratiques.

➤ **Critère de von Mises modifié :**

Le **critère de von Mises** est couramment utilisé en mécanique des matériaux pour évaluer la rupture sous contraintes multiaxiales. Dans le cas de la fatigue, ce critère peut être modifié pour inclure l'effet de la contrainte de cisaillement en plus des contraintes normales.

Il est exprimé par :

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Où σ_1 , σ_2 , et σ_3 sont les trois contraintes principales appliquées au matériau.

Une modification de ce critère, appelée **critère de von Mises modifié** ou **critère de von Mises équivalent**, permet de prendre en compte des facteurs comme l'amplitude de la contrainte et la durée de vie estimée en fonction de l'énergie dissipée.

➤ **Critère de Sines :**

Ce critère est une généralisation du critère de **von Mises**, et il permet de prendre en compte la **contribution des trois contraintes principales**. Il évalue la contrainte équivalente à la fatigue à partir des contraintes principales dans un espace tridimensionnel.

Le critère de Sines est donné par :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$$

2. Critères Globaux :

Les critères globaux reposent sur l'idée de représenter la fatigue multiaxiale en termes de grandeurs moyennes qui résument le comportement de la sollicitation globale sur le matériau.

➤ **Critère de Fatigue de Tresca (ou de Coulomb)**

Le critère de Tresca, basé sur l'écart maximal entre les contraintes principales, est utilisé pour les matériaux qui peuvent se déformer de manière plastique. Bien qu'il soit couramment utilisé pour les déformations plastiques, il est parfois appliqué en fatigue pour les charges multiaxiales. Dans ce cadre, le critère de Tresca peut être exprimé sous la forme :

$$\Delta\sigma_{max} = \sigma_1 - \sigma_2$$

où σ_1 et σ_2 sont les contraintes principales maximales et minimales.

➤ **Critère de Mises équivalent pour la fatigue multiaxiale**

La **formulation de Mises équivalente** peut aussi être utilisée dans des cas multiaxiaux. Ce critère permet de prédire la durée de vie en fonction de la contrainte équivalente à partir des trois contraintes principales appliquées au matériau. Cette approche est utile pour les matériaux ductiles, où la propagation des fissures est influencée par les différences de contraintes dans différentes directions.

3. Critères à Approche Plan Critique

Les critères à approche plan critique se concentrent sur l'étude des contraintes et déformations dans un plan donné, généralement perpendiculaire à l'axe de la fissure en propagation. Ces critères sont basés sur des considérations géométriques et mécaniques locales.

➤ **Critère de maximum de contrainte normale (ou critère de maximum de contrainte normale à la surface)**

Dans ce critère, la rupture par fatigue est supposée se produire lorsque la contrainte normale dans un plan de fissure atteint un certain seuil. Ce critère s'appuie sur le fait que les fissures se forment dans la zone où la contrainte normale est maximale et où la déformation est la plus importante. Il est exprimé comme suit :

$$\sigma_n = \max(\sigma_x, \sigma_y)$$

où σ_x et σ_y sont les contraintes normales dans un plan critique.

➤ **Critère de maximum de contrainte de cisaillement (ou critère de maximum de cisaillement)**

En fatigue multiaxiale, le **critère de maximum de contrainte de cisaillement** repose sur l'idée que les fissures se propagent à partir de zones où la contrainte de cisaillement maximale est présente. Ce critère est souvent appliqué dans des cas où les sollicitations sont dominées par des charges de torsion et de flexion.

L'approche est fondée sur le fait que la rupture se produit lorsque la contrainte de cisaillement dépasse un seuil critique, et peut être formulée par :

$$\tau_{max} = \max \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2}$$

Où τ_{max} est la contrainte de cisaillement maximale.

➤ **Critère de Mécanique de la Rupture (Approche Critique de Plan de Fatigue)**

Ce critère utilise la théorie de la rupture pour prédire la durée de vie d'un matériau soumis à des sollicitations multiaxiales. Il combine les approches locales de fatigue (comme la contrainte de cisaillement et normale) et les critères de propagation des fissures pour évaluer la probabilité de rupture en fatigue. Il est souvent appliqué à des matériaux fragiles.

L'approche plan critique se base sur l'identification du plan qui serait le plus susceptible de développer une fissure. Ce plan est caractérisé par une contrainte ou déformation critique.