

### حل السلسلة رقم 03: الفائدة المركبة

#### تمرين رقم 01

$$A = C_n, C + C.t.n = C(1+i)^n$$

لنرمز للمبلغ الأول بـ  $10000 - C$  ، وبـ  $C$  للمبلغ الثاني.

$$10000 - C + (10000 - C) \times 0.05 \times 20 = C(1 + 0.04)^{20}$$

$$20000 - 2C = 2.191123C; \quad C = 4772 \text{ DA}$$

المبلغ الأول هو:  $10000 - C = 10000 - 4772 = 5228 \text{ DA}$

$$C = 4772 \text{ DA} \quad \text{المبلغ الثاني هو:}$$

#### تمرين رقم 02

$$A = C + C.t.n = C(1 + 0.05 \times 2) = 1.1 C$$

$$C_n = C(1 + i)^n,$$

$$437198.96 = 1.1 C(1 + 0.06)^5 ;$$

$$C = 297000 \text{ da}$$

#### تمرين رقم 03

$$C_1 = C_2 = C_3 = C$$

$$I_2 - I_1 = 484.62 \quad ; I = C_n - C = c[(1 + i)^n - 1]$$

$$n_1 = 2 \text{ ans}, n_2 = 2 \times 2 = 4 \text{ semestres}, n_3 = 2 \times 4 = 8 \text{ trimestres}$$

$$c[(1 + 0.06)^4 - 1] - c[(1 + 0.12)^2 - 1] = 484.62$$

$$(1.262477 - 1.2544)C = 484.62 \quad ; C = 60052 \text{ DA}$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = 60052 \text{ DA}$$

2/ المقارنة بين فوائد المبالغ الثلاث:

$$I_1 = c[(1 + 0.12)^2 - 1] = 60052 \times 0.2544 = 15277.23 \text{ DA}$$

$$I_2 = c[(1 + 0.06)^4 - 1] = 60052 \times 0.9856 = 15762.27 \text{ DA}$$

$$I_3 = c[(1 + 0.03)^8 - 1] = 60052 \times 0.26677 = 16020.077 \text{ DA}$$

$$I_1 < I_2 < I_3$$

3/ معدل الفائدة السنوي الواجب تطبيقه لتكون فائدة المبلغ الأول تساوي فائدة المبلغ الثاني:

$$60052[(1 + i)^2 - 1] = 15762.27 \quad ;$$

$$(1 + i)^2 = 1.262477$$

$$\sqrt{(1 + i)^2} = \sqrt{1.262477}$$

$$1 + i = 1.1236, \quad i = 12.36\%$$

#### تمرين رقم 04

بما أن الفوائد تدفع كل ثلاثة أشهر (رسلة ثلاثية) فإن المعدل والمدة يجب أن يكونا ثلاثيين:

$$n = 5 \times 4 + 3 = 23 \text{ trimestres}$$

بالنسبة للمعدل يمكننا حساب المعدل الثلاثي التناسبي أو التكافؤي:

$$1 + i_a = (1 + i_k)^k ; 1 + 0.08 = (1 + i_4)^4 ; i_4 = 1.08^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.0194 = 1.94\%$$

$$C_n = C(1 + i)^n = 7000(1.0194)^{23} = 10890 \text{ DA}$$

تمرين رقم 05

$$C_2 = 2121.8 \text{ DA} ; C_3 = 2185.45$$

1/ حساب معدل الفائدة المركبة:

$$\frac{C_3}{C_2} = \frac{C(1 + i)^3}{C(1 + i)^2}; \quad \frac{2185.45}{2121.8} = 1 + i ; \quad i = 1.03 - 1 = 0.03$$
$$i = 3\%$$

2/ حساب المبلغ المدخر:

$$C(1 + i)^2 = 2121.8 \quad C = \frac{2121.8}{1.03^2} = 2000 \text{ DA}$$

3/ رصيد الشخص في نهاية السنة السادسة:

$$C_6 = C(1 + i)^6 = 2000(1.03)^6 = 2388 \text{ DA}$$

أو:

$$C_6 = C_2(1 + i)^4 ; C_6 = C_3(1 + i)^3$$

تمرين رقم 06

$$C_n = C(1 + i)^n$$

1/ رأس المال المقترض :

$$C = C_7(1 + i)^{-7} = 100000(1 + 0.09)^{-7} = 54703.42 \text{ da}$$

2/ الجملة المسددة لو تم الدفع مسبقا في فيفري 2008:

$$C_3 = C(1 + i)^3 = 54703.42(1.09)^3 =$$

أو:

$$C_3 = C_7(1 + i)^{-4} = 100000(1 + 0.09)^{-4} = 7673.36$$

3/ الجملة المسددة لو تأجل الدفع إلي فيفري 2015:

هناك عدة طرق حسب رأس المال المتخذ للحساب

$$C_{10} = C_7(1 + i)^3 = 100000(1 + 0.09)^3 = 685900$$

$$C_{10} = C(1 + i)^{10} = 54703.42(1.09)^3 =$$

$$C_{10} = C_3(1 + i)^7 = 773.36(1 + 0.09)^7 =$$

$$\frac{C(1 + 0.04)^7}{(30000 - c) \cdot (1 + 0.04)^{10}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{3}c = (30000 - c) \cdot (1.04)^{-3}$$

من خلال تبسيط المعادلة نجد قيمة المبلغ C وبعدها نحسب البسط (جملة المبلغ الأول) والمقام (جملة المبلغ الثاني)

$$A = C_n, C + C \cdot t \cdot n = C(1 + i)^n$$

الجملة بفائدة بسيطة:

$$35000 + 35000 \times 0.06 \times 2 + 35000 + 35000 \times 0.06 \times 1 = 76300$$

الجملة بفائدة مركبة:

$$35000(1 + i)^2 + 35000(1 + i) = 76300$$

$$(1 + i)^2 + (1 + i) - 2.18 = 0$$

نضع أن  $1 + i = x$

$$x^2 + x - 2.18 = 0$$

ونحل المعادلة من الدرجة الثانية:

$\Delta = 9.72$  نرفض الحل السالب ونحسب الحل الموجب نجد:

$$i = 0.0588 \quad 1 + i = x = 1.0588$$

عند التكافؤ نجد:

$$\begin{aligned} C_1(1 + i)^{-n_1} + C_2(1 + i)^{-n_2} + C_3(1 + i)^{-n_3} \\ = 2000 + c'(1 + i)^{-n'_1} + c'(1 + i)^{-n'_2} \\ 5000(1.04)^{-4} + 4000(1.04)^{-4} + 10000(1.04)^{-6} \\ = 2000 + c'(1.04)^{-3} + c'(1.04)^{-5} \end{aligned}$$

يبقى فقط حساب قيمة الكميات

عند التكافؤ نجد:

$$\begin{aligned} C_1(1 + i)^{-n_1} + C_2(1 + i)^{-n_2} + C_3(1 + i)^{-n_3} &= 9059.962 \\ 2000(1.05)^{-4} + 5000(1.05)^{-6} + c'(1.05)^{-10} &= 9059.962 \end{aligned}$$