
CONTRAINTES ET DÉFORMATIONS

6.1 CHARGEMENT UNIAXIAL

6.1.1 Introduction

Lorsqu'un corps est soumis à des forces extérieures, il y a un changement de sa forme ou de ses dimensions. Ce changement s'appelle déformation. Tous les corps se déforment sous l'effet des forces qui s'exercent sur eux. Cette déformation est plus ou moins grande dépendamment de la grandeur des forces et des matériaux qui sont en cause.

Une structure peut être construite afin de supporter un millier de tonnes mais se déformera tout de même sous le poids d'un seul homme. Évidemment, dans ce cas, la déformation sera minime mais elle n'en sera pas moins là.

Cette première section vise surtout l'étude des déformations se faisant suivant l'axe longitudinal du matériau. Les forces agissant sur les corps tendront donc à **étirer** ou **comprimer** le corps.

6.1.2 Barreau en traction ou en compression

La *figure 6.1* représente un barreau droit, de section A (en m^2) et de longueur initiale L_0 (en m) soumis à une force de traction P (en N). L'expérience prouve que, sous l'effet de la force P , les extrémités s'éloignent l'une de l'autre; le barreau subit donc un allongement δ (en m). Le barreau se comporte en fait comme un ressort; toutefois, pour un barreau de métal, l'allongement est presque invisible à l'oeil nu.

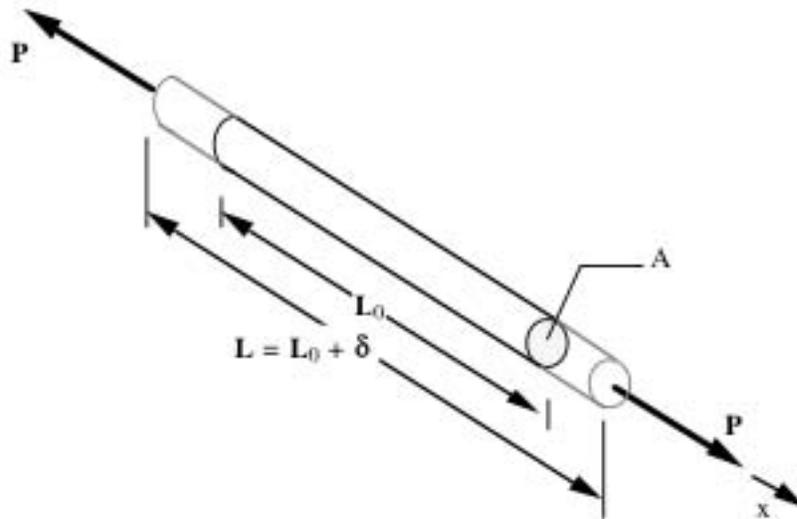


Fig. 6.1

Définitions:

Déformation:

C'est la modification que subit un corps sous l'effet de la force qu'il subit.

Déformation longitudinale (δ):

C'est l'allongement ou le raccourcissement que subit une pièce sous l'effet d'un effort de traction ou de compression. [m]

$$\delta = L - L_0 \text{ [m]} \quad (6.1)$$

Déformation unitaire (ϵ):

C'est la déformation par unité de longueur. La déformation n'a pas d'unité [m/m].

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (6.2)$$

Où L_0 : longueur de la tige sans charge
 L : longueur de la tige supportant une charge P

EXEMPLE 6.1 *Quel est la déformation unitaire que subit une pièce de métal de 5 m de long qui s'étire de 2 mm sous l'action d'une charge de 150 kN?*

Solution:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{0,002 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 0,0004 = 4 \times 10^{-4}$$

Nous savons par expérience que tout dépendant de l'intensité de la force qu'on exerce sur une pièce ou partie d'une structure, elle se déforme de façon minime et temporaire ou de façon prononcée et permanente. Expérimentalement, on note que la déformation est proportionnelle à la charge que l'on place sur la pièce. (voir *figure 6.2*)

Plus précisément, un anglais; Robert Hooke a énoncé la loi suivante:

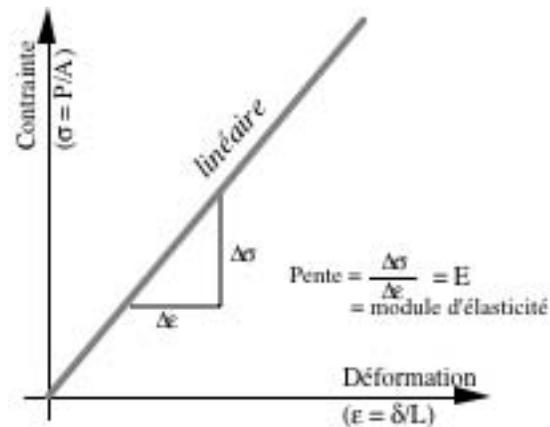


Fig. 6.2

Loi de Hooke:

Lorsqu'on charge un matériau, si la contrainte produite demeure inférieure à sa limite élastique, sa déformation est proportionnelle à la contrainte qu'il subit.

$$\varepsilon \propto \sigma$$

$$\sigma = E\varepsilon \text{ [N/m}^2\text{] ou [Pa]} \quad (6.3)$$

où **E**: est la constante de proportionnalité appelée module d'élasticité ou module de Young. [Pa](voir figure 6-2)

Afin de bien identifier les limites de la loi de Hooke, procédons encore à quelques définitions.

Définitions:

Élasticité :

Propriété qu'a un corps, après avoir été déformé par une charge, de reprendre sa forme initiale lorsque la charge est enlevée.

Limite élastique :

C'est la contrainte maximum que peut supporter un matériau sans danger de déformation permanente.

Module de Young (élasticité) :

C'est la constante de proportionnalité entre la contrainte qu'un matériau subit et sa déformation unitaire. C'est une constante propre à chaque matériau.

Plasticité :

Propriété qu'a un corps de conserver partiellement les déformations produites par une charge lorsque celle-ci est enlevée. La déformation plastique se produit quand la contrainte dépasse la limite d'élasticité.

Quand une pièce subit un allongement (ou raccourcissement) axial, elle subit en même temps, une contraction (dilatation) transversale. Si la contrainte axiale demeure inférieure à la limite élastique, le rapport entre la déformation transversale et la déformation unitaire axiale demeure constant.

Afin de bien saisir l'importance de cette constatation, référons-nous à la *figure 6.3*. Pour les besoins de cette analyse nous donnerons des indices aux allongements unitaires; ainsi nous appellerons ϵ_L déformation unitaire longitudinale (généralement appelée ϵ simplement) et ϵ_R déformation unitaire radiale.

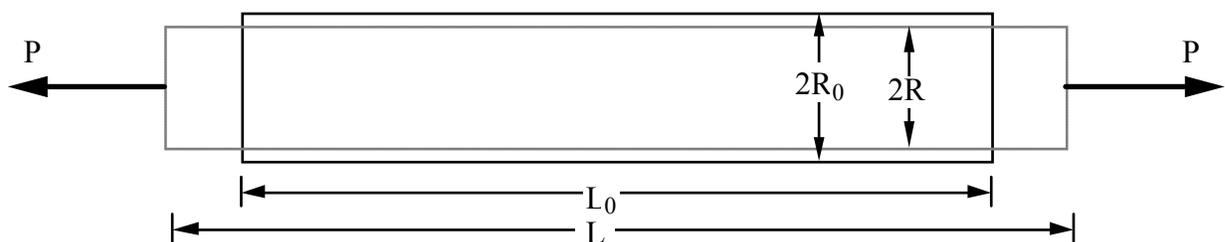


Fig. 6.3

Nécessairement, tout comme précédemment:

<i>Définitions:</i>	
<u>Allongement longitudinal :</u>	
$\delta_L = L - L_0 \text{ [m]}$	(6.1)
<u>Allongement radial :</u>	
$\delta_R = R - R_0 \text{ [m]}$	(6.4)
<u>Déformation unitaire longitudinale :</u>	
$\epsilon_L = \frac{\delta_L}{L_0}$	(6.2)
<u>Déformation unitaire radiale :</u>	
$\epsilon_R = \frac{\delta_R}{R_0}$	(6.5)
<u>Coefficient de Poisson (ν) :</u>	
C'est le rapport entre les déformations unitaires transversales et axiales, quand la déformation a lieu dans les limites d'élasticité.	
$\nu = - \frac{\epsilon_R}{\epsilon_L}$	(6.6)

Nécessairement, toutes ces lois ne sont valables que si la contrainte ne dépasse pas la limite élastique.

Le tableau de la page suivante donne les valeurs des modules d'élasticité et du coefficient de Poisson pour différents matériaux.

Matériau	Module d'élasticité	Coefficient de Poisson	Module de rigidité	Coef. de dilatation linéique	Masse volumique
	E [GPa]	ν	G [GPa]	α [10^{-6}°C^{-1}]	ρ [kg/m ³]
Acier au carbone	193-220	0,26-0,29	76-82	10-13	7720-7860
Acier inoxydable	193-207	0,3	73	15-17	7640-7910
Acrylique	2,4-3,4	0,35	1,03	90	1160
Aluminium (et alliages)	68,2-78,5	0,32-0,34	25,5-26,5	20-24	2560-2880
Caoutchouc	$0,76 \times 10^{-3}$ - $4,1 \times 10^{-3}$	0,5	$0,34 \times 10^{-3}$ - $1,38 \times 10^{-3}$	126-198	970-1250
Cuivre	117-124	0,33-0,36	40-46	16,6-17	8940-8970
Fer	200	0,28	80	12	7850
Fonte	90-145	0,21-0,30	36-56	10,4	6950-7330
Glace	2,8				
Laiton	100-110	0,33-0,36	37-41	20-21	8360-8500
Polyéthylène	0,138-0,380	0,45	0,117	180	910
Titane	106-114	0,34	41	8,8	4510
Verre	60	0,24	31	9	2500

Tableau 6.1 : Propriétés mécaniques de quelques matériaux à la température ambiante

EXEMPLE 6.2 On applique une charge P de 285 kN à la tige de la figure ci-dessous et elle s'allonge de 3,8 mm. La tige a une section carrée de 20 cm par 20 cm. Calculer la déformation unitaire, la contrainte en traction et son module d'élasticité.

Solution:

On a: $L_0 = 6 \text{ m}$
 $A = 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \times 0,2 \text{ m} = 0,04 \text{ m}^2$
 $P = 285 \text{ kN} = 285 \times 10^3 \text{ N}$
 $\delta = 3,8 \text{ mm} = 3,8 \times 10^{-3} \text{ m}$

Donc la déformation unitaire vaut:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{3,8 \times 10^{-3} \text{ m}}{6 \text{ m}} = 0,00063$$

Et la contrainte normale (tension):

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{285 \times 10^3 \text{ N}}{0,04 \text{ m}^2} = 7125000 \text{ Pa} = 7,125 \text{ MPa}$$

Module d'élasticité:

$$\sigma = \varepsilon E$$

$$\text{d'où } E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{7,125 \times 10^6 \text{ Pa}}{0,00063} = 11309523810 \text{ Pa} = 11,3 \text{ GPa}$$

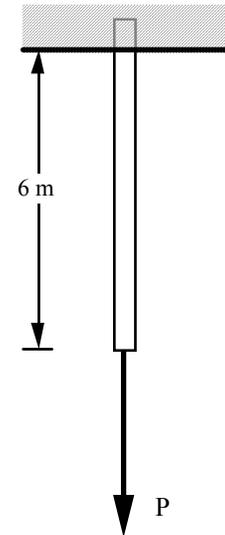


Fig. 6.4

EXEMPLE 6.3 Une barre d'acier (module d'élasticité $E = 200 \text{ GPa}$) de 3 m de longueur et de section carrée ayant 12,5 mm de côté est sollicitée par une tension de 21360 N. Quel est son allongement total?

Solution:

On a: $A = 12,5 \text{ mm} \times 12,5 \text{ mm} = 12,5 \times 10^{-3} \text{ m} \times 12,5 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,56 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
 $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{21360 \text{ N}}{1,56 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 13670400 \text{ Pa} = 136,7 \text{ MPa}$

et $\sigma = \varepsilon E$

$$\text{d'où } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{136,7 \times 10^6 \text{ Pa}}{200 \times 10^9 \text{ Pa}} = 0,00068352$$

finalement: $\varepsilon = \frac{\delta}{L_0}$

$$\text{d'où } \delta = \varepsilon L_0 = 0,00068352 \times 3 \text{ m} = 0,00205 \text{ m} = 2,05 \text{ mm}$$

EXEMPLE 6.4 La tige ci-dessous possède un diamètre de 2 cm lorsqu'elle n'est pas chargée. Que devient le rayon de la tige dans la section A si $\nu = 0,25$ et $E = 160 \text{ GPa}$?

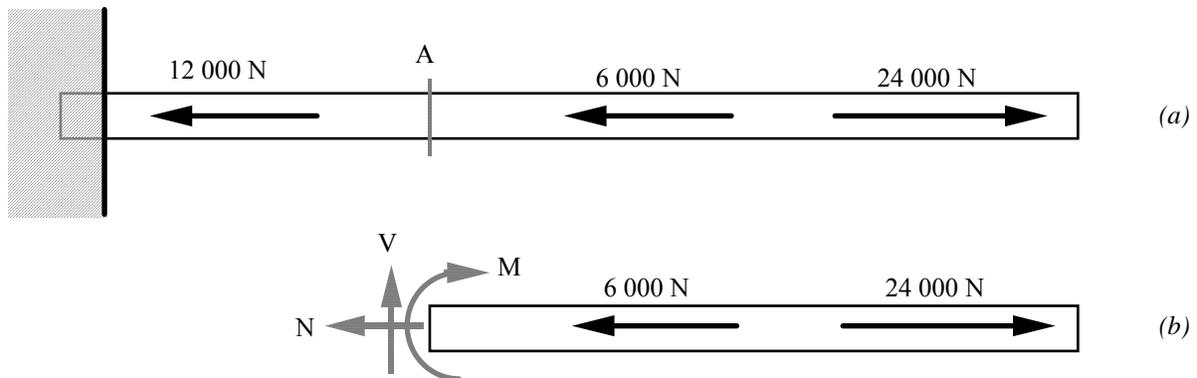


Fig. 6.5

Solution:

Équilibre de rotation:

$$\sum M_A = M = 0$$

Équilibre de translation:

$$\sum F_y = V = 0$$

$$\sum F_x = -N - 6\,000 + 24\,000 = 0$$

$$\text{D'où } N = 18\,000 \text{ N (tension)}$$

On a:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0,02 \text{ m})^2}{4} = 3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Donc la contrainte normale vaut:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{18\,000 \text{ N}}{3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 57\,295\,780 \text{ Pa} = 57,3 \text{ MPa}$$

On sait que:

$$\sigma = \varepsilon E$$

D'où on calcule l'allongement unitaire longitudinal,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{57,3 \times 10^6 \text{ Pa}}{160 \times 10^9 \text{ Pa}} = 0,000358$$

Et à partir de la loi de Poisson,

$$\nu = -\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon}$$

$$\text{D'où } \varepsilon_R = -\nu\varepsilon = -0,25 \times 0,000358 = -8,95 \times 10^{-5}$$

Comme $\varepsilon_R = (R - R_0)/R_0$ donc $R - R_0 = \varepsilon_R(R_0)$ --> $R = R_0 + \varepsilon_R(R_0)$

$$R = 0,01 \text{ m} + (-8,95 \times 10^{-5} \times 0,01 \text{ m}) = 0,00999911 \text{ m} = \mathbf{0,999911 \text{ cm}}$$

6.1.3 Diagramme d'essai de traction

Un essai de traction classique consiste à soumettre une *éprouvette* de forme cylindrique à une charge axiale de traction P . Un *extensomètre* axial (ou jauge de déformation) est fixé en deux points M et N séparés, avant l'essai, d'une distance L_0 . Après l'application de la charge, cette distance L_0 se trouve augmentée d'une valeur δ . Un autre extensomètre peut également mesurer le déplacement radial, car le rayon originel r_0 se trouve diminué δ_r (la section originelle A est par conséquent réduite de ΔA).

L'essai de traction fournit des renseignements qui permettent de caractériser le matériau. On représente le résultat d'un essai de traction en traçant une courbe appelée "essai de traction" caractérisée par la contrainte normale σ mise en ordonnée (axe y) et la déformation unitaire ε en abscisse (axe x) où la contrainte normale est:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

et la déformation:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

La figure ci-contre illustre les appareils reliés à une éprouvette soumise à un essai de traction. On note deux extensomètres; un premier servant à mesurer l'extension longitudinale (ΔL) et un second servant à mesurer l'extension radiale (Δr).

Afin de produire une charge P sur l'éprouvette on se sert d'une machine qui, au moyen d'une vis sans fin ou d'une presse hydraulique, étire lentement l'éprouvette jusqu'à sa rupture.

Pendant l'allongement l'appareil indique sur les cadrans la charge appliquée P ainsi que l'allongement longitudinal δ (et à l'occasion radial).

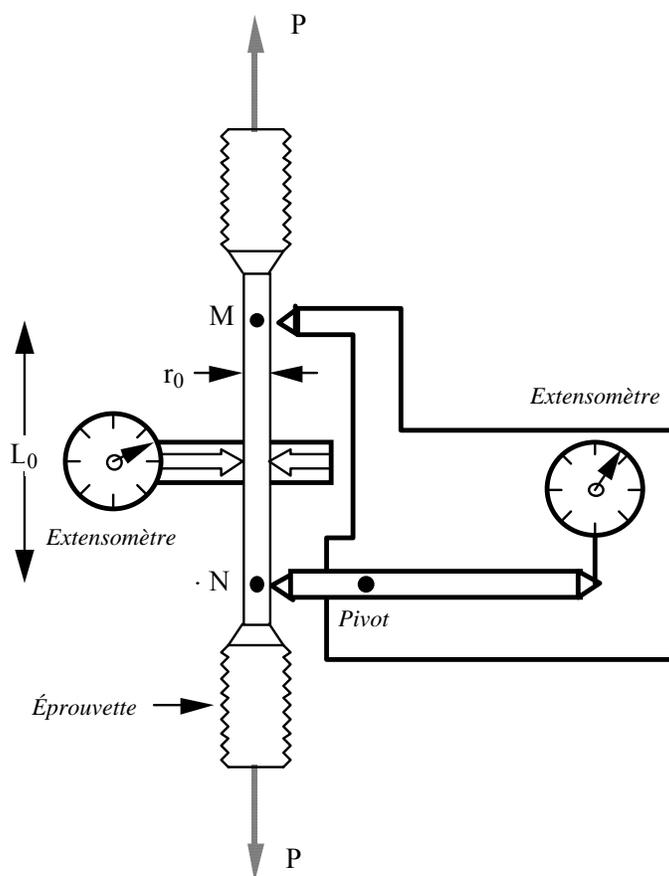


Fig. 6.6

Pour bien établir certaines propriétés fondamentales des matériaux de construction, les résultats de l'essai de traction sur une éprouvette sont calculés en se basant sur l'aire initiale de la section droite de l'éprouvette, de telles contraintes s'appellent contraintes conventionnelles.

Cependant, on sait bien que sous la charge de traction, l'aire de la section droite diminue au fur et à mesure que la charge augmente. Si on divise plutôt la charge appliquée par l'aire réelle de l'éprouvette (lorsque l'on possède un extensomètre radial) on obtient alors la contrainte vraie. Nous utiliserons la **contrainte conventionnelle**.

Un tracé typique d'un essai de traction nous donne la courbe illustrée à la figure suivante. On remarque la contrainte conventionnelle σ en ordonnée en **MPa** et la déformation unitaire longitudinale δ en abscisse.

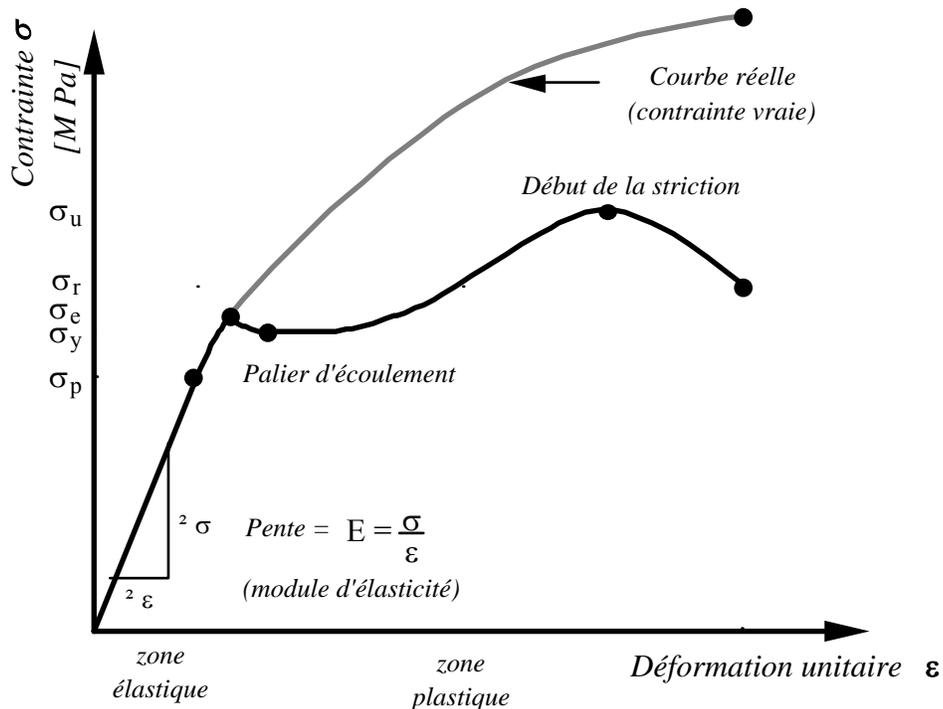


Fig. 6.7

σ_p : *Limite de proportionnalité*: au-dessus de cette valeur l'allongement est encore élastique mais n'est plus proportionnel à la contrainte.

σ_e : *Limite élastique*: au dessus de cette valeur, la déformation plastique commence.

σ_y : *Yield point* ou limite de fluage: quand la contrainte atteint cette valeur, la déformation se poursuit légèrement sans augmenter la contrainte.

σ_u : *La contrainte maximale* ou contrainte ultime que peut supporter l'éprouvette; après cet instant l'allongement se poursuit tout en diminuant la charge jusqu'à la rupture (début de la striction).

σ_r : *La contrainte à la rupture.*

L'examen du graphique montre:

de 0 à σ_p : La contrainte σ est proportionnelle à la déformation unitaire ϵ , au delà de cette valeur la relation entre σ et ϵ n'est plus linéaire.

de σ_p à σ_e : La contrainte σ n'est plus proportionnelle à la déformation unitaire ϵ , par contre la déformation n'est pas encore permanente (limite élastique), au delà de cette contrainte la déformation devient permanente.

de σ_e à σ_y : On est au début de la zone plastique, rendu à σ_y la barre s'allonge soudainement sans qu'il y ait eu augmentation appréciable de la contrainte de traction. On appelle aussi le Yield point σ_y , la limite d'allongement.

de σ_y à σ_u : À partir de σ_y l'éprouvette passe un stage appelé fluage ou palier d'écoulement; représenté par un trait horizontal. Au cours de l'étirement ultérieur, le matériau recouvre sa résistance et, comme le montre le diagramme, la contrainte de traction croît avec la déformation jusqu'au point σ_u , où la contrainte atteint sa valeur maximum.

de σ_u à σ_r : À partir de σ_u l'allongement de la barre continue avec une diminution de la traction, et finalement le matériau se rompt à la contrainte de rupture σ_r .

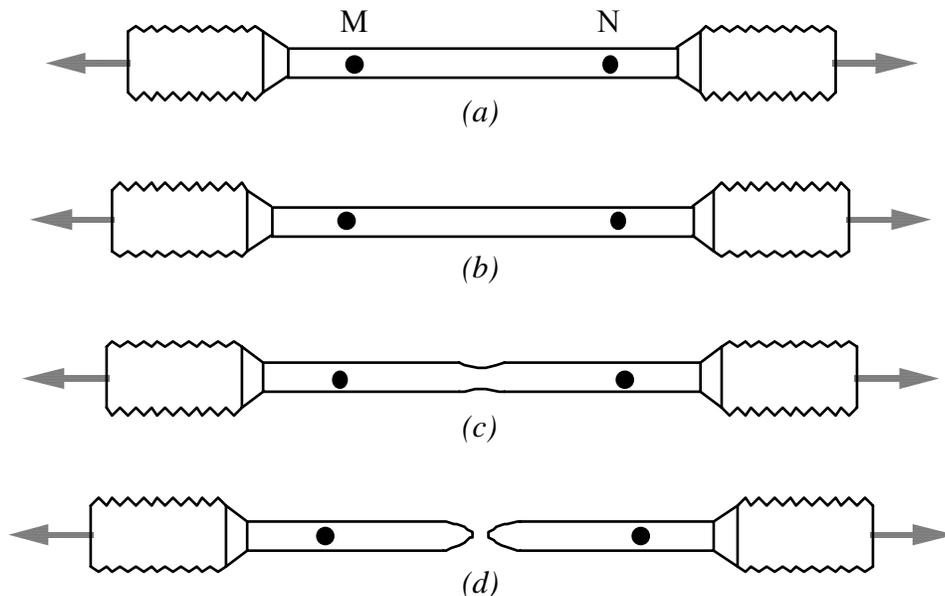


Fig. 6.8

La *figure 6.8 a* représente l'éprouvette sans charge avec les points de repère marqués M et N pour mesurer l'allongement. En *b* la déformation est élastique, la contrainte part de "0" pour atteindre la limite élastique. Si, à ce moment, on enlève la charge, l'éprouvette reprendra sa longueur initiale.

Aussitôt dépassé la contrainte ultime en *c*, il y a fluage et la striction commence. Si à ce moment on enlève la charge, l'éprouvette conserve une partie de l'allongement. En *d* il y a tout simplement rupture de l'éprouvette.

La *figure 6.9* illustre les différentes courbes caractéristiques pour différents matériaux. On remarque que la zone de fluage est souvent difficile à voir sur la courbe.

On retrouve les valeurs que peuvent prendre le module d'élasticité E pour différents matériaux au *tableau 6.1* page 198. Les valeurs de E données dans ce tableau sont des valeurs moyennes. Chaque alliage possède un différent module d'élasticité, mais il se situe autour de l'étendue donnée sur ce tableau.

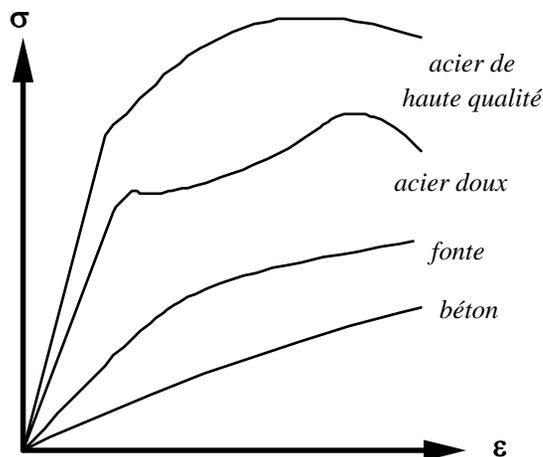


Fig. 6.9

Comme chaque matériau possède ses propres caractéristiques physiques, il est intéressant de visualiser les principales contraintes pour quelques matériaux utilisés couramment en construction. Le *tableau 6.2* donne les principales propriétés mécaniques ainsi que la limite élastique (σ_e) et la contrainte ultime (σ_u) de quelques matériaux; ce seront les valeurs que nous utiliserons dans les différents problèmes.

Matériau	Masse volumique ρ [kg/m ³]	Limite élastique σ_e [M Pa]	Cont. ultime σ_u [M Pa]	Module élasticité E [G Pa]	Module rigidité G [G Pa]	Coef. de Poisson ν	Coef.dila. thermique α 10 ⁻⁶ [°C ⁻¹]
Acier	7,85	300,0	550,0	200,0	80,0	0,25	12,0
Aluminium	2,7	300,0	400,0	72,0	27,0	0,33	24,0
Béton	2,4	-	30,0	25,0	11,0	0,15	11,3
Bois (fib.)	0,55	-	40,0	10,0	-	-	5,4
Cuivre	8,9	50,0	150,0	120,0	45,0	0,33	16,6
Laiton	8,5	200,0	350,0	100,0	37,0	0,35	18,9

Tableau 6.2 : Propriétés mécaniques de matériaux utilisés couramment en construction

6.1.4 Dilatation thermique (Effet d'un changement de température sur les déformations)

Lorsque la température d'un solide change, on observe généralement une variation de sa longueur (surface et volume également). Une élévation de température produit ordinairement une dilatation (augmentation des dimensions du corps), tandis qu'une diminution de température entraîne une contraction (diminution des dimensions).

Ce phénomène a pour effet de produire des déformations dans les structures. Si un pièce est libre, une variation de température produit un déplacement de l' (des) extrémité(s) libre(s). Par contre, si une pièce est fixée rigidement à ses deux extrémités, une variation de température produit une contrainte dans la pièce. Il faut dans certains cas prévoir des joints d'expansion.

La dilatation et la contraction des solides sont mises à profit dans diverses applications: rivetage à chaud, rivetage à froid, thermostat, ... Par contre, la dilatation et la contraction des solides peuvent causer des dégâts sérieux si l'on n'en tient pas compte. On doit entre autres prévoir des joints d'expansion dans les rails de chemin de fer, dans les tuyaux de vapeur, dans les structures métalliques des édifices, des ponts, ...

La dilatation thermique:

- dépend du matériau (sa nature)
- est proportionnelle à la longueur du corps
- est proportionnelle à la variation de la température.

Plus précisément,

Dilatation thermique:

$$\varepsilon = \alpha \Delta T = \alpha(T - T_0) \quad (6.7)$$

Où, α = est le coefficient de dilatation thermique (propre au matériau) [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
 et $\Delta T = T - T_0$ la variation de température (finale - initiale) [$^{\circ}\text{C}$]

Si la température finale est plus grande (>) que la température initiale, variation **positive**, la déformation est nécessairement positive, donc il y a allongement.

Par contre, si la température finale est plus petite (<) que la température initiale, variation **négative**, la déformation est négative, donc il y a contraction.

EXEMPLE 6.5 Calculer la dilatation subie par une poutre d'acier si la température passe de -40°C à 40°C . Utiliser les données fournies dans le tableau 6.2.

Solution:

On sait que

$$\alpha = 12 \mu^{\circ}\text{C}^{-1}$$

et que

$$\varepsilon = \alpha \Delta T = \frac{\delta}{L_0}$$

D'où
$$\delta = L_0 \alpha \Delta T = 6 \text{ m} \times 12 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \times [40 - (-40)]^{\circ}\text{C} = 0,00576 \text{ m} = \mathbf{5,76 \text{ mm}}$$

Donc la pièce allongerait de 5,76 mm.

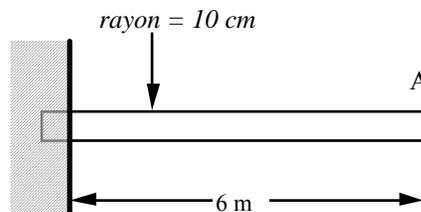


Fig. 6.10

EXEMPLE 6.6 Qu'arriverait-il à la pièce de l'exemple 6.5 si on l'encastrait à l'extrémité A comme le montre la figure ci-dessous?

Solution:

On sait que la pièce voudrait se dilater de 5,76 mm mais comme l'encastrement l'empêcherait de se dilater, il se créerait une compression dans la poutre équivalent à une compression de 5,76 mm.

La figure 6.12 illustre le phénomène de compression dû à l'élévation de température. On voit ici que l'allongement thermique, que l'on peut noter $\delta_t = 5,76 \text{ mm}$, devrait être le même que la compression mécanique ou si l'on veut la contrainte imposée dans l'encastrement (charge **P**) due à cette compression que l'on peut noter $\delta_c = 5,76 \text{ mm}$.

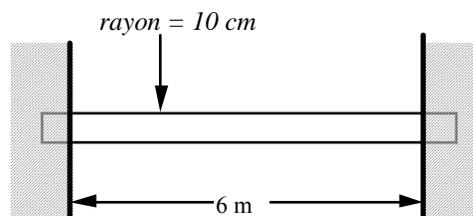


Fig. 6.11

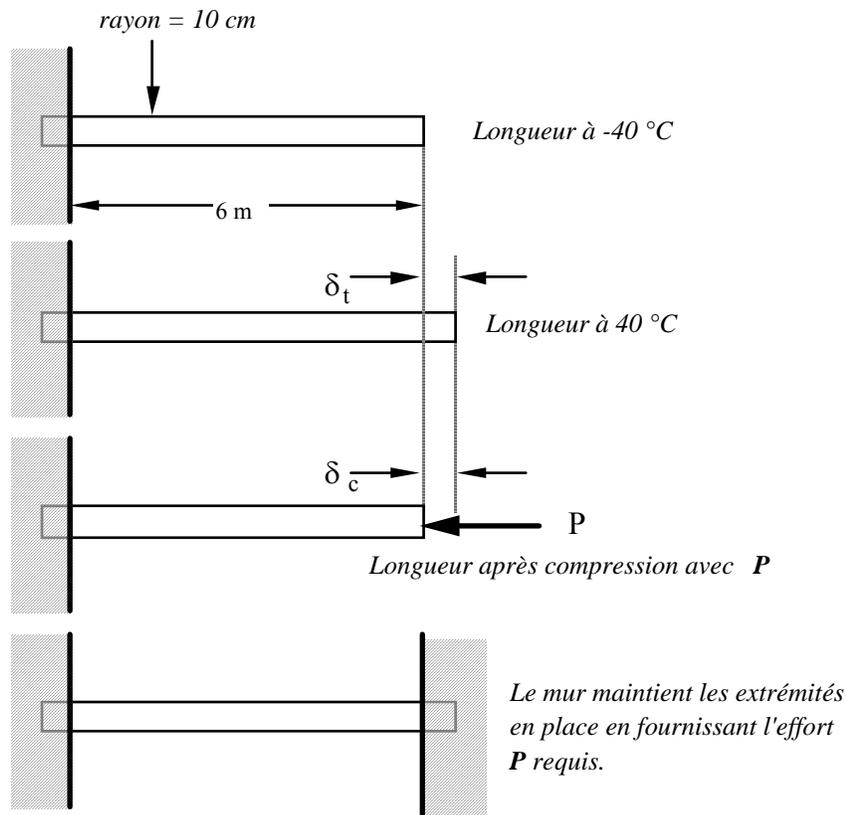


Fig. 6.12

On a donc $\delta_t = \delta_c$

comme $\varepsilon_c = \frac{\delta_c}{L_0}$

et la dilatation thermique

$$\varepsilon_t = \alpha \Delta T$$

d'où $\delta_t = \varepsilon_t L_0 = \alpha \Delta T L_0$

on a vu précédemment que la contrainte mécanique vaut:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

et la loi de Hooke nous dit que:

$$\sigma = E \varepsilon_c$$

donc $\delta_c = L_0 \varepsilon_c = \frac{L_0 \sigma}{E} = \frac{L_0 N}{E A}$

en comparant les deux on obtient:

$$\frac{L_0 N}{A E} = \alpha \Delta T L_0$$

ou $\frac{N}{A E} = \alpha \Delta T$

En effectuant une coupe à travers la poutre on retrouve les efforts ci-dessous.

$$\sum F_x = -N - P = 0 \quad \text{d'où} \quad N = -P$$

donc une **compression**.

finalement,

$$\frac{-P}{A E} = \alpha \Delta T$$

$$P = -A E \alpha \Delta T$$

$$P = -\pi \times (0,1 \text{ m})^2 \times 200 \times 10^9 \text{ Pa} \times 12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times 80 \text{ }^\circ\text{C}$$

d'où $P = -6 \text{ 031 858 N}$

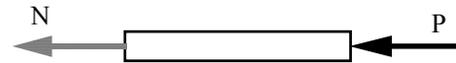


Fig. 6.13

La barre subirait une force interne équivalent à une **compression** de **6 MN**.

6.1.5 Facteur de sécurité

La rupture se produit dans un corps solide, lorsqu'en un ou plusieurs points, les contraintes atteignent des valeurs excessives. Ainsi, les efforts maximums (de service) doivent produire des contraintes sensiblement moindres que celles correspondant à la ruine et ceci pour les raisons suivantes:

- 1- Incertitude dans la prévision des forces extérieures;
- 2- Incertitude dans l'exécution et le contrôle des constructions;
- 3- Altération des matériaux et diminution de leur résistance due à la corrosion, l'usure, ...;
- 4- Incertitude sur les dimensions des pièces;
- 5- Incertitude sur la valeur réelle des contraintes calculées sur la base d'hypothèses simplificatrices.

En conséquence, il doit exister une marge plus ou moins grande entre les charges utilisées et celles correspondant à la ruine. Cette marge doit être choisie d'autant plus grande que les incertitudes ou raisons évoquées sont importantes.

En fait, le coefficient de sécurité noté **n** est le rapport entre la contrainte correspondant à la ruine (contrainte ultime σ_u) et la contrainte d'utilisation ou admissible ($\sigma_{adm.}$). Nous calculerons donc les contraintes d'utilisation en fonction des coefficients de sécurité adaptés aux différents matériaux.

Coefficient de sécurité (n):

n = coefficient de sécurité = $\frac{\text{contrainte ultime}}{\text{contrainte admissible}}$

$$n = \frac{\sigma_u}{\sigma_{adm.}} \quad (6.8)$$

Où σ_u = contrainte ultime [Pa] *tableau 6.2*

et σ_{adm} = contrainte d'utilisation [Pa]

n = facteur de sécurité *tableau 6.3*

Le *tableau 6.3* donne des valeurs moyennes du coefficient de sécurité n pour quelques matériaux employés dans la construction pour trois types de charges.

Matériau	Charge stable Bâtiments (sans choc)	Charge variable Ponts (choc léger)	Charge répétée Machines (avec choc)
Brique, Pierre	15 - 20	25	40
Bois de construction	8 - 10	16	25
Fonte	6	10	20
Fer forgé, Acier	4	6	10

Tableau 6.3 : Facteurs ou coefficients de sécurité

La contrainte admissible ou d'utilisation est appelée encore contrainte de sécurité, ou contrainte de service, ou contrainte de travail. Normalement, les contraintes admissibles sont fixées sur la base d'essais et d'expériences.

EXEMPLE 6.7 *Un poteau de bois est utilisé pour supporter une charge compressive dans le sens des fibres. La section du poteau est carrée et vaut 235 mm x 235 mm. Calculer la charge maximum permise.*

Solution:

Le bois doit tolérer, dans une construction sans choc, un facteur de sécurité entre 8 et 10 (*tableau 6.3*); utilisons pour ce calcul le coefficient le plus bas (8).

La contrainte ultime tolérée pour le bois est de 40 MPa (*tableau 6.2*).

Calculons la contrainte d'utilisation ou admissible σ_{adm} ou σ ,

$$n = \frac{\sigma_u}{\sigma}$$

D'où

$$\sigma = \frac{\sigma_u}{n} = \frac{40 \text{ MPa}}{8} = 5 \text{ MPa}$$

Comme

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Donc $P = \sigma A = 5 \text{ MPa} \times (0,235 \text{ m} \times 0,235 \text{ m}) = 0,276125 \text{ MN} = \mathbf{276,125 \text{ kN}}$

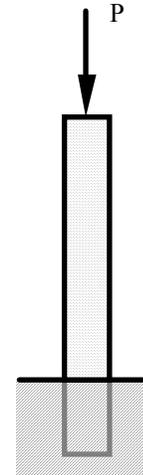


Fig. 6.14

6.2 DÉFORMATION CAUSÉE PAR LE CISAILLEMENT

Lorsque l'on charge une pièce transversalement, il se produit du cisaillement, tout comme pour le chargement axial, le chargement transversal produit des déformations. Nous noterons ces déformations γ et mesurerons l'angle de déformation en radians.

Le corps se déforme comme s'il y avait glissement entre les surfaces successives. On sait que la contrainte en cisaillement τ vaut:

$$\tau = \frac{V}{A}$$

et que la déformation unitaire vaut:

$$\varepsilon_s = \frac{\delta_s}{L}$$

L'angle de déformation γ étant très petit:

$$\tan \gamma = \gamma$$

$$\tan \gamma = \gamma = \frac{\delta_s}{L} = \varepsilon_s$$

On définit le module de rigidité G comme le module d'élasticité ($E = \sigma/\varepsilon$). Donc:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\tau}{\varepsilon_s}$$

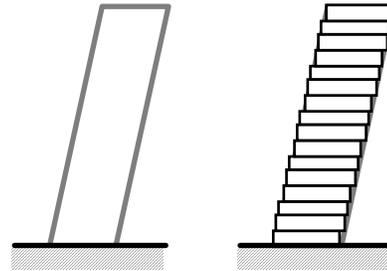


Fig. 6.15

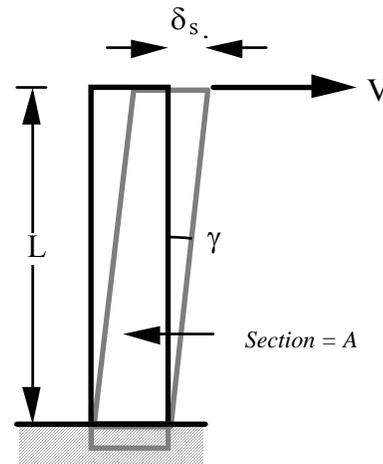


Fig. 6.16

On écrit aussi la relation précédente sous la même forme que la loi de Hooke ($\sigma = E \varepsilon$). C'est ce que l'on appelle la **loi de Hooke en cisaillement**:

Loi de Hooke en cisaillement:

$$\tau = G \gamma \quad (6.9)$$

où **G**: Module de rigidité [Pa]
et γ : Déformation angulaire [rad]

Les unités du module de rigidité **G** sont les mêmes que pour le module d'élasticité **E** [Pa]. Les *tableaux 6.1 et 6.3* donnent les principaux modules de rigidité des matériaux de construction courants.

Il existe aussi une relation entre le module d'élasticité, le module de rigidité ainsi que le coefficient de Poisson. Nous ne démontrerons pas cette relation mais elle se définit comme suit:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (6.10)$$

EXEMPLE 6.8 *Calculer la déformation angulaire d'une tige d'aluminium de 5 m de long et de 1 cm² de section qui est soumise à un effort transversal de 100 kN.*

Solution:

Ici $V = 100 \text{ kN}$

donc
$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{100000 \text{ N}}{1 \text{ cm}^2} \left[\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right]^2 = 1,0 \times 10^9 \text{ Pa}$$

comme $\gamma = \tau/G$

donc
$$\gamma = 1 \times 10^9 \text{ Pa} / 27 \times 10^9 \text{ Pa} = \mathbf{0,037 \text{ rad}}$$

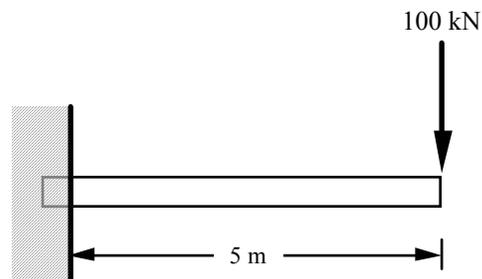


Fig. 6.17