سلسلة تمارين حول الدفعات (نهاية وبداية المدة)

التمرين ①: لبيع مجموعة من الآلات تطبق مؤسسة عدة عروض

العرض الأول: 58000 دج تدفع فقداً وفوراً.

العرض الثاني: 70000 دج تدفع بعد 03 سنوات

العرض الثالث: 10 دفعات ثابتة بقيمة 5000 دج للدفعة، الأولى تسدد يوم إمضاء العقد بين المؤسسة و الزبون.

* إذا كان المعدل هو $t=5\%$، ماهو أحسن عرض مقدم؟

التمرين ②: إشترت مؤسسة آلة بمبلغ 350000 دج، فسددت فوراً مبلغ 100000 دج والباقي يسدد على أساس 8 دفعات متساوية، الأولى تدفع سنة بعد تاريخ الشراء. إذا كان معدل الفائدة 5%، أحسب قيمة الدفعة الثابتة.

التمرين ③: تعاقد شخص مع بنك على تسديد قرض بـ 6 دفعات ثابتة متساوية في نهاية كل سنة، مبلغ كل دفعة 75000 دج. لكن إقترح المدين تسديد دينه بدفعتين (2 دفعات) في نهاية كل سنة بمعدل M%

* ماهو مبلغ الدفعة الجديدة؟

التمرين ④: لشراء منزل يدفع شخص خلال 10 سنوات مبلغ 9000 دج سداسياً، يباع المنزل بمبلغ نهائي قيمته 310000 دج بعد تسديد آخر دفعة.

* ماهو المعدل السنوي المطبق؟

التمرين ⑤: يودع أحد الأشخاص، ولمدة 15 سنة، مبلغاً مالياً بداية كل سنة بمعدل فائدة مركبة سنوي 11%. الجملة المكونة سنة بعد الدفعة الأخيرة تساوي 248234,67 دج. أحسب مبلغ الدفعة الثابتة.

التمرين ⑥: إذا كانت الجملة لـ (n) من دفعات بداية المدة بعد سنة من الدفعة الأخيرة 157737,41 دج، وأن قيمة الدفعة الثابتة 9531,69 دج، ومعدل الفائدة المركبة السنوي 12%. أحسب عدد الدفعات (n).

انتهى

التمرين ①: لبيع معدة من الآلات تطابق مؤسسة عدة عروض:

العرض ①: 58000 دج تدفع نقداً وفوراً.

" ②: 70000 دج تدفع بعد 03 سنوات

" ③: 10 دفعات ثابتة بقيمة 5000 دج للدفعة، الأولى تسدد يوم إمضاء العقد

إذا كان المعدل هو $t=5\%$، ما هو أحسن عرض معدّم؟

الحل: أحسن عرض معدّم هو العرض الذي يقدّم أكبر قيمة حالية

أو أحسن أو دخل أو أحسن سعر معدّم أي أصبا القيمة الحالية

العرض الأول: القيمة الحالية = 58000 دج ← تدفع فوراً ونقداً.

العرض ②: حساب القيمة الحالية للمبلغ 70000 دج.

$$V_a = V(1+i)^{-n} = 70000\,(1,05)^{-3} = \boxed{60468,63 \text{ DA}}$$ ✗

العرض ③: حساب القيمة الحالية V_0 لـ 10 دفعات ثابتة في بداية المدة:

$$V_0 = a(1+i)\underbrace{\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{\text{T.F N=4}} = 5000\,(1,05)\left[\frac{1-(1,05)^{-10}}{0,05}\right]$$

$$\Rightarrow V_0 = 5000\,(1,05)(7,721735) = \boxed{40539,11 \text{ DA}}$$

إذا أحسن عرض هو العرض ② الثاني لأنه يقدّم أكبر قيمة حالية ← للمبلغ

التمرين ②: اشترت مؤسسة آلة بمبلغ 350000 دج، فسددت فوراً 100000 دج، والباقي يسدد على أساس 8 دفعات متساوية الأولى تدفع بعد سنة من تاريخ الشراء.

إذا كان معدل الفائدة 5%، أحسب قيمة الدفعة الثابتة.

الحل: لدينا: $V_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow a = V_0\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$

$$\Rightarrow a = 250000\left[\frac{0,05}{1-(1,05)^{-8}}\right] = 250000\,(0,154721)$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 38680,45 \text{ DA}}$$

التمرين ③ : تعاقد شخص مع بنك على تسديد قرض بـ 6 دفعات متساوية في نهاية كل سنة، مبلغ كل دفعة 75000 دج، لكي اقترح المدين تسديد دينه بدفعتين (2) دفعات في نهاية كل سنة بمعدل 11 %.

* ما هو مبلغ الدفعة الجديدة.

الحل: 1) حساب قيمة الدين الحالية أو أصل القرض:

$$V_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = 75000\left[\frac{1-(1,11)^{-6}}{0,11}\right]$$

$$V_0 = 75000\,(4,230538) \Rightarrow \boxed{V_0 = 317290,34}$$

2) - حساب قيمة الدفعة الجديدة:

$$a_{\text{الجديدة}} = V_0\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] = 317290,34\left[\frac{0,11}{1-(1,11)^{-2}}\right]$$

$$a_{\text{الجديدة}} = 317290,34\,(0,588933) \Rightarrow \boxed{a_{\text{الجديدة}} = 158276,50\ DA}$$

التمرين ④ : اشتراء منزل يدفع شخص خلال 10 سنوات مبلغ 310000 دج، سداسيا، 9000 دج، يباع المنزل بمبلغ نهائي قدره 310000 دج. بعد تسديد آخر دفعة. ما هو المعدل السنوي المكافئ.

الحل: لدينا:

$n = 20$ semestre
$a = 9000\ DA$
$A_{10} = 310000\ DA$
$t_s = ?$ $t_a = ?$

$$A = a\left[\frac{(1+i_s)^{20}-1}{i_s}\right]$$

$$\Rightarrow 310000 = 9000\left[\frac{(1+i_s)^{20}-1}{i_s}\right] \Rightarrow \frac{(1+i_s)^{20}-1}{i_s} = 34,444444$$

من خلال الجدول المالي رقم ③ وعند المدة $n = 20$ دفعة نجد:

$$\boxed{5,25\% < t_s < 5,50\%}$$

باستعمال نظرية الحصر (الإطار) نجد:

$t = 5,5\% \longrightarrow 34,868318$	$t_s = 5,25\% + 0,13\% \Rightarrow \boxed{t_s = 5,38\%}$
$t = ? \longrightarrow 34,444444$	
$t = 5,25\% \longrightarrow 33,953225$	
$0,25\% \longrightarrow 0,915093$	
$X\% \longrightarrow 0,491219$	
$\boxed{X = 0,13\%}$	

~~$t_a = t_s \times 2 = 5,38 \times 2 = 10,76\%$~~ بالتالي المعدل السنوي

$1 + t_a = (1+t_s)^2 \Rightarrow t_a = (1+t_s)^2 - 1$ أو

$\Rightarrow t_a = (1,0538)^2 - 1 = 0,1105$

$\Rightarrow \boxed{t_a = 11,05\%}$

2 ن

حل التمرين رقم (05):

$n = 15$ ans (دفعة) ، $t = 11\% \Rightarrow i = 0,11$

$A = 248234,67$ ، $a = ?$

ولدينا: $V_n = a(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$ حيث: $V_n = A$

$$\Rightarrow a = \frac{V_n}{(1+i)\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]} = \frac{248234,67}{(1,11)\left[\frac{(1,11)^{15}-1}{0,11}\right]}$$

$$\Rightarrow a = \frac{248234,67}{(1,11)\times(34,405358)} = \frac{248234,67}{38,189947} \Rightarrow \boxed{a = 6500 \text{ DA}}$$

حل التمرين رقم (06):

$A = 157737,41$ ، $a = 9531,69$ ، $t = 12\% \Rightarrow i = 0,12$ ، $n = ?$ ومنه:

$$157737,41 = 9531,69(1,12)\left[\frac{(1,12)^n - 1}{0,12}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{(1,12)^n - 1}{0,12} = 14,775656$$

$$\Rightarrow (1,12)^n - 1 = 0,12 \times 14,775656 = 1,773078 72$$

$$\Rightarrow n \log(1,12) = \log 2,773078 72$$

$$\Rightarrow n \times 0,049218022 = 0,442962198$$

$$\Rightarrow n = \frac{0,442962198}{0,049218022} \Rightarrow \boxed{n = 9 \text{ دفعات}}$$

أي: 9 سنوات

كما يمكن استخدام الجدول المالي لتحديد قيمة (n) =

* لدينا المقدار: $\frac{(1,12)^n - 1}{0,12} = 14,775656$

بالكشف في الجدول المالي رقم (03) أمام الجملة لـ 1 دج نساوي 14,775656 نجد $n = 9$ سنوات أو فترات.

وبالمعدل $i = 12\%$، نجد عدد الدفعات هو: $\boxed{n = 9}$