وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 1 : الفضاءات الشعاعية (Les Espaces Vectoriels)

ملاحظة : نعتبر في كل ما يأتي ان جسم تبديلي عمليتي الجمع واضرب العادي

**تمرين 1 :**

ليكن فضاء شعاعي على بين هل المجموعات التالية تشكل فضاءات شعاعية جزئية من

**تمرين 2 :**

هل المجموعات التالية فضاءات شعاعية جزئية :

**تمرين 3 :**

من اجل كل عدد حقيقي نعرف المجموعة الجزئية ل كما يلي :

1. اثبت ان فضاء شعاعي جزئي ل
2. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي وجود اساس ل ثم استنتج بعده
3. ما هو شرط العدد الحقيقي حتى يكون الشعاع

« La vie n’est bonne qu’à étudier et à enseigner les mathématiques » ; **« Blaise Pascal »**

**تمرين 4 :**

*لدينا المجموعة التالية :*

1. *بين ان فضاء شعاعي جزئي (S.E.V) من عين اساس ل*
2. *ادرس الاسقلال او الارتباط الخطي للاشعة التالية*
3. *هل*
4. *عين اساس*
5. *ليكن الشعاع هل*

**تمرين 5 :**

لدينا المجموعة من المعرفة كما يلي :

 يمثلان المشتق من الدرجة الاولى و الثانية على التوالي

1. بين ان فضاء شعاعي جزئي
2. عين اساس ل و بعد ل

 **تمرين 6 :**

بين ان المجموعة مستقلة خطيا حيث :

***تمرين 7 :***

*لدينا المجموعات التالية :*

1. *بين ان يشكلان فضاءات شعاعية جزئية*
2. *عين اساس لكل من*
3. *عين الفضاء الشعاعي الجزئي ثم عين اساسه*
4. *ما هو بعد كل من*

*« la mathématique est une science dangereuse : elle dévoile les supercheries et les erreurs de calcul » ;* ***« Galilée »***

 ***الحل :***

***تمرين الرابع :***

*اساس E على حسب قيم*

*حالة 1 :*

 ***اذا كانت : اذن :***

***اذن :***

***حالة :2***

***اذا كانت : اذن :***

***اذن :***

*قيمة حتى يكون الشعاع*

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 2 : التطبيقات الخطية (Les Applications Linéaires)

***تمرين 1 :***

1. *بين هل التطبيقات التالية خطية*

***تمرين 2 :***

*ليكن تطبيق خطي معرف كما يلي : :*

*عين التطبيق f بحيث:*

1. *عين*
2. *عين*

***تمرين4:***

*ليكن فضائيين شعاعيين ذو ابعاد على التوالي*

*ليكن تطبيق خطي*

1. *برهن اذا كان اذن التطبيق ليس غامر*
2. *برهن اذا كان اذن التطبيق ليس متباين*

 ***تمرين 5 :***

*الفضاء الشعاعي مزود بأساس القانوني* ***»***

*F تطبيق خطي من الى معرف كما يلي :*

1. *عين صورة الشعاع بالتطبيق f في الاساس B*
2. *بين ان مستقلين خطيا*
3. *عين اساس ل*
4. *بين ان ثم عين*

***تمرين 6 :***

*الفضاء الشعاعي مزود بأساس القانوني* ***»***

*ليكن تطبيق خطي من الى معرف كما يلي :*

1. *عين صورة الشعاع بالتطبيق f في الاساس B*
2. *احسب في الاساس*

*ليكن تطبيق خطي معرف كما يلي :*

1. *عين ثم عين اساس و بعد*
2. *عين اساس*

***تمرين 7:***

*لدينا التطبيق الخطي من المعرف كما يلي :*

1. *عين هل تطبيق تقابلي*
2. *عين ثم حل في المعادلة*
3. *هل*

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 3 : المصفوفات (Les Matrices)

***تمرين 1:***

*لتكن المصفوفات :*

1. *اوجد رتبة كل من المصفوفات : A , B,C*
2. *اوجد العناصر التالية :*

***تمرين 2:***

*لدينا المصفوفة :*

1. *احسب*
2. *ماذا تلاحظ*

*نرمز الى جداء المصفوفة*

1. *احسب*
2. *ماذا تلاحظ*

***تمرين3:***

*اعطي مصفوفة تحقق مايلي :*

***تمرين5:***

*نعتبر ما يلي :*

1. *اوجد حتى يكون*
2. *اوجد حتى يكون*

***تمرين 6:***

*نفرض المصفوفة كآتي :*

*بحيث اعداد حقيقية كيفية مع*

1. *اوجد بدلالة الاعداد الحقيقية بحيث :*

**تمرين 7:**

1. اوجد رتبة المصفوفة التالية :

**تمرين 8 :**

اذا كانت المصفوفة :

بين ان :

***تمرين 1:***

1. *اوجد رتبة كل من المصفوفات : A , B,C*
2. *اوجد العناصر التالية :*

***تمرين 2:***

*لدينا المصفوفة :*

1. *احسب*
2. *ماذا تلاحظ*

*نرمز الى جداء المصفوفة*

1. *احسب*
2. *ماذا تلاحظ*

***تمرين3:***

*اعطي مصفوفة تحقق مايلي :*

***تمرين5:***

*نعتبر ما يلي :*

1. *اوجد حتى يكون*
2. *اوجد حتى يكون*

***تمرين 6:***

*نفرض المصفوفة كآتي :*

*بحيث اعداد حقيقية كيفية مع*

1. *اوجد بدلالة الاعداد الحقيقية بحيث :*

**تمرين 7:**

رتبة المصفوفة A :

تمرين 8 :

من اجل

نفرض ان :

 صحيحة و نثبت صحت

 اذن :

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 4 : المحددات (Les déterminants)

***تمرين 1:***

 *لدينا المصفوفة المعرفة كما يلي :*

1. *احسب محدد المصفوفة A*
2. *ما هي قيمة حتى يكون للمصفوفة A معكوس اي من اجل اي قيم حتى نستطيع اثبات ان موجودة*
3. *احسب بطريقة Gauss Jordan من اجل الثنائية*

***تمرين 2 :***

*ليكن نرمز الى المصفوفة المعرفة بالشكل التالي :*

1. *احسب اثر المصفوفة*
2. *ا احسب محدد المصفوفة*
3. *حسب محدد المصفوفة*

***تمرين 3 :***

*لدينا المصفوفة :*

*احسب اذا كان :*

***تمرين 4 :***

*لدينا المصفوفات التالية :*

1. *احسب محدد كل مصفوفة*

***تمرين 5 :***

*احسب محدد المصفوفة التالية :*

1. *ماذا تستنتج ؟*

***تمرين 6 :***

*احسب Wronskian الدوال التالية :*

1. *ماذا تستنتج؟*

***تمرين :7***

*لدينا :*

1. *ماهي قيمة x حتي تكون موجودة*

***الحل :***

 *تمرين1 :*

لكي تكون موجودة يجب ان يكوان محددها غير معدوم اي :

 اذن لنثبت وجود يجب ان تكون :

حساب بطريقة Gauss Jordan

**تمرين 2 :**

**تمرين 3 :**

*تمرين 4 :*

***تمرين 5 :***

1. *ماذا تستنتج ؟*

 *غير موجودة*

***تمرين 6 :***

*الجملة مستقلة خطيا*

*الجملة مرتبطة خطيا*

*الجملة مرتبطة خطيا من اجل*

***تمرين :7***

*لدينا :*

 *موجودة من اجل*

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 5 : الأنظمة الخطية (Les systèmes linéaires)

***تمرين 1:***

 *لدينا النضام الخطي  :*

1. *ماهي قيمة k حتي يقبل النضام (S) حلا وحيدا*
2. *ماهي قيمة k حتي لا يقبل النضام (S) حلولا*
3. *اوجد حل لنضام (S) من اجل*

***تمرين2 :***

*لدينا النضام (S) :*

1. *ما هي قيمة حتي يكون (S) نضام Cramer*
2. *اوجد حل لنضام (S) من اجل*

 ***تمرين 3 :***

*لدينا النضام الخطي المتجانس المرفق بالشكل :*

1. *اوجد حل لنضام (H)*

***تمرين 4 :***

*لدينا :*

1. *قم بحل النظام*

***تمرين 5 :***

*لدينا النظام المعرف كما يلي :*

1. *اوجد حلول لنضام (S) حسب قيم*

***الحل :***

***تمرين1 :***

 *نعيد كتابة النظام (S) على شكل مصفوفة موسعة :*

*لكي يقبل النظام (S) حل وحيد يجد ان تكون قيمة*

*حل (S) من اجل*

***تمرين2 :***

*نضام Cramer يعتمد على ان يكون محدد المصفوفة A غير معدوم اذن :*

*حلول (S) من اجل*

**تمرين 3 :**

**تمرين 4 :**

اذن :

حل تمرين5 :

 النضام يقبل عدد غير منتهي من الحلول

النضام لا يقبل حلول

النضام يقبل حل وحيد

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

السلسلة رقم 6 : القيم والاشعة الذاتية (Les valeurs et vecteurs propres)

*تمرين 1:*

*لدينا المصفوفة التالية :*

1. *عين القيم و الاشعة الذاتية للمصفوفة A*
2. *اوجد للمصفوفة المماثلة للمصفوفة A ثم احسب*

***تمرين 2 :***

*لتكن المصفوفة :*

1. *اوجد قيمة الاشعة و القيم الذاتية للمصفوف A*
2. *اثبت ان Aقابلة للاستقطار*
3. *احسب*

***تمرين 3 :***

عين المصفوفة  : بحيث

1. هل A قابلة للاستقطار ؟ برر اجابتك
2. عين باستعمال نضرية Cayley Hamilton

تمرين 4 :

لتكن المصفوفة معرفة كما يلي :

1. احسب (نرمز ل ب )
2. احسب القيم الذاتية ل B
3. اوجد المصفوفة للمماثلة لB

الحل :

تمرين 1 :

حساب القيم الذاتية :

حساب الاشعة الذاتية :

**تمرين 2 :**

حساب القيم الذاتية :

حساب الاشعة الذاتية :

 الشعاع الذاتي من اجل

حساب الاشعة الذاتية :

 الشعاع الذاتي من اجل

الشعاع الذاتي من اجل

الاشعة الذاتية :

اذن :

تمرين 4 :

القيم الذاتية :

بنان المصفوفة مثلثية علوية اذن عناصر القطر الرئيسي تشكل القيم الذاتية للمصفوفة A

تعيين الاشعة الذاتية :

الاشعة الذاتية هي عبارة عن شعاع معدوم و هي لاتشكل اساس اذن المصفوفة غير قابلة للاستقطار

حساب

 نحسب كثير حدود المميز لA

بمان :

اذن :

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة الجيلالي بونعامة السنة الجامعية 2020/2021

كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير قسم العلوم الاقتصادية . التسيير , ال

السنة اولى جذع مشترك (LMD) المقياس : الجبر الخطي

امتحان السداسي الثاني

سؤال نضري :

*ليكن فضائيين شعاعيين ذو ابعاد على التوالي*

*ليكن تطبيق خطي*

1. *برهن اذا كان اذن التطبيق ليس غامر*

*برهن اذا كان اذن التطبيق ليس متباين*

تمرين 1:

لدينا مجموعة الاشعة التالية :

1. ماهيا قيمة العدد الحقيقي حتى تكون تكون الاشعة مستقلة خطيا

لدينا مجموعتين جزئيتين من معرفتين كما يلي :

1. هل و فضاء شعاعي جزئي (S.E.V) ؟ برر اجابتك
2. عين ان امكن اساس ل و
3. هل

تمرين 2:

جزء I:

ليكن تطبيق خطي معرف كما يلي :

1. بين ان تطبيق خطي ؟
2. عين نواة التطبيق واساس ثم عين صورة التطبيق

جزء II:

ليكن تطبيق خطي معرف كما يلي :

1. بين ان تطبيق خطي تقابلي

الاسم :.............................................. اللقب :................................ الفوج:.............................................

تمرين 1:

لتكن المجموعة التالية جزء من معرفة كما يلي :

1. هل فضاء شعاعي جزئي (S.E.V) ؟ برر اجابتك

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

1. عين ان امكن اساس ل ؟ و

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

تمرين 2:

هل المجموعات التالية تشكل فضاءات شعاعية جزئية ؟ مع التبرير

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

1. عين بعد مجموع فضائيين شعاعيين جزئيين :

…………………………………………………………………………………...

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

الاسم :..............................................................................................................................................

اللقب :..............................................................................................................................................

الفوج:...............................................................................................................................................

تمرين 1:

لدينا التطبيق الخطي المعرف كما يلي :

1. عين ان امكن اساس و

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

تمرين 2:

بين هل التطبيقات التالية خطية

1.

*..............................................................................................................................................................................................................................................................................................................*

1.

*..............................................................................................................................................................................................................................................................................................................*

*.......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................*