الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministry of Higher Education
and Scientific Research
UNIVRSITY- STIF1
Faculty of Economic Commerce
and Management

وزارة التّعليم العالي والبحث العلميّ
جامعة سطيف-1-
كلّيّة العلوم الاقتصاديّة والتّجاريّة وعلوم التّسيير

قسم: العلوم الإقتصادية

محاضرات في الرياضيات المالية

مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس L.M.D جذع مشترك

إعداد الدكتورة: بوعروري فاطمة

الخبراء المقيمين للمطبوعة:

- الأستاذ الدكتور: بودرامة مصطفى
- الدكتور: لقليطي الأخضر

تاريخ اعتماد المطبوعة: 2020 - 2021

هذه المطبوعة عبارة عن محاضرات في الرياضيات المالية، حسب البرنامج الوزاري للسنة الثانية علوم اقتصادية ونسعى من خلالها إلى مساعدة الطالب، على استيعاب محتوى هذا المقرر والذي يضم مجموعة من المحاور التي تمكن الطالب من اكتساب معارف وكفاءات، تخص استعمال تقنيات الرياضيات المالية في حساب الفائدة المستحقة عند توظيف الأموال والواجبة الدفع عند تسديد الديون، فالمعاملات المالية الحالية لا تخلو من عمليات الاستثمار والاقتراض وكلها تتضمن حساب فوائد، سواء كانت بسيطة أو مركبة وغالبا ما تتاح عدة اختيارات أمام المستثمر أو المقترض، ويتطلب اختيار الأنسب منها الاعتماد على أساليب و طرق تساعد بدورها على اتخاذ القرار المناسب، وهو ما توفره تقنيات الرياضيات المالية والتي تدخل ضمن الرياضيات المستخدمة في العلوم المالية، المطبقة في المؤسسات المالية والمصرفية وكذا المؤسسات الاقتصادية في إطار عملية التسيير، حيث تستعمل في عدة عمليات تقوم بها المؤسسة في تعاملاتها مع الغير على المدى القصير والمتوسط والطويل، سواء كان التعامل مع الزبائن في تحصيل الحقوق أو الموردين عند تسديد الديون، مستعملين في ذلك مختلف وسائل التسديد والتحصيل الفوري أو لأجل مع الاعتراف بالدين، بواسطة ورقة تجارية قابلة للتحصيل بعد فترة محددة أو مع إمكانية التعويض والتبادل مع ورقة أو أوراق تجارية أخرى أو الخصم لدى البنك عند تقديم تلك الخدمة، كما تستعمل البنوك والمؤسسات المالية تقنيات الرياضيات المالية في مختلف معاملاتها ذات الآجال القصيرة والطويلة، لحساب الفوائد الواجب دفعها لدائنيها أو الواجب تحصيلها من زبائنها، إضافة إلى تحديد القيم المحصلة والحالية الناتجة عن تلك الفوائد، كما يمكن أن يحدث التحصيل أو التسديد بواسطة دفعات ثابتة ومتساوية تتم في بداية المدة أو نهايتها أو تستبدل بديون أخرى، كما تساهم البنوك والمؤسسات المالية في تمويل المؤسسات الاقتصادية والأفراد بقروض قصيرة ومتوسطة وطويلة الأجل، وتحديد شروط منح القروض من حيث المبلغ والمدة والفوائد الواجب دفعها وطرق التسديد المتفق عليه في إطار اهتلاك القروض وذلك بتطبيق قواعد الرياضيات المالية، كما سنتطرق إلى طرق تقييم السندات والأسهم وخصائص كل منها.

المحور الأول: الفائدة البسيطة والخصم

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

1. تعريف الفائدة البسيطة طريقة حسابها
2. استخدام طريقة النمر والقاسم لحساب الفوائد
3. المعدل المتوسط لمجموعة رؤوس أموال موظفة بمعدلات مختلفة
4. حساب الجملة

الفصل الثاني: القيمة الحالية والخصم

1. تعريف الخصم
2. حساب قيمة الخصم
3. قانون القيمة الحالية
4. الخصم التجاري والخصم الحقيقي

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

1. تكافؤ ورقتين تجاريتين
2. تكافؤ عدة أوراق تجارية
3. تاريخ الاستحقاق المتوسط

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

1. تعريف الفائدة البسيطة وطريقة حسابها:

الفائدة هي ذلك العائد المالي المحصل عليه من عملية توظيف مبلغ مالي أو هي المبلغ الذي يدفعه المقترض للمقرض مقابل استخدام المبلغ المقترض لمدة زمنية معينة، أي أن الفائدة هي مقدار الزيادة في رأس المال نتيجة استثماره أو إقراضه، إذا كان مبلغ هذه الفائدة مقدارا ثابتا في كل مدة يحين تاريخ استحقاقها تكون الفائدة بسيطة والتي تحسب على المبلغ الموظف أو المقترض، لمدة لا تتعدى عادة سنة واحدة دون أن تضاف إليه في نهاية كل فترة، فقد تحسب الفائدة يوميا أو نصف شهري أو شهريا أو ثلاثيا أو سداسيا أو سنويا.

تتوقف قيمة الفائدة البسيطة المحسوبة لأي مبلغ مالي على ثلاث عوامل تتمثل في:

- قيمة الأصل: أي مقدار رأس المال الموظف أو المقترض والذي نرمز له بالرمز C وتبقى قيمته ثابتة طول مدة استثماره وله علاقة طردية مع الفائدة البسيطة I، فهي تزداد بزيادة قيمة الأصل ؛
- مدة المعاملة n : يقصد بها فترة استغلال المبلغ المقترض أو مدة توظيفه و تكون العلاقة بين هذه المدة والفائدة البسطة علاقة طردية؛
- معدل الفائدة t: يمثل فائدة وحدة نقدية واحدة خلال سنة كاملة وقد جرت العادة على ذكر معدل الفائدة لكل 100 وحدة نقدية عن مدة قدرها سنة واحدة، فمثلا إذا كان معدل الفائدة 3% معناه أن كل 100 وحدة من المبلغ الموظف يدفع عنها فائدة قدرها 3 وحدة نقدية في نهاية كل سنة.

لنفرض أنه تم توظيف مبلغ قدره C خلال فترة زمنية معبر عنها بالسنوات بمعدل فائدة بسيطة t محسوب على أساس 100ون ، فإن قيمة الفائدة البسيطة المحصل عليها خلال فترة التوظيف تحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{I = c \times \frac{t}{100} \times n}$$

عادة ما تكون مدة التوظيف في حالة الفائدة البسيطة جزءا من السنة وفي هذه الحالة يتم تحويل المدة الزمنية لما يعادلها بالسنوات لحساب مقدار الفائدة البسيطة فنجد مثلا:

- إذا كانت مدة التوظيف شهرية:

$$\boxed{I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12}}$$

- إذا كانت مدة التوظيف يومية:

$$\boxed{I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}}$$

مثال:

تم استثمار مبلغ 600.000 دج بمعدل فائدة سنوي بسيط قدره 3%، أحسب الفائدة المحصل عليها إذا كانت مدة الاستثمار :

- سنة
- 8 أشهر
- 250 يوم

الحل:

- حساب الفائدة إذا كانت المدة سنة:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times n$$

$$I = 600000 \times \frac{3}{100} \times 1 \qquad I = 18000$$

- حساب الفائدة إذا كانت المدة 8 أشهر :

$$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{12}$$

$$I = 600000 \times \frac{3}{100} \times \frac{8}{12} \qquad I = 12000$$

- حساب الفائدة إذا كانت المدة 250 يوم:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360}$$

$$I = 600000 \times \frac{3}{100} \times \frac{250}{360} \qquad I = 12500$$

ملاحظة 1:

كثيرا ما تكون مدة التوظيف في حالة الفائدة البسيطة أجزاء من السنة مذكورة بالأشهر أو بالأيام أو محصورة بين تاريخين محددين ومن أجل حساب مدة التوظيف بين هذين التاريخين يجب مراعاة النقاط التالية:

- عند حساب عدد الأيام الواقعة بين تاريخين معينين نحسب أول أو آخر يوم فقط؛
- تحديد طبيعة السنة إن كانت عادية أو كبيسة من خلال قسمتها على 4 فإن كانت النتيجة عدد طبيعي كانت السنة كبيسة عدد أيامها 366 يوم أي أن عدد أيام شهر فيفري فيها هو 29 يوم وإن كانت النتيجة عددا عشريا كانت السنة صحيحة عدد أيامها 365 يوم وعدد أيام شهر فيفري فيها 28 يوم.

مثال:

اقترض شخص مبلغ 20000 دج يوم 11 جانفي 2020 على أن يسدده في 25 ماي من نفس السنة بمعدل فائدة سنوي بسيط 3% ، أحسب مقدار الفائدة المدفوعة.

الحل:

من خلال المثال أعلاه لدينا المعطيات التالية:

- المبلغ المقترض: C= 20000
- معدل الفائدة: t=3%
- بما أن 2020 تقبل القسمة على 4 فهي سنة كبيسة وعدد أيام شهر فيفري 29 يوم ومنه:

الأشهر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	المجموع
عدد الأيام	31−11=20	29	31	30	25	135

وعليه فإن مدة الاقتراض هي: j=135

مبلغ الفائدة البسيطة في نهاية فترة الاقتراض تحسب وفقا للعلاقة التالية:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$

بالتعويض نحصل على:

$$I = 20000 \times \frac{3}{100} \times \frac{135}{360}$$

$$I = 22500$$

ملاحظة 2:

استنادا إلى أن عدد أيام السنة يقدر بـ 365 يوم إذا كانت السنة بسيطة أو 366 يوم إذا كانت السنة كبيسة و أن أيام السنة التجارية المعتمد عليها في الأوساط المالية و التجارية هي 360 يوم على اعتبار أن كل شهر فيه 30 يوم فإنه يمكن تقسيم الفائدة البسيطة إلى نوعين هما:

- الفائدة البسيطة التجارية: وتحسب على أساسها أيام السنة 360 يوم و تعتمد عليها أغلب البنوك في الحياة العملية لأنها تعطي فائدة أكبر من الفائدة الصحيحة وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}}$$

- الفائدة البسيطة الصحيحة: وتحسب على أساسها أيام السنة 365 أو 366 يوم وتعطي فائدة أقل من التجارية وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{I_R = c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{365\ ou\ 366}}$$

ويمكن إيجاد العلاقة بين الفائدتين كما يلي:

- حالة سنة بسيطة:

$$\frac{I_c}{I_R} = \frac{c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}}{c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{365}} \quad \rightarrow \quad \frac{I_c}{I_R} = \frac{365}{360}$$

$$\boxed{\frac{I_c}{I_R} = \frac{73}{72}}$$

- حالة سنة كبيسة:

$$\frac{I_c}{I_R} = \frac{c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}}{c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{366}} \quad \rightarrow \quad \frac{I_c}{I_R} = \frac{366}{360}$$

$$\boxed{\frac{I_c}{I_R} = \frac{61}{60}}$$

يجب الأخذ بعين الاعتبار أنه إذا لم ينص صراحة على نوع السنة و لم تحدد (كأن نقول 2020) فإن السنة تعتبر تجارية (360 يوم).

مثال:

تم توظيف مبلغ 58400 دج سنة 2019 لمدة 250 يوم فبلغ الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة 120 دج، أحسب معدل الفائدة المطبق على هذا المبلغ.

الحل:

من معطيات المثال أعلاه لدينا:

C=58400

$$\mathrm{I}_c - \mathrm{I}_R = 120 \ldots (1)$$

سنة 2019 سنة بسيطة وهذا يعني أن عدد أيامها 365 يوم.

ولدينا:

$$\frac{\mathrm{I}_c}{\mathrm{I}_R} = \frac{73}{72} \quad \rightarrow \quad \mathrm{I}_c = \mathrm{I}_R \times \frac{73}{72}$$

بالتعويض في (1) نجد:

$$\mathrm{I}_R \times \frac{73}{72} - \mathrm{I}_R = 120$$

$$\mathrm{I}_R = 8640 \qquad\qquad \mathrm{I}_c = 8760$$

ولدينا:

$$I_c = \mathrm{c} \times \frac{\mathrm{t}}{100} \times \frac{\mathrm{j}}{360} \qquad \rightarrow t = c \times \frac{36000}{j}$$

$$t = 21.6$$

ملاحظة 03:

- من خلال العلاقة الخاصة بحساب الفائدة البسيطة سواء طبقت بالسنوات أو الأشهر أو الأيام نلاحظ أنها تحتوي على أربع متغيرات هي I,c,n,i نستطيع حساب أحدها حينما تكون بقية المتغيرات معلومة.

- عندما نحصل على نتيجة عشرية في حساب المدة يمكن أن نقرب المدة إلى الأشهر أو الأيام وذلك بضرب المقدار ما بعد الفاصلة في 12 من أجل الحصول على ما يقابل ذلك الجزء من السنة بالأشهر وإن كانت نتيجة هذا الضرب عددا عشريا نضرب المقدار ما بعد الفاصلة بالعدد 30 للحصول على ما يقابل ذلك الجزء من الأشهر بالأيام.

2. استخدام طريقة النمر والقاسم لحساب الفوائد:

تعتبر طريقة النمر والقاسم من أهم الطرق المختصرة لحساب الفوائد البسيطة خاصة إذا كانت المدة بالأيام، وتظهر أهميتها عندما يراد حساب الفوائد التجارية لمجموعة من المبالغ المستثمرة لفترات مختلفة بمعدل فائدة واحد.

$$\mathrm{I} = \mathrm{c} \times \frac{\mathrm{t}}{100} \times \frac{\mathrm{n}}{360}$$

بالقسمة على t نجد:

$$I = \frac{\mathrm{c} \times \mathrm{t} \times \mathrm{n}/\mathrm{t}}{360 \times 100/\mathrm{t}}$$

يسمى ناتج الضرب (رأس المالx عدد الأيام) بالنمر ويرمز له بـ N أما ناتج القسمة $\frac{36000}{t}$ فيسمى القاسم ويرمز له بـ D.

وبذلك تكون علاقة حساب الفائدة البسيطة

$$\boxed{I = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{D}}}$$

D : هو القاسم الثابت بالمعدل t حيث :

$$\boxed{D = \frac{36000}{t}}$$

لنفرض أنه تم استثمار مجموعة من المبالغ هي $c_1\ c_2\ c_3 \dots c_n$ و مدة استثمار كل منها هي على التوالي $n_1\ n_2\ n_3 \dots n_n$ و هذا بنفس معدل الفائدة و هو t

لحساب الفائدة المحصلة من عملية استثمار كل المبالغ لدينا:

$$I = \mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 + \mathrm{I}_3 + \cdots + \mathrm{I}_n = \mathrm{c}_1 \times \frac{N_1}{\mathrm{D}} + \mathrm{c}_2 \times \frac{n_2}{\mathrm{D}} + \mathrm{c}_3 \times \frac{n_3}{\mathrm{D}} + \cdots + \mathrm{c}_n \times \frac{n_n}{\mathrm{D}}$$

$$I = \frac{1}{\mathrm{D}} \times (\mathrm{c}_1 \times \mathrm{n}_1 + \mathrm{c}_2 \times \mathrm{n}_2 + \mathrm{c}_3 \times \mathrm{n}_3 + \cdots + \mathrm{c}_n \times \mathrm{n}_n)$$

$$\boxed{I = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{D}}}$$

حيث:

$$N = \sum_{i=0}^{n} (c_i \times n_i)$$

مثال:

احسب بطريقة النمر والقاسم الفوائد المستحقة على المبالغ الآتية بمعدل فائدة 6% سنويا:

- 2000 دج مستثمرة لمدة 40 يوم
- 3000 دج مستثمرة لمدة 70 يوم
- 4000 دج مستثمرة لمدة 80 يوم

الحل:

$$I = \frac{N}{D}$$

أولا سنقوم بحساب القاسم

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} = 6000$$

ثانيا نقوم بحساب النمر

$$N = \sum_{i=0}^{n} (c_i \times n_i) = 2000 \times 40 + 3000 \times 70 + 4000 \times 80 = 610000$$

$$I = \frac{610000}{6000} = 101.67$$

3. المعدل المتوسط لمجموعة رؤوس أموال موظفة بمعدلات مختلفة:

لنفرض أنه تم استثمار مجموعة من المبالغ بمعدلات فائدة مختلفة لفترات مختلفة مقدرة بالأيام حيث:

المبلغ c_1 وظف بمعدل فائدة t_1 لمدة n_1 يوم

المبلغ c_2 وظف بمعدل فائدة t_2 لمدة n_2 يوم

المبلغ c_3 وظف بمعدل فائدة t_3 لمدة n_3 يوم

...

المبلغ c_n وظف بمعدل فائدة t_n لمدة n_n يوم

الفائدة الإجمالية لهذه المبالغ المستثمرة تحسب كما يلي:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n$$

$$I = \frac{c_1 \times t_1 \times n_1}{36000} + \frac{c_2 \times t_2 \times n_2}{36000} + \frac{c_3 \times t_3 \times n_3}{36000} + \cdots + \frac{c_n \times t_n \times n_n}{36000}$$

$$I = \frac{c_1 \times t_1 \times n_1 + c_2 \times t_2 \times n_2 + c_3 \times t_3 \times n_3 + \cdots + c_n \times t_n \times n_n}{36000}$$

ليكن T معدل الفائدة المتوسط الذي يسمح بالحصول على نفس الفائدة لنفس المبالغ في نفس الفترات، أي:

$$I = \frac{c_1 \times T \times n_1 + c_2 \times T \times n_2 + c_3 \times T \times n_3 + \cdots + c_n \times T \times n_n}{36000}$$

ومنه:

$$\boxed{T = \frac{\sum_{i=0}^{n} c_i \times n_i \times t_i}{\sum_{i=0}^{n} c_i \times n_i}}$$

مثال:

في 15 جوان 2017 استثمر شخص ثلاثة مبالغ مالية في ثلاث مؤسسات كما يلي:

- المبلغ الأول مقدر بـ 35000 دج بمعدل فائدة 12% إلى غاية 2017/07/20
- المبلغ الثاني مقدر بـ 40000 دج بمعدل فائدة 15% إلى غاية 2017/08/01
- المبلغ الثالث مقدر بـ 48000 دج بمعدل فائدة 18% إلى غاية 2017/08/31

المطلوب:

- تحديد الفائدة الناتجة عن استثمار المبالغ الثلاثة
- ما هو معدل الفائدة المتوسط الذي يسمح بالحصول على نفس الفائدة لنفس المبالغ في نفس الفترات؟

الحل:

لدينا المعطيات التالية:

$C_1=35000$ $t_1=12\%$

$n_1 = 35$ / $n_1 =(33-15)+20$

$C_2=40000$ $t_2=15\%$

$n_2 = 47$ / $n_2 =(30-15)+31+1$

$C_3=48000$ $t_3=18\%$

$n_3 = 77$ / $n_3 =(30-15)+31+31$

- الفائدة الناتجة عن استثمار المبالغ الثلاثة

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = \left(35000 \times \frac{12}{100} \times \frac{35}{360}\right) + \left(40000 \times \frac{15}{100} \times \frac{47}{360}\right) + \left(48000 \times \frac{18}{100} \times \frac{77}{360}\right)$$

$$I = 3039.67$$

- حساب المعدل المتوسط

$$\mathrm{T} = \frac{\sum_{\mathrm{i}=0}^{\mathrm{n}} \ \mathrm{c_i} \times \mathrm{n_i} \times \mathrm{t_i}}{\sum_{\mathrm{i}=0}^{\mathrm{n}} \ \mathrm{c_i} \times \mathrm{n_i}}$$

$$\mathrm{T} = \frac{35000 \times 12 \times 35 + 40000 \times 15 \times 47 + 48000 \times 18 \times 77}{35000 \times 35 + 40000 \times 47 + 48000 \times 77}$$

$$\mathrm{T} = 16.09\%$$

التأكد من قيمة المعدل المتوسط:

$$I = \frac{\sum_{\mathrm{i}=0}^{\mathrm{n}} (\mathrm{c_i} \times \mathrm{n_i})}{\mathrm{D}}$$

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{16.09} = 2237.41$$

$$I = \frac{(35000 \times 35 + 40000 \times 47 + 48000 \times 77)}{2237.41}$$

$$I = 039.67$$

4. حساب الجملة:

إذا أودع شخص في بنك مبلغا من المال قدره C لمدة قدرها n وكان معدل الفائدة في هذا البنك هو t فإنه في نهاية المدة الزمنية المتفق عليها يكون لهذا الشخص قيمة المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى قيمة الفائدة I التي يحصل عليها من البنك ومجموع المبلغين يسمى الجملة أو القيمة المكتسبة أو الرصيد والتي يرمز لها بالرمز $\boldsymbol{C_n}$ وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{C_n = \mathrm{c} + \mathrm{I}}}$$

مثال:

أودع شخص مبلغ 230000 دج لدى البنك لمدة 9 أشهر و 10 أيام بمعدل فائدة سنوي بسيط مقدر ب 9 %، ما هو المبلغ الإجمالي الذي يتحصل عليه الشخص بعد انتهاء فترة الإيداع.

الحل:

لدينا المعطيات التالية:

- المبلغ المقترض: C= 20000
- معدل الفائدة: t=5%
- المدة: 9 أشهر و 10 أيام أي:

$$n = \frac{9}{12} + \frac{10}{360}$$

$$\boldsymbol{C_n} = C + I$$

$$\boldsymbol{C_n} = 20\ 000 + 20000\left(\frac{5}{100}\left(\frac{9}{12} + \frac{10}{360}\right)\right)$$

$$\boldsymbol{C_n} = 20777.78$$

الفصل الثاني: القيمة الحالية والخصم

1. تعريف الخصم:

عند القيام بعمليات تجارية يتعهد المتعاملون في كثير من الحالات بتسديد مستحقاتهم أو ديونهم بتحرير ورقة تجارية بقيمة الدين، فالورقة التجارية هي تعهد مكتوب من شخص يسمى المدين على دفع قيمة الورقة (قيمة الدين) لشخص آخر يسمى الدائن في تاريخ استحقاق الورقة، هذه الأخيرة تتضمن ثلاثة أنواع هي:

- الشيك: هو تعهد فوري يمكن للمستفيد أن يحصل على قيمته من البنك يوم تحريره
- السند الإذني: صك محرر وفق شكل معين يحدده القانون يتضمن تعهد من محرر السند بدفع مبلغ معين من النقود لصالح شخص يسمى المستفيد
- الكمبيالة أو السفتجة: تتضمن أمرا صادرا من الساحب (المدين) موجها إلى المسحوب عليه بدفع مبلغ معين من النقود لصالح شخص ثالث (الدائن)

تحمل الأوراق التجارية خاصية التظهير بمعنى يمكن للدائن بيعها أو التنازل عنها لفائدة شخص آخر يسمى المستفيد حيث يحل هذا الأخير محل الدائن وينتظر ميعاد الاستحقاق ليحصل قيمة الورقة من المدين أما خصم الورقة التجارية فهو عملية يضع من خلالها البنك تحت تصرف عميله مبلغا ماليا مقابل ورقة تجارية لم يصل تاريخ استحقاقها مع حسم أو خصم أو اقتطاع فائدة من القيمة الاسمية للورقة التجارية وتحسب هذه الفائدة بين تاريخ خصم الورقة وتاريخ استحقاقها بمعدل خصم يحدده البنك المركزي، علما أن البنوك تقوم بإعادة خصم هذه الأوراق التجارية بمعدل يسمى معدل إعادة الخصم لدى البنك المركزي ويكون أقل من معدل الخصم لكي تتحصل البنوك على عائد وبالتالي:

- قيمة الورقة تسمى بالقيمة الاسمية وهي المبلغ الذي يدفعه المدين في تاريخ الاستحقاق
- مبلغ العمولة يسمى الخصم وهو المبلغ الذي يطرح من مبلغ الدين مقابل السداد قبل موعد الاستحقاق.
- مدة الخصم وهي المدة الفاصلة بين تاريخ خصم الدين و تاريخ استحقاقه
- معدل الخصم وهو المعدل الذي يحسب على أساسه مبلغ الخصم
- قيمة الورقة المخصومة تسمى القيمة الحالية

2. حساب قيمة الخصم:

خصم الديون يعني تسديدها قبل موعد استحقاقها بمدة معينة مقابل تخفيض محسوب على أساس القيمة المسجلة على الورقة التجارية وعلى أساس معدل الخصم خلال المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق وفقا للعلاقة التالية:

$$\boxed{e = V\frac{n}{D}}$$

علما أن:

$$D = \frac{36000}{t}$$

- قيمة الخصم يرمز لها بالرمز e
- معدل الخصم الذي يطبقه البنك يرمز له بالرمز t
- القيمة الاسمية للورقة التجارية موضوع الخصم يرمز لها بالرمز V
- مدة الخصم و هي المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق و تاريخ الخصم يرمز لها بالرمز n

3. قانون القيمة الحالية:

المبلغ الذي يتحصل عليه حامل الورقة التجارية هو القيمة الحالية لها، وهذه القيمة تكون أقل من القيمة الاسمية لنفس الورقة التجارية بمقدار الخصم.

يتم حساب القيمة الحالية والتي يرمز لها بالرمز a كما يلي:

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – قيمة الخصم

$$a=V-e$$

$$a = V - \frac{V.n}{D}$$

$$\boxed{a = V(\frac{D-n}{D})}$$

مثال:

في 02 فيفري 2019 باع تاجر بضائع بمبلغ 75000 دج فتحصل على ثلث المبلغ والباقي حرر له ورقة تجارية تستحق الدفع في 29 أفريل 2019 لكنه احتاج إلى سيولة لذا قام بخصم الورقة لدى البنك بتاريخ 12 فيفري 2019 بمعدل خصم 09 % .

المطلوب:

- احسب مبلغ الخصم
- احسب القيمة الحالية للورقة التجارية.

الحل:

لدينا:

المبلغ الإجمالي للعملية	المبلغ المدفوع نقدا	القيمة الاسمية للورقة
75000	25000	50000

- حساب مبلغ الخصم:

$$e = \frac{V.n}{D}$$

$$D = \frac{36\ 000}{9} = 4000$$

n=(28−12) +31+29 (2019 سنة بسيطة)

n=76

$$e = \frac{50000.76}{4000}$$

e=950

- حساب القيمة الحالية للورقة التجارية

a=V−e

a=50000−950

a=49050

أو

$$a = 50000(\frac{4000 - 76}{4000})$$

a=49050

ملاحظة:

عادة تكون مدة الخصم بالأيام و لكن قد توجد بالأشهر لأنه في الواقع لا تتعدى مدة الخصم90 يوم

وبالتالي يصبح:

$$D = \frac{1200}{t}$$

4. الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

في الواقع هناك نوعين من الخصم هما الخصم الحقيقي والخصم التجاري.

- **الخصم التجاري:**

يعد هذا الخصم الأكثر شيوعا في الاستعمال ويحسب على أساس القيمة الاسمية وفقا للعلاقة الخاصة بالخصم والتي تطرقنا إليها فيما سبق ويرمز له بالرمز (e_c)؛

$$e_c = \frac{Vn}{D}$$

والقيمة الحالية هي:

$$a = V(\frac{D-n}{D})$$

- **الخصم الحقيقي:**

إذا كان الخصم التجاري يطبق فيه المعدل على القيمة الاسمية فإن الخصم الحقيقي يطبق فيه المعدل على القيمة الحالية، ومنطقيا تكون قيمة الخصم الحقيقي أقل من قيمة الخصم التجاري لاختلاف القيمة الاسمية عن القيمة الحالية، يسمى الخصم الحقيقي بالخصم الصحيح وهو الأقل شيوعا في الاستعمال ويحسب كفائدة على القيمة الحالية للورقة التجارية خلال الفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ استحقاق الورقة، يرمز له بالرمز (e_r) ويحسب كما يلي:

حيث:

$$e_r = \frac{\bar{a}.n}{D}$$

$$D = \frac{36000}{t}$$

نرمز لقيمته الحالية بالرمز ($\bar{a}$) حيث:

$$\bar{a} = v - e_r \rightarrow \bar{a} = v - \frac{\bar{a}.n}{D} \rightarrow v = \bar{a} + \frac{\bar{a}.n}{D}$$

$$v = \bar{a}\left(1 + \frac{n}{D}\right) \rightarrow v = \bar{a}\left(\frac{D+n}{D}\right)$$

وبذلك يكون:

$$\bar{a} = v\left(\frac{D}{D+n}\right)$$

لدينا أيضا:

$$e_r = v - \bar{a} \Rightarrow e_r = v - v\left(\frac{D}{D+n}\right) = v\left[1 - \frac{D}{D+n}\right] = v\left(\frac{D+n-D}{D+n}\right)$$

$$= v\left(\frac{n}{D+n}\right)$$

أي:

$$e_r = \frac{v.n}{D+n}$$

نلاحظ أنه تم حساب الخصم الحقيقي على أساس القيمة الاسمية لأنها هي المعلومة، وبالتالي:

$$\boxed{e_r = \frac{v.n}{D+n}}$$

$$\boxed{\bar{a} = v\left(\frac{D}{D+n}\right)}$$

ملاحظة:

الخصم الحقيقي كما في الفائدة الحقيقة لا يستعمل إلا في حالة الطلب فكل المسائل التي يطلب فيها حساب الخصم يحسب على أساس الخصم التجاري إلا إذا طلب حساب الخصم الحقيقي بشكل مباشر.

مثال: نفس معطيات المثال السابق والمطلوب

- احسب مبلغ الخصم الحقيقي
- احسب القيمة الحالية للورقة التجارية إذا كان الخصم حقيقي

الحل:

$$\mathrm{D} = \frac{36\ 000}{9} = 4000$$

n=76

v=50000

- حساب الخصم الحقيقي:

$$e_r = \frac{v.n}{D+n} = \frac{50000 \times 76}{4000+76} = 932.28$$

نلاحظ أن:

$$e_r < e_c$$

- حساب القيمة الحالية بالخصم الحقيقي:

$$\bar{a} = v - e_r$$
$$= 50000 - 932.28$$

$\bar{a}$ =49067.72

- **العلاقة بين الخصمين:**

- **الفرق بينهما:**

$$e_c - e_r = \frac{v.n}{D} - \frac{v.n}{D+n} = v.n\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D+n}\right)$$

$$e_c - e_r = v.n\left(\frac{D+n-D}{D(D+n)}\right) = v.n\left(\frac{n}{D(D+n)}\right)$$

$$\boxed{e_c - e_r = \frac{v.n^2}{D(D+n)}}$$

- **النسبة بينهما:**

$$\frac{e_c}{e_r} = \frac{\frac{v.n}{D}}{\frac{v.n}{D+n}} = \frac{v.n}{D} \times \frac{D+n}{v.n} = \frac{D+n}{D}$$

$$\frac{1}{e_r} - \frac{1}{e_c} = \frac{1}{\frac{v.n}{D+n}} - \frac{1}{\frac{v.n}{D}} = \frac{D+n}{v.n} - \frac{D}{v.n} = \frac{D-D+n}{v.n} = \frac{n}{v.n}$$

$$\boxed{\frac{e_c}{e_r} = \frac{1}{v}}$$

مثال:

لدينا المعلومات التالية الخاصة بعملية خصم ورقة تجارية:

$$e_c + e_r = 495 \dots\dots\dots\dots (1)$$

$$e_c \times e_r = 61250 \ldots \ldots . (2)$$

مدة الخصم 77 يوم.

المطلوب:

1.احسب قيمة الخصم التجاري وقيمة الخصم الحقيقي؛

2.حدد القيمة الاسمية للورقة التجارية؛

3.أحسب معدل الخصم؛

4.إذا علمت أن الورقة التجارية خصمت بتاريخ 20 أفريل 2007 فحدد تاريخ الإستحقاق.

الحل:

1. حساب قيمة الخصم التجاري وقيمة الخصم الحقيقي

لدينا:

$$e_c + e_r = 495 \Rightarrow e_c = 495 - e_r \ldots \ldots . (3)$$

بالتعويض في (2) نجد:

$$(495 - e_r)e_r = 61250$$

$$\Rightarrow -e_r^2 + 495e_r - 61250 = 0$$

$$\Rightarrow e_r^2 - 495e_r + 61250 = 0$$

$$\Delta = (-495)^2 - 4(61250) = 25$$

بما أن المميز موجب فهذا يعني أن للمعادلة حلين متمايزن هما:

$$e_{r1} = 250 \qquad ؛ e_{r2} = 245$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد:

$$e_{c1} = 495 - 250 = 245$$
$$e_{c2} = 495 - 245 = 250$$

نعلم أنه:

$$e_r < e_c$$

ومنه:

$$e_c = 250 \qquad و e_r = 245$$

2. حساب القيمة الإسمية للورقة التجارية:

لدينا:

$$\frac{1}{e_r}-\frac{1}{e_c}=\frac{1}{v}\Leftrightarrow\frac{1}{245}-\frac{1}{250}=\frac{1}{v}$$
$$\Leftrightarrow\frac{5}{61250}=\frac{1}{v}\Rightarrow v=\frac{61250}{5}=12250\ DA$$

3. حساب معدل الخصم:

لدينا:

$$e_c=\frac{v.n}{D}\Rightarrow D=\frac{v.n}{e_c}=\frac{12250\times 77}{250}=3773$$

ومنه:

$$D=\frac{36000}{t}\Rightarrow t=\frac{36000}{D}=\frac{36000}{3773}=9.54\%$$

4. تحديد تاريخ الإستحقاق:

لدينا:

مدة الخصم 77 يوم، وتاريخ الخصم 20 أفريل 2007

ومنه:

*10 أيام من شهر أفريل (بدون إحتساب اليوم 20 من أفريل).

*31 يوم تخص شهر ماي.

*30 يوم تخص شهر جوان.

* 06 أيام من شهر جويلية.

وبذلك يكون المجموع هو 77 يوم كاملة (6+30+31+10)

وعليه فإن تاريخ الإستحقاق هو 6 جويلية 2007.

ملاحظة:

عمليا نجد أن البنوك أثناء القيام بعملية الخصم لا تقتطع مبلغ الخصم فقط بل تلجأ إلى اقتطاعات أخرى تشكل في مجملها ما يسمى الأجيو وهو إجمالي التكاليف التي يتحملها صاحب الورقة التجارية المراد خصمها لدى البنك والذي يتضمن:

- مبلغ الخصم؛
- العمولات وتتمثل في مجموعة من العمولات منها:

– عمولة التظهير وهي عمولة مرتبطة بالزمن وبالقيمة الاسمية للورقة؛

- عمولات مستقلة عن الزمن تحسب على أساس القيمة الاسمية للورقة التجارية مثل عمولة البنك وعمولة التحصيل وعمولة التوطين؛
- العمولات الثابتة وهي مبالغ ثابتة ومحددة يقبضها البنك عند خصمه لورقة تجارية

- الرسوم وهي رسوم تطبق على النشاطات المالية مثل الرسم على القيمة المضافة.

بعد طرح قيمة الآجيو من القيمة الاسمية للورقة التجارية يتحصل صاحب الورقة على صافي القيمة ويتحصل البنك على قيمة الآجيو.

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

في بعض المعاملات التجارية يواجه المتعاملون بالأوراق التجارية ظروفا مالية متغيرة، فقد يجد المدين صعوبات في تسديد ديونه في الآجال المحددة، لذا يلجأ إلى دائنيه من أجل الاتفاق على تسوية وضعيته معهم مما يؤدي في الكثير من الأحيان، إلى إعادة النظر في استحقاق الأوراق التجارية ويتم بالإتفاق بين أطراف الدين على إنشاء ورقة تجارية جديدة أو عدة أوراق بشروط مختلفة دون إيقاع الضرر على أحدها باستخدام ما يسمى بالتكافؤ بين الأوراق التجارية.

1. تكافؤ ورقتين تجاريتين:

نقول عن ورقتين تجاريتين أنهما متكافئتين بتاريخ معين (تاريخ التكافؤ) إذا خصمتا بنفس المعدل في هذا التاريخ وكان لهما نفس القيمة الحالية.

ليكن لدينا:

- v_1 ، v_2 القيم الاسمية للورقتين التجاريتين؛
- n_1 ، n_2 المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ التكافؤ؛
- a_1 ، a_2 القيم الحالية للورقتين التجاريتين.

يحدث التكافؤ كما يلي:

$$\boldsymbol{a_1 = a_2 \Leftrightarrow v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)}$$

مثال:

بتاريخ 01 أفريل تم تعويض كمبيالة قيمتها الاسمية 8500 دج قابلة للاستحقاق يوم 01 ماي بكمبيالة جديدة قابلة للاستحقاق يوم 30 ماي بمعدل خصم 06%.

- أحسب القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة.

الحل:

من معطيات المثال لدينا:

$$\mathrm{v}_1 = 8500$$
$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} \rightarrow D = 6000$$
$$\mathrm{n}_1 = (30-1)+1 \rightarrow \quad \mathrm{n}_1 = 30$$
$$\mathrm{n}_2 = (30-1)+30 \rightarrow \quad \mathrm{n}_1 = 59$$

لدينا:

$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)$$

ومنه:

$$\mathrm{v}_1 = 8541.5$$

ملاحظة 01:

باستعمال قانون تكافؤ ورقتين تجاريتين يمكن حساب قيمة أحد المتغيرات الموجودة في القانون عندما تكون بقية المتغيرات معلومة.

ملاحظة 02:

يمكن أن يسمى تاريخ التكافؤ بتاريخ التقييم وهو تاريخ الإتفاق على تغيير شروط الإئتمان.

2. تكافؤ عدة أوراق تجارية

تكون مجموعة من الأوراق التجارية متكافئة مع مجموعة أخرى بمعدل خصم واحد في تاريخ محدد إذا كان مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى يساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية.

ليكن لدينا:

- v_1 ، v_2 قيمتين اسميتين لورقتين تجاريتين؛
- n_1 ، n_2 المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق لهما وتاريخ التكافؤ؛

وليكن:

- $\grave{v}_1$ ، $\grave{v}_2$ ، $\grave{v}_3$ قيم اسمية لأوراق تجارية؛
- $\grave{n}_1$ ، $\grave{n}_2$ ، $\grave{n}_3$ المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق لها على التوالي وتاريخ التكافؤ؛

يحدث التكافؤ بين المجموعتين كما يلي:

$$a_1 + a_2 = \grave{a}_1 + \grave{a}_2 + \grave{a}_3$$

$$\boxed{v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) = \grave{v}_1\left(\frac{D-\grave{n}_1}{D}\right) + \grave{v}_2\left(\frac{D-\grave{n}_2}{D}\right) + \grave{v}_3\left(\frac{D-\grave{n}_3}{D}\right)}$$

مثال:

مؤسسة دائنة لزبون بالأوراق التجارية التالية:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2600 دج تستحق في 27 جويلية 2017؛
- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 5200 دج تستحق في 20 أوت 2017؛

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 11700 دج تستحق في11 سبتمبر 2017

في 09 جويلية 2017 أعلن الزبون للمؤسسة عن عدم تمكنه من التسديد في الآجال المحددة فتم الاتفاق بينهما على تعويض هذه الأوراق الثلاثة بورقة وحيدة تستحق في 03 سبتمبر 2017

- ما القيمة الاسمية لهذه الورقة إذا كان المعدل 4.5%.

الحل:

لدينا من شرط التكافؤ:

$$a_1 + a_2 + a_3 = \grave{a}$$

$$\Leftrightarrow v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) + v_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) = \grave{v}\left(\frac{D-\grave{n}}{D}\right) \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{4.5} = 8000$$

$$n_1 = 18$$

$$n_2 = 42$$

$$\mathrm{n}_3 = 68$$

$$\grave{\mathrm{n}} = 56$$

$$(1) \Leftrightarrow 2600\left(\frac{8000-18}{8000}\right) + 5200\left(\frac{8000-42}{8000}\right) + 11700\left(\frac{8000-68}{8000}\right) = \grave{\mathrm{v}}\left(\frac{8000-56}{8000}\right)$$

$$\Leftrightarrow \grave{v} \approx 19503.92$$

3. تاريخ الاستحقاق المتوسط

لتكن لدينا قيم اسمية لأوراق تجارية:

$$\boldsymbol{v_1, v_2, v_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots v_n}$$

والمدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ التكافؤ لهذه الأوراق:

$$\boldsymbol{n_1, n_2, n_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n_n}$$

لحساب تاريخ الإستحقاق المتوسط ننطلق من شرط التكافؤ حيث لدينا:

$$\boldsymbol{v = v_1 + v_2 + v_3 + \cdots \ldots\ldots + v_n}$$

ومن شرط التكافؤ نجد:

$$v\left(\frac{D-n}{D}\right) = v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) + v_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) + \cdots\ldots\ldots + v_n\left(\frac{D-n_n}{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow v - \frac{vn}{D} = v_1 - \frac{v_1 n_1}{D} + v_2 - \frac{v_2 n_2}{D} + v_3 - \frac{v_3 n_3}{D} + \cdots\ldots\ldots + v_n - \frac{v_n n_n}{D}$$

$$\Leftrightarrow v-\frac{vn}{D}=(v_1+v_2+v_3+\cdots+v_n)-\left(\frac{v_1n_1}{D}+\frac{v_2n_2}{D}+\frac{v_3n_3}{D}+..+\frac{v_nn_n}{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow v-\frac{vn}{D}=v-\left(\frac{v_1n_1}{D}+\frac{v_2n_2}{D}+\frac{v_3n_3}{D}+..+\frac{v_nn_n}{D}\right)$$

وباختزال قيمة كل من v و D من الطرفين نجد:

$$vn=v_1n_1+v_2n_2+v_3n_3+\cdots\ldots\ldots\ldots+v_nn_n$$

$$n=\frac{\sum_{i=1}^{n}v_in_i}{v}=\frac{\sum_{i=1}^{n}v_in_i}{\sum_{i=1}^{n}v_i}$$

ومنه فإن تاريخ الإستحقاق المتوسط لا يرتبط بمعدل الخصم.

مثال:

تقدم تاجر إلى دائنه بتاريخ 09 فيفري 2019 لتعويض دينه المتمثل في أربع أوراق تجارية بورقة تجارية وحيدة حيث:

- الورقة الأولى قيمتها الإسمية 7500 دج تاريخ استحقاقها 19 فيفري 2019؛
- الورقة الثانية قيمتها الإسمية 5000 دج تاريخ استحقاقها 24 فيفري 2019؛
- الورقة الثالثة قيمتها الإسمية 18250 دج تاريخ استحقاقها 11 مارس 2019؛
- الورقة الرابعة قيمتها الإسمية 9250 دج تاريخ استحقاقها 23 مارس 2019؛

إذا كان معدل الخصم 6% حدد تاريخ الاستحقاق المتوسط للأوراق التجارية الأربعة.

الحل:

لدينا:

$V_1=7500$ $n_1=10$

$V_2=5000$ $n_2=15$ $t=6\%$ $D=6000$

$V_3=18250$ $n_3=30$

$V_4=9250$ $t_4=42$

ولدينا أيضا:

$$n=\frac{\sum_{i=1}^{n}v_in_i}{\sum_{i=1}^{n}v_i}$$

$$n=\frac{7500\times10+5000\times15+18250\times30+9250\times42}{7500+5000+18250+9250}=27$$

أي أن تاريخ الإستحقاق المتوسط يكون 27 يوم بعد تاريخ التكافؤ 09 فيفري أي يوم 08 مارس 2019.

المحور الثاني: الفائدة المركبة والدفعات

الفصل الأول: الفائدة المركبة والخصم

1. القانون الأساسي لحساب جملة بفائدة مركبة
2. طريقة حساب الفائدة المركبة
3. حساب عناصر الجملة
4. تعريف القيمة الحالية والخصم المركب
5. استخدام قانون القيمة الحالية

الفصل الثاني: تكافؤ المعدلات ورؤوس الأموال

1. المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة
2. تكافؤ الديون أو رؤوس الأموال
3. تاريخ الاستحقاق المتوسط لمجموعة من الديون

الفصل الثالث: دفعات نهاية المدة

4. القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة
5. تحديد عناصر جملة دفعات نهاية المدة
6. القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة
7. حساب عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة

الفصل الرابع: دفعات بداية المدة

1. القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة
2. تحديد عناصر جملة دفعات نهاية المدة
3. القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة
4. تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة

الفصل الأول: الفائدة المركبة والخصم

1. القانون الأساسي لحساب الجملة بفائدة مركبة:

نقول عن رأسمال أنه وظف بفائدة مركبة، إذا أضيفت الفائدة البسيطة الناتجة في نهاية كل وحدة زمنية إلى رأس المال الموظف ليشكلا معا رأسمال جديد للوحدة الزمنية الموالية، وهو ما يسمى برسملة الفوائد بمعنى أن الفائدة تضاف في نهاية كل فترة زمنية إلى المبلغ الذي أنتجها، وتحسب الفائدة في نهاية الفترة التالية على المبلغ الأصلي والفائدة معا، وهكذا دواليك حتى نهاية فترة التوظيف، كما هو موضح في الجدول الموالي حيث:

- C: المبلغ الموظف
- i : معدل الفائدة حيث $i = \frac{t}{100}$
- n مدة التوظيف مقدرة بالسنوات.

إذا تتبعنا هذا المبلغ المستثمر في نهاية كل فترة زمنية خلال مدة التوظيف فإننا نلاحظ الآتي:

الفترة	المبلغ في أول الفترة	الفائدة	المبلغ في نهاية الفترة
1	c	$I_1 = c \times i$	$c_{n1} = c + I_1 = c + c \times i = c(1+i)$
2	$c(1+i)$	$I_2 = c(1+I)i$	$c_{n2} = c(1+i) + I_2 = c(1+i) + c(1+i)i = c(1+i)^2$
3	$c(1+i)^2$	$I_3 = c(1+i)^2 i$	$c_{n3} = c(1+i)^2 + I_3 = c(1+i)^2 + c(1+i)^2 i = c(1+i)^3$
...	....	....	....
n	$c(1+i)^{n-1}$	$I_n = c(1+i)^{n-1} i$	$c_{nn} = c(1+i)^{n-1} + I_n = c(1+i)^{n-1} + c(1+i)^{n-1} i = c(1+i)^n$

نلاحظ أن:

$$c_1 < c_2 < c_3 < \cdots < c_n$$
$$I_1 < I_2 < I_3 < \cdots < I_n$$

وتكون الجملة بعد n فترة هي:

$$\boxed{c_n = c(1+i)^n}$$

ملاحظات:

- المقدار $(1+i)^n$ يحسب من الجدول المالي رقم (01) أو باستخدام الآلة الحاسبة.
- عند حساب المقدار $(1+i)^n$ يجب أن يكون المتغيرين i و n متجانسين، فإذا كان المعدل سنوي يجب أن تكون فترة التوظيف سنوية، قد تكون فترات التوظيف ثلاثية أو سداسية أو شهرية وفي كل الحالات يجب أن يتوافق المعدل مع الفترة.

مثال:

رأس مال قدره 100000 دج أودع في بنك بمعدل فائدة سنوي 6% بفائدة مركبة

- ما المبلغ المحصل عليه بعد ثلاث سنوات

الحل:

الفترات	المبلغ في بداية الفترة	الفائدة	المبلغ في نهاية الفترة
1	100000	$I_1 = 100000 \times 0.06 = 6000$	$c_{n1} = 106000$
2	106000	$I_1 = 106000 \times 0.06 = 6360$	$c_{n1} = 112360$
3	112360	$I_1 = 112360 \times 0.06 = 6741.60$	$c_{n1} = 119101.60$

لحساب الجملة يمكن الاعتماد على قانون الجملة فنجد:

$$c_n = c(1+i)^n$$

$$c_n = 100000(1+0.06)^3 \quad \Rightarrow \quad c_n = 119101.60$$

2. طريقة حساب الفائدة المركبة:

الفائدة الإجمالية I هي مجموع الفوائد الناتجة عن عملية التوظيف أي:

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 + \mathrm{I}_3 + \cdots + \mathrm{I}_\mathrm{n}$$

$$I = c \times i + c_1 \times i + c_2 \times i + \cdots + c_{n-1} \times i$$

$$I = c \times i + c(1+i)i + c(1+i)^2 i + \cdots + c(1+i)^{n-1} i$$

إن هذا المجموع عبارة عن مجموع متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $c \times i$ وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n والذي يعطى بالشكل:

$$I = c \times i \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = c[(1+i)^n - 1]$$

ومنه يمكن حساب الفائدة الإجمالية اعتمادا على العلاقة التالية:

$$\boxed{\mathrm{I} = c[(1+i)^n - 1]}$$

أما فائدة أي سنة فيمكن حسابها كما هو موضح في الجدول الخاص بالقانون الأساسي للجملة أعلاه اعتمادا على العلاقة التالية:

$$\boxed{I_n = c(1+i)^{n-1} i}$$

مثال:

في المثال السابق أوجد الفائدة الإجمالية المحصل عليها بعد ثلاث سنوات ثم احسب الفائدة الخاصة بالسنة الثانية.

الحل:

حساب الفائدة الإجمالية:

- من الجدول أعلاه نجد:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$
$$I = 6000 + 6360 + 6741.60 = 19101.6$$

- كما يمكن حسابها كالتالي:

$$I = C_n - C = 119101.60 - 100000 = 19101.6$$

- يمكن حساب الفائدة الإجمالية باستخدام العلاقة التالية:

$$\mathrm{I} = c[(1+i)^n - 1]$$
$$\mathrm{I} = 100000[(1+0.06)^3 - 1]$$
$$\mathrm{I} = 19101.6$$

حساب الفائدة الخاصة بالسنة الثانية:

$$I_n = c(1+i)^{n-1} i$$
$$I_2 = 100000(1+0.06)^{2-1} 0.06$$
$$I_2 = 6360$$

ملاحظات:

- الفائدة البسيطة مقدارها ثابت بينما مقدار الفائدة المركبة متزايد ويتراكم من فترة إلى أخرى.

- جملة المبلغ بفائدة بسيطة أقل من جملة المبلغ بفائدة مركبة إذا كانت المدة الزمنية أكبر من سنة أما إذا كانت المدة الزمنية أقل من سنة، فإن جملة المبلغ بفائدة بسيطة أكبر من جملته بفائدة مركبة، ويحدث التساوي بين كلا الفائدتين إذا كانت المدة الزمنية مساوية للسنة.

3. حساب عناصر الجملة:

يتكون القانون الأساسي لجملة مبلغ ما بفائدة مركبة من أربع متغيرات هي c ، n ، c_n ، i فإذا عرفت قيمة ثلاث متغيرات منها يمكن حساب القيمة المجهولة.

- **حساب المبلغ الموظف:**

$$c_n = c(1+i)^n$$

$$\boxed{c = \frac{c_n}{(1+i)^n}}$$

مثال:

أودع شخص مبلغا في أحد البنوك ليستثمر بمعدل فائدة مركبة سنوي 7% فكانت جملته بعد 10 سنوات من الإيداع مبلغ 19600000 دج، ما هي قيمة المبلغ المودع في البنك؟

الحل:

لدينا:

$$c = \frac{c_n}{(1+i)^n}$$

$$c = \frac{19600000}{(1+0.07)^{10}}$$

$$c = 9963646$$

- **حساب معدل التوظيف:**

لدينا:

$$c_n = c(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = \frac{c_n}{c}$$

ويمكن إيجاد قيمة i بإستخدام:

- **الجذر:**

حيث:

$$\frac{c_n}{c} = (1+i)^n \Rightarrow (1+i) = \sqrt[n]{\frac{c_n}{c}} \Rightarrow$$

$$\boxed{i = \sqrt[n]{\frac{c_n}{c}} - 1}$$

- اللوغاريتم:

حيث:

$$\frac{c_n}{c} = (1+i)^n \Rightarrow \ln\frac{c_n}{c} = n\ln(1+i) \Rightarrow \ln(1+i) = \frac{\ln c_n - \ln c}{n}$$

$$(1+i) = e^{\frac{\ln c_n - \ln c}{n}} \Rightarrow \qquad \boxed{i = e^{\frac{\ln c_n - \ln c}{n}} - 1}$$

-الجدول المالي رقم (01):

يمكن استخدام هذا الجدول المالي لتحديد قيمة i اعتمادا على قيمة $(1+i)$ و المدة n، أما إذا وجدنا قيمة المعدل محصورا بين معدلين فإننا نستخدم طريقة التناسب أو الحصر كما يلي:

	i_0	i	i_2
1	.	.	.
2	.	.	.
3	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	$(1+i_0)^n$	$(1+i)^n$	$(1+i_2)^n$

حيث:

$$i_0 < i < i_2$$

لدينا:

$$i = i_0 + (i_2 - i_0) \times \frac{(1+i)^n - (1+i_0)^n}{(1+i_2)^n - (1+i_0)^n}$$

ومنه:

$$\boxed{i = i_0 + (i_2 - i_0) \times \frac{\Delta_1}{\Delta_2}} \quad / \quad \Delta_1 = (1+i)^n - (1+i_0)^n \quad / \Delta_2 = (1+i_2)^n - (1+i_0)^n$$

مثال:

وظفت شخص مبلغ 20000 دج لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة i فبلغ رصيده 25600 دج

- أحسب معدل التوظيف.

الحل:

لدينا:

$$(1+i)^n = \frac{c_n}{c} \Leftrightarrow (1+i)^3 = \frac{25600}{20000} \Rightarrow (1+i)^3 = 1.28$$

لايجاد قيمة i يمكن استخدام أحد الطرق التالية:

- إستخدام اللوغاريتم:

لدينا:

$$(1+i)^3 = 1.28 \Leftrightarrow 3\ln(1+i) = \ln 1.28 \Leftrightarrow \ln(1+i) = \frac{\ln 1.28}{3}$$

$$\Leftrightarrow \ln(1+i) = 0.08228669 \Rightarrow 1+i = e^{0.08228669}$$

$$i = 1.08576 - 1 = 8.58\%$$

- استخدام الجذر النوني:

$$(1+i)^3 = 1.28 \Rightarrow (1+i) = \sqrt[3]{1.28} \Rightarrow i = \sqrt[3]{1.28} - 1$$

$$i = 8.58\%$$

- استخدام الجدول المالي:

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

	$i_0 = 0.085$	i	$i_2 = 0.0875$
1	. .	.	
2	. .	.	
3	$(1+i_0)^n = 1.27728912$	$(1+i)^n$ =1.28	$(1+i_2)^n$=1.28613867

ولدينا:

$$i = i_0 + (i_2 - i_0) \times \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \;\; / \;\; \Delta_1 = (1+i)^n - (1+i_0)^n \;\; /\Delta_2 = (1+i_2)^n - (1+i_0)^n$$

حيث:

$$i_2 - i_0 = 0.0875 - 0.085 = 0.0025$$

$$\Delta_1 = (1+i)^n - (1+i_0)^n = 1.28 - 1.27728912 = 0.0027108$$

$$\Delta_2 = (1+i_2)^n - (1+i_0)^n = 1.28613867 - 1.27728912 = 0.00613867$$

$$i = 0.0025 \times \frac{0.0027108}{0.00613867} = 0.0858$$

ج.حساب مدة التوظيف:

لدينا:

$$c_n = c(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = \frac{c_n}{c}$$

وعليه يمكن حساب n باستخدام:

- اللوغاريتم كما يلي:

$$(1+i)^n = \frac{c_n}{c} \Leftrightarrow \ln(1+i)^n = \ln\frac{c_n}{c}$$

$$\Leftrightarrow n\ln(1+i) = \ln c_n - \ln c \Rightarrow n = \frac{\ln c_n - \ln c}{\ln(1+i)}$$

- الجدول المالي رقم 01:

يمكن استخدام هذا الجدول المالي لتحديد قيمة n اعتمادا على قيمة $(1+i)$ و المعدل i ، أما إذا وجدنا القيمة n محصورة بين قيمتين فإننا نستخدم طريقة التناسب أو الحصر كما يلي:

$/\Delta_2 = (1+i)^{n_2} - (1+i)^{n_0}$ $\quad$ $/\ \Delta_1 = (1+i)^{n_1} - (1+i)^{n_0}$

$$\boxed{n_1 = n_0 + (n_2 - n_0) \times \frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$$

مثال:

تم توظيف مبلغ 60000 دج بمعدل فائدة سنوي 10 % وعند نهاية فترة التوظيف تحصلنا على رصيد قدره 81000 دج.

- أحسب مدة التوظيف.

الحل:

لدينا:

$$\frac{c_n}{c} = (1+i)^n \Rightarrow (1.1)^n = \frac{81000}{60000} \Rightarrow (1.1)^n = 1.35$$

لإيجاد قيمة يمكن الاعتماد على:

- اللوغاريتم:

$$(1.1)^n = 1.35 \Leftrightarrow \ln(1.1)^n = \ln 1.35$$

$$\Leftrightarrow n\ln(1.1) = \ln 1.35 \Rightarrow n = \frac{\ln 1.35}{\ln(1.1)} = 3.15$$

أي مدة التوظيف هي 3 سنوات وشهرين.

- الجدول المالي رقم 01:

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

	0.1
1	. . .
2	. . .
3	$(1+0.1)^3 = 1.331$
n_1	$(1+0.1)^{n_1} = 1.35$
4	$(1+0.1)^4 = 1.4641$

لدينا:

$$n_1 = n_0 + (n_2 - n_0) \times \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \ / \ \Delta_1 = (1+i)^{n_1} - (1+i)^{n_0} \ / \Delta_2 = (1+i)^{n_2} - (1+i)^{n_0}$$

من الجدول نجد:

$$\Delta_1 = 1.35 - 1.331 = 0.019$$
$$\Delta_2 = 1.4641 - 1.331 = 0.1331$$
$$n_1 = 3 + (4-3) \times \frac{0.019}{0.1331} = 3.15$$

ومنه فإن فترة التوظيف هي 3سنوات وشهرين

ملاحظة:

إذا أردنا حساب رصيد مبلغ موظف لفترة مقدرة بعدد من السنوات وجزء من السنة فهناك ثلاثة حلول تتمثل في الحل الرياضي، الحل البنكي والحل باستخدام طريقة التناسب وفق الآتي:

- **الحل العقلاني (الرياضي):**

تعتمد هذه الطريقة على استعمال القواعد الرياضية كالتالي:

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c(1+i)^{n+\frac{m}{12}} = c(1+i)^n (1+i)^{\frac{m}{12}}$$

يمكن ايستعمال الجدول المالي رقم 01 لحساب $(1+i)^n$ و الجدول المالي رقم 06 لحساب القيمة $(1+i)^{\frac{m}{12}}$

مثال:

أحسب باستخدام الطريقة العقلانية القيمة المكتسبة لمبلغ قدره 24000 دج استثمر لمدة 6 سنوات و 4 أشهر بمعدل فائدة 9.5%

الحل:

لدينا:

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{12}}$$

$$c_{6+\frac{4}{12}} = 24000(1+0.095)^6(1+0.095)^{\frac{4}{12}}$$

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

$$(1+0.095)^6 = 1.723791$$

من الجدول المالي رقم 06 نجد:

$$(1+0.095)^{\frac{4}{12}} = 1.027600$$

ومنه:

$$c_{6+\frac{4}{12}} = 24000 \times 1.7237791 \times 1.027600 = 41371.487$$

- **الحل باستخدام طريقة التناسب:**

لدينا:

$$n_0 < n_1 < n_2$$

حيث:

$$n_1 = n_0 + \frac{m}{12}$$

$$(1+i)^{n_1} = (1+i)^{n_0} + [(1+i)^{n_2} - (1+i)^{n_0}].\frac{n_1 - n_0}{n_2 - n_0}$$

$$= (1+i)^{n_0} + \Delta.\frac{n_1 - n_0}{n_2 - n_0}$$

وعلما أن:

$$n_2 - n_0 = 1$$

$$n_1 - n_0 = n_0 + \frac{m}{12} - n_0 = \frac{m}{12}$$

ومنه فإن:

$$(1+i)^{n_1} = (1+i)^{n_0} + \Delta.\frac{m}{12}$$

وبذلك يكون:

$$c_n = c(1+i)^{n_1} = c(1+i)^{n_0+\frac{m}{12}} = c\left[(1+i)^{n_0} + \Delta.\frac{m}{12}\right]$$

مثال:

تم توظيف مبلغ 50000 دج لمدة 5 سنوات و5 أشهر بمعدل فائدة سنوي 8%.

- أحسب الرصيد باستخدام طريقة التناسب.

الحل:

$$t = 8\% \ ; \ c = 50000 \ ; \ n = 5 + \frac{5}{12}$$

$$c_n = 50000(1.08)^{5+\frac{5}{12}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$5 < 5 + \frac{5}{12} < 6 \Rightarrow (1.08)^5 < (1.08)^{5+\frac{5}{12}} < (1.08)^6$$

$$c_n = c\left[(1+i)^{n_0} + \left((1+i)^{n_2} - (1+i)^{n_0}\right)\frac{m}{12}\right]$$

$$= 50000\left[(1.08)^5 + \left((1.08)^6 - (1.08)^5\right)\frac{5}{12}\right]$$

$$\Rightarrow c_n = 75915.28$$

- **الحل البنكي:**

وهي الطريقة المستعملة في البنوك عمليا حيث تحسب الفائدة المركبة للسنوات أما فيما يتعلق بالأيام أو الأشهر نستخدم الفائدة البسيطة كما يلي:

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c(1+i)^n + c(1+i)^n \times i \times \frac{m}{12}$$

$$c_{n+\frac{j}{360}} = c(1+i)^n + c(1+i)^n \times i \times \frac{j}{360}$$

مثال:

باستعمال الطريقة البنكية أحسب القيمة المكتسبة لأصل قيمته 40000 دج فائدة 6% لمدة 5 سنوات و7 أشهر

الحل:

لدينا:

$$c_{n+\frac{m}{12}} = c(1+i)^n + c(1+i)^n \times i \times \frac{m}{12}$$

$$c_{5+\frac{7}{12}} = 40000(1.06)^5 + 50000(1.06)^5 \times 0.06 \times \frac{7}{12}$$

$$C_n = 55013.023$$

4. تعريف القيمة الحالية والخصم المركب:

عرفنا سابقا أن حساب جملة مبلغ ما يعني تقييمه بعد مرور مدة معينة عن توظيفه فإذا عكسنا المسألة وأردنا معرفة المبلغ الواجب استثماره الآن، لتصبح جملته بعد مدة زمنية مبلغا محددا سلفا فإن هذا المبلغ يسمى بالقيمة الحالية، ويقصد بها القيمة الأصلية لرأس مال عرفت قيمته في نهاية مدة توظيفه يرمز لها بالرمز (a) وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{a = v(1+i)^{-n}}$$

حيث:

v: القيمة الاسمية للأصل

n: مدة الخصم بالسنوات

i: معدل الخصم

علما أن قانون القيمة الحالية أعلاه يستنتج من قانون الجملة كما يلي:

$$v = a(1+i)^n \Rightarrow a = v(1+i)^{-n}$$

حيث يمكن حساب المقدار $(1+i)^{-}$ باستخدام الآلة الحاسبة أو باستخدام الجدول المالي رقم (02)

أما الخصم المركب فيتمثل في المبلغ المقتطع نتيجة خصم الورقة المالية وهو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية للورقة المالية المخصومة ويرمز له بالرمز (e).

الخصم = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

أي:

$$e = v - a \Rightarrow e = v - v(1+i)^{-n}$$

ومنه:

$$\boxed{e = v[1-(1+i)^{-n}]}$$

مثال:

ما هو مبلغ الخصم لورقة مالية قيمتها الاسمية 95000 دج تستحق بعد 6 سنوات تم خصمها بمعدل فائدة سنوي 5% وما هي القيمة الحالية لهذه الورقة.

الحل:

- حساب الخصم:

$$e = v[1-(1+i)^{-n}] = 95000[1-(1.05)^{-6}] = 24109.575$$

- حساب القيمة الحالية:

$$a = v(1+i)^{-n} = 95000(1.05)^{-6} = 70890.425$$

أو:

$$a = v - e = 95000 - 24109.575 = 70890.425$$

ملاحظة:

الأوراق المالية مثل الأسهم والسندات تثبت حق صاحبها في ملكية جزء من صافي أصول الشركة وما نتج عنها من الربح، أما الأوراق التجارية فهي صكوك تقوم مقام النقود في الوفاء بالديون وهذا بسبب سهولة تداولها بطريقة التظهير.

5. استخدام قانون القيمة الحالية:

اعتمادا على العلاقة الخاصة بحساب القيمة الحالية للورقة المالية يمكن حساب أحد المتغيرات التي تدخل في تشكيل هذه العلاقة إذا كانت قيم باقي المتغيرات معلومة.

- **حساب القيمة الإسمية:**

لدينا:

$$a = v(1+i)^{-n}$$
$$\Rightarrow v = \frac{a}{(1+i)^{-n}}$$
$$\boxed{v = a(1+i)^{n}}$$

مثال:

أوجد القيمة الاسمية لدين يسدد بعد 6 سنوات علما أن قيمته الحالية 10000 دج بمعدل خصم %10

الحل:

لدينا:

$$v = a(1+i)^{n}$$
$$v = 10000(1+0.1)^{6}$$
$$v = 17715.61$$

- **حساب المدة:**

يمكن حساب المدة باستخدام:

- اللوغاريتم:

$$a = v(1+i)^{-n}$$
$$\Rightarrow \frac{a}{v} = (1+i)^{-n} \Rightarrow \ln\frac{a}{v} = \ln(1+i)^{-n}$$
$$\Leftrightarrow \ln a - \ln v = -n\ln(1+i)$$
$$\Leftrightarrow \ln v - \ln a = n\ln(1+i)$$

$$\boxed{n = \frac{\ln v - \ln a}{\ln(1+i)}}$$

- الجدول المالي رقم 2:

إذا استعملنا الجدول المالي رقم 2 و وجدنا أن المدة محصورة بين مدتين فإننا نستخدم طريقة الحصر

$$n_0 < n_1 < n_2$$

حيث:

$$\boxed{n_1 = n_0 + \frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$$

$$\Delta_1 = (1+i)^{-n_1} - (1+i)^{-n_0}$$
$$\Delta_2 = (1+i)^{-n_2} - (1+i)^{-n_0}$$

مثال:

أحسب مدة توظيف مبلغ مالي قدره 85000 دج للحصول على مبلغ 214000 دج بمعدل فائدة مركبة 7.5%

الحل:

$$a = v(1+i)^{-n} \Rightarrow 85000 = 214000(1.075)^{-n}$$
$$\frac{85000}{214000} = (1.075)^{-n}$$
$$(1.075)^{-n} = 0.397196261$$

يمكن إيجاد قيمة n باستخدام:

- اللوغاريتم:

$$n = \frac{\ln 214000 - \ln 85000}{\ln(1.075)} \Rightarrow n = 12.7671$$

ومنه فالمدة هي 12 سنة و 9 أشهر

- الجدول المالي رقم 2 :

$$(1.075)^{-n} = 0.39$$

من الجدول المالي رقم 2 عند $i = 0.075$ نجد:

$$12 < n_1 < 13$$

حيث:

$$n_1 = n_0 + \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$$
$$\Delta_1 = 0.397196261 - 0.419854129 = -0.022657867$$
$$\Delta_2 = 0.390561981 - 0.419854129 = -0.029292148$$
$$n_1 = 12 + 0.773513342$$

ومنه فالمدة هي 12 سنة و 9 أشهر

- **حساب معدل التوظيف:**

اعتمادا على العلاقة الخاصة بحساب القيمة الحالية يمكن حساب معدل التوظيف كما يلي:

$$a = v(1+i)^{-n} \Rightarrow \frac{a}{v} = (1+i)^{-n}$$

يمكن ايجاد قيمة i باستخدام:

- الجذر النوني:

$$\frac{a}{v} = (1+i)^{-n} \Rightarrow (1+i) = \sqrt[-n]{\frac{a}{v}}$$
$$i = \left[\sqrt[-n]{\frac{a}{v}} - 1\right] \times 100$$
$$i = \left[\left(\frac{a}{v}\right)^{-\frac{1}{n}} - 1\right] \times 100$$

- اللوغاريتم:

$$\frac{a}{v} = (1+i)^{-n} \Rightarrow \ln\frac{a}{v} = \ln(1+i)^{-n}$$
$$\Leftrightarrow \ln a - \ln v = -n\ln(1+i)$$
$$\Rightarrow \ln(1+i) = \frac{\ln v - \ln a}{n}$$
$$(1+i) = e^{\frac{\ln v - \ln a}{n}}$$
$$i = \left[e^{\frac{\ln v - \ln a}{n}} - 1\right] \times 100$$

- الجدول المالي رقم 2:

لإيجاد قيمة i يمكن استخدام الجدول المالي رقم 2 فإذا وجدنا أن المعدل محصور بين معدلين نستخدم طريقة الحصر كما يلي:

$$i_0 < i_1 < i_2$$

حيث:

$$\boxed{i_1 = i_0 + 0.25\frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$$

$$\Delta_1 = (1+i_1)^{-n} - (1+i_0)^{-n}$$
$$\Delta_2 = (1+i_2)^{-n} - (1+i_0)^{-n}$$

مثال:

أحسب معدل خصم دين مبلغه 420000 دج يستحق بعد 7 سنوات، إذا كانت قيمته الحالية 246000 دج.

الحل:

$$\frac{246000}{420000} = (1+i)^{-7}$$

$$(1+i) = \sqrt[-7]{0.585714285} = 1.079413239 \Rightarrow i = (1.079 - 1) \times 100$$

$$\Rightarrow i\% = 7.9\%$$

كما يمكن حسابه أيضا باستخدام اللوغاريتم حيث:

$$i = \left[e^{\frac{\ln v - \ln a}{n}} - 1\right] \times 100$$

$$i = \left[e^{\frac{\ln 420000 - \ln 246000}{7}} - 1\right] \times 100$$

$$i = 7.9\%$$

يمكن أيضا استخدام الجدول المالي رقم 2 لإيجاد قيمة i

$$(1+i)^{-7} = 0.585714285$$

من الجدول رقم 2 عند $n = 7$ نجد:

$$7.75 < i_1 < 8$$

$$i_1 = i_0 + 0.25\frac{\Delta_1}{\Delta_2}$$

$$\Delta_1 = 0.585714285 - 0.602754901 = -0.017040616$$
$$\Delta_2 = 0.583490395 - 0.602754901 = -0.019264506$$

$$i_1 = 7.75 + 0.25\frac{-0.017040616}{-0.019264506} \qquad i_1 = 7.9\%$$

الفصل الثاني: تكافؤ المعدلات ورؤوس الأموال

1. المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

يذكر عادة أن معدل الفائدة سنوي والرسملة سنوية في المعاملات المالية، لكن في الواقع قد تكون الرسملة سداسية أو ثلاثية أو شهرية... وفي هذه الحالة يتم حساب الفائدة على أساس المعدل الجزئي المكافئ أو المتناسب مع المعدل السنوي وفي هذه الحالة يمكن أن نستخدم ما يسمى بالمعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة.

- **المعدلات المتناسبة:**

المعدل المتناسب هو المعدل الذي يشكل تناسبا مباشرا مع معدل آخر ولحساب المعدل المتناسب لفترة ما يتم تقسيم المعدل الموافق لتلك الفترة على عدد الفترات الموجودة فيها، فمثلا:

$$i_s = \frac{i_a}{2} \quad ; \quad i_t = \frac{i_a}{4} = \frac{i_s}{2} \quad ; \quad i_m = \frac{i_a}{12} = \frac{i_s}{6} = \frac{i_t}{3}$$

i_a: المعدل السنوي

i_s: المعدل السداسي

i_t: المعدل الثلاثي

i_m: المعدل الشهري.

مثال:

أحسب المعدلات السداسية والثلاثية والشهرية المتناسبة للمعدلات السنوية الآتية: 10%، 8%، 7% و3%.

الحل:

المعدلات المتناسبة:

المعدل السنوي	المعدل السداسي	المعدل الثلاثي	المعدل الشهري
%10	%5	%2.5	%0.833
%8	%4	%2	%0.666
%7	%3.5	%1.75	%0.583
%3	%1.5	%0.75	%0.25

- **المعدلات المتكافئة:**

هي المعدلات التي تعطي نفس الجملة بالفائدة المركبة خلال نفس الفترة الزمنية للتوظيف فمثلا:

$$c_n = c(1+i_a) = c(1+i_s)^2 \Rightarrow (1+i_a) = (1+i_s)^2$$
$$\Rightarrow i_s = \left[(1+i_a)^{\frac{1}{2}} - 1\right] \times 100$$
$$(1+i_a) = (1+i_t)^4 \Rightarrow i_t = \left[(1+i_a)^{\frac{1}{4}} - 1\right] \times 100$$
$$(1+i_a) = (1+i_m)^{12} \Rightarrow i_m = \left[(1+i_a)^{\frac{1}{12}} - 1\right] \times 100$$

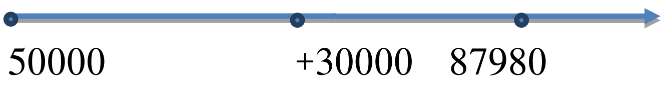
مثال:

وظف أحد الأشخاص في بنك مبلغ 50000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي، وبعد سنة من التوظيف أضاف مبلغ 30000 دج، ثم سنة من بعد هذا التوظيف وجد رصيده بالبنك 87980 دج.

- احسب المعدل السنوي للتوظيف؛
- احسب المعدل المكافئ الشهري للمعدل السنوي.

الحل:

- حساب المعدل السنوي للتوظيف:



أي:

$$[50000(1+i) + 30000](1+i) = 87980$$
$$\Leftrightarrow 50000(1+i)^2 + 30000(1+i) - 87980 = 0$$
$$\Leftrightarrow 50000x^2 + 30000\,x - 87980 = 0$$
$$\Delta = 30000^2 - 4(50000)(-87980) = 1.8496 \times 10^{10}$$
$$\sqrt{\Delta} = 136000 \quad \Rightarrow x_1 = 1.06 \quad ; \quad x_2 = -1.66 \text{ مرفوض}$$

أي:

$$1 + i = 1.06 \Rightarrow \ i = 0.06 = 6\%$$

- حساب المعدل الشهري المكافئ:

$$i_m = \left[(1+i_a)^{\frac{1}{12}} - 1\right] \times 100$$
$$= \left[(1+0.06)^{\frac{1}{12}} - 1\right] \times 100 = 0.486\%$$

2. تكافؤ الديون أو رؤوس الأموال

إن التكافؤ يعني استبدال دين بدين آخر أو تعويض مجموعة من الديون بديون أخرى تستحق خلال فترات زمنية معينة ويتم التكافؤ على أساس تساوي القيم الحالية بنفس معدل الخصم.

- **تكافؤ رأس مالين:**

نقول عن رأسمالين أنهما متكافئان في تاريخ معين يسمى تاريخ التكافؤ إذا تساوت قيمهما الحالية بمعدل فائدة واحد أي:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow v_1(1+i)^{-n_1} = v_2(1+i)^{-n_2}$$

حيث:

$\boldsymbol{v_1}$: القيمة الاسمية لرأس المال القديم؛

$\boldsymbol{v_2}$: القيمة الاسمية لرأس المال الجديد؛

$\boldsymbol{n_1}$: المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الدين أو رأس المال القديم؛

$\boldsymbol{n_2}$: المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الدين أو رأس المال الجديد؛

ملاحظة:

إن التكافؤ هنا في الأجل الطويل و يكون للأوراق المالية أو الديون طويلة ومتوسطة الأجل.

مثال01:

على أحد الأشخاص دين مبلغه 95800 دج يسدد بعد سنتين اتفق مع صاحب الدين أن يسدده بعد 3 سنوات بمعدل خصم مركب 6%.

- احسب مبلغ الدين الجديد.

الحل:

لدينا:

$$v_1 = 95800 \ ; \ v_2 = ? \ ; n_1 = 2 \ ; \ n_2 = 3 \ ; \ i\% = 6\%$$

ومنه:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow 95800(1.06)^{-2} = v_2(1.06)^{-3}$$

$$\Leftrightarrow v_2 = 101548$$

مثال02:

اتفق مدين مع دائن على تعويض الدين الذي تبلغ قيمته 175000 دج والذي يستحق بعد 6 سنوات بدين آخر قيمته 215000 دج يستحق بعد 8 سنوات

- ما هو معدل الخصم المركب الذي يسمح بتكافؤ هذين الدينين؟

الحل:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow 175000(1+i)^{-6} = 215000(1+i)^{-8}$$
$$(1+i)^2 = \frac{215000}{175000} = 1.228571$$
$$i = \sqrt{1.228571} - 1$$
$$i\% = 10.84\%$$

- **تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال:**

تكون مجموعة رؤوس أموال مكافئة لمجموعة من رؤوس أموال أخرى إذا كان مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى يساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية بنفس المعدل أي:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \dot{a}_1 + \dot{a}_2 + \dot{a}_3 + \cdots + \dot{a}_n$$

مثال:

ثلاثة رؤوس أموال قيمها على التوالي 65000 دج، 110000 دج، 160000 دج تستحق بعد 4، 6، 8 سنوات على الترتيب بمعدل فائدة مركبة 8% عوضت برأسمالين قيمتهما 85000 دج و275000 دج يستحقان بعد 5 سنوات و n سنة على الترتيب

- أوجد قيمة n

الحل:

$$a_1 + a_2 + a_3 = \dot{a}_1 + \dot{a}_2$$
$$65000(1+0.08)^{-4} + 110000(1+0.08)^{-6} + 160000(1+0.08)^{-8}$$
$$= 85000(1+0.08)^{-5} + 275000(1+0.08)^{-n}$$
$$275000(1+0.08)^{-n} = 145688.8$$
$$n = 8.2548$$

أي أن تاريخ استحقاق الدين الجديد الثاني يكون بعد 8 سنوات و 3 أشهر.

3. تاريخ الإستحقاق المتوسط لمجموعة من الديون:

يقصد به تاريخ استحقاق رأس المال أو الدين الجديد الذي يعوض مجموعة رؤوس أموال أو مجموعة ديون بتواريخ استحقاق مختلفة بحيث يتوسط هذا التاريخ تواريخ استحقاق الديون السابقة علما أن القيمة الإسمية للدين الجديد هو مجموع القيم الإسمية للديون المعوضة.

نرمز لتاريخ الإستحقاق المتوسط بالرمز n ويحسب كالتالي:

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots \ldots \ldots \ldots + a_n$$
$$v(1+i)^{-n} = v_1(1+i)^{-n_1} + v_2(1+i)^{-n_2} + \cdots \ldots \ldots v_n(1+i)^{-n_n}$$

بالقسمة على v نجد:

$$(1+i)^{-n} = \frac{v_1(1+i)^{-n_1} + v_2(1+i)^{-n_2} + \cdots \ldots \ldots v_n(1+i)^{-n_n}}{v}$$

$$\boxed{(1+i)^{-n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} v_i(1+i)^{-n_i}}{\sum_{i=1}^{i=n} v_i}}$$

علما أن: $v = \sum_{i=1}^{i=n} v_i$

باستعمال اللوغاريتم يمكن إيجاد قيمة n

مثال:

مؤسسة مدينة بالمبالغ التالية:

- الدين الأول قيمته 5000000 دج يستحق بعد 4 سنوات؛
- الدين الثاني قيمته 7000000 دج يستحق بعد 6 سنوات.

إذا أرادت المؤسسة سداد ديونها بدين واحد قيمته الاسمية تساوي مجموع القيم الاسمية للدينين أحسب تاريخ استحقاق الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة 8% سنويا.

الحل:

$$i = 8\% \;\; ; \; n_1 = 4 \; ; \;\; v_1 = 5000000 \; ; n_2 = 6 \;\; ; \; v_2 = 7000000$$

بما أن:

$$v = v_1 + v_2$$

فإن:

$$(1+i)^{-n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=2} v_i(1+i)^{-n_i}}{\sum_{i=1}^{i=2} v_i}$$

$$(1+0.08)^{-n} = \frac{5000000(1.08)^{-4} + 7000000(1.08)^{-6}}{5000000 + 7000000}$$

$$(1+0.08)^{-n} = 0.673862$$

$$-n = \frac{ln0.673862}{ln1.08}$$

$$n = 5.13$$

أي أن تاريخ الإستحقاق المتوسط يكون بعد 5 سنوات وشهر واحد و 18 يوم من تاريخ التكافؤ.

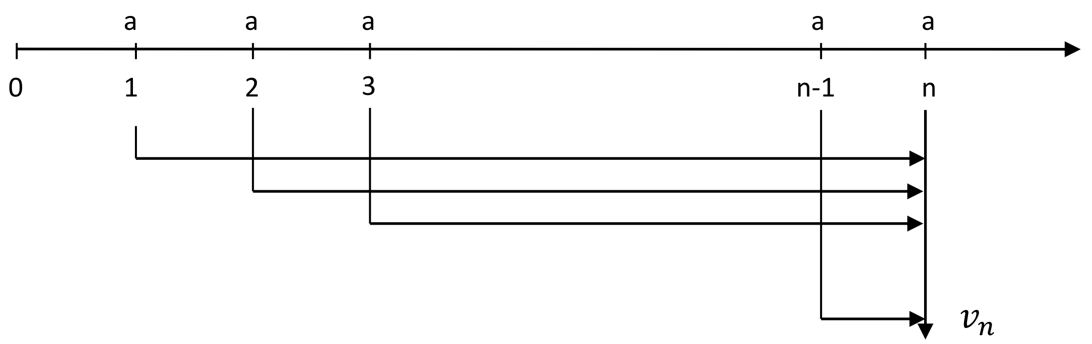
الفصل الثالث: دفعات نهاية المدة

الدفعات هي مبالغ مالية متساوية يتكرر دفعها على فترات منتظمة أي أن الفاصل الزمني بين كل مبلغ والمبلغ الذي يليه ثابت ويسمى هذا الفاصل الزمني بالمدة والتي يمكن أن تكون سنوية أو سداسية أو ثلاثية أو شهرية أو حسب معيار الاتفاق، كما يجب أن يكون معدل الفائدة ثابت بالنسبة لكل الأقساط وتصنف الدفعات حسب تاريخ دفعها إلى:

- دفعات نهاية المدة: وهي الدفعات التي تدفع في نهاية الفترات الزمنية وتسمى بدفعات السداد؛
- دفعات بداية المدة: وهي الدفعات التي تدفع في بداية الفترات الزمنية وتسمى بدفعات التوظيف أو الاستثمار.

1. القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة:

دفعات نهاية المدة عادة ما تكون موجهة لتغطية التزام سابق أو الوفاء بدين وجملة دفعات نهاية الفترة هي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية عدد من الفترات n بعد أن قدم n دفعة متساوية وهي مجموع جملة كل دفعة من الدفعات كما هو موضح في الشكل أدناه:



ملاحظة:

- عند الزمن 0 لا تكون هناك أي دفعة
- آخر دفعة تكون في الزمن n و بالتالي فالدفعة الأخيرة لا تنتج فوائد

لحساب جملة الدفعات يكفي جمع هذه الدفعات في نهاية المدة أي عند آخر دفعة n كما هو موضح في الجدول أدناه:

الدفعات	المدة	الجملة
1	n−1	$a(1+i)^{n-1}$
2	n−2	$a(1+i)^{n-2}$
3	n−3	$a(1+i)^{n-3}$
....	...	...
n−1	1	$a(1+i)$
n	0	a

إذن فجملة الدفعات كاملة والتي نرمز لها بالرمز v_n هي:

$$v_n = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-3} + \cdots + a(1+i) + a$$

$$v_n = a + a(1+i) + \cdots + a(1+i)^{n-3} + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

هذا المجموع يشكل مجموع حدود متتالية هندسية حدها الأول a وأساسها $(1+)$ وعدد حدودها n حد

وعليه:

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

إذن يمكن حساب القيمة المكتسبة v_n لـ n دفعة من خلال العلاقة التالية:

$$\boxed{v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

ملاحظة:

المقدار $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ يحسب بالآلة الحاسبة أو يستخرج من الجدول المالي رقم 03.

مثال:

شخص يدفع لمدة 10 سنوات مبلغ 28000 دج في نهاية كل سنة لتسديد قيمة عقار معين

- أحسب قيمة هذا العقار في نهاية 8 سنوات إذا كان معدل الفائدة المستعمل 6.6%

الحل:

$a = 28000 \qquad n = 10 \qquad i = 0.066$

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$v_n = 28000\frac{(1+0.066)^{10} - 1}{0.066}$$

$$v_n = 379635.25$$

2. تحديد عناصر جملة دفعات نهاية المدة:

باستعمال العلاقة العامة لهذه الدفعات نستطيع الوصول إلى حساب مختلف عناصرها.

- **حساب مبلغ الدفعة:**

من القانون الأساسي لجملة دفعات السداد يمكن استخراج قانون حساب مبلغ الدفعة كما يلي:

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow \boxed{a = v_n\frac{i}{(1+i)^n - 1}}$$

ملاحظة:

- يمكن حساب المقدار $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ من خلال حساب مقلوب القيمة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ المستخرجة من الجدول رقم 03.
- يمكن حساب مبلغ الدفعة باستخدام العلاقة التالية:

$$\boxed{a = v_n\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]}$$

بحيث يستخرج المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ من الجدول المالي رقم 5

مثال:

من أجل تسديد دين في 7 سنوات بمبلغ 21955.24 دج أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك والمودعة في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 9.5%

الحل:

$v_n = 21955.24 \qquad n = 7 \qquad i = 0.095$

$$a = v_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = 21955.24 \frac{0.095}{(1+0.095)^7 - 1}$$

يحسب المقدار $\frac{0.095}{(1+0.095)^7-1}$ بالآلة الحاسبة أو نحسب مقلوب القيمة $\frac{(1+0.095)^7-1}{0.095}$ والمستخرجة من الجدول رقم 03

ومنه: $a = 2350$

كما يمكن حساب قيمة الدفعة بالعلاقة التالية:

$$a = v_n \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]$$

$$a = 21955.24 \left[\frac{0.095}{1-(1+0.095)^{-7}} - 0.095\right]$$

$$a = 2350$$

يحسب المقدار $\frac{0.095}{1-(1+0.095)^{-7}} - 0.095$ بالآلة الحاسبة أو يستخرج من الجدول المالي رقم 05

- **تحديد معدل الفائدة:**

انطلاقا من العلاقة الخاصة بجملة الدفعات نحسب المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ حيث:

$$\boxed{\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{v_n}{a}}$$

بعد حساب القيمة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ نستخرج قيمة i المقابل لها بمعلومية n من الجدول المالي رقم 03.

مثال:

ما هو المعدل الذي يسمح بتكوين رأس مال قدره 326431.54 دج بواسطة 9 دفعات نهاية المدة قيمة كل منها 29000 دج.

الحل:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{v_n}{a}$$

$$\frac{(1+i)^9-1}{i}=\frac{326431.54}{29000}=11.25626$$

بالاستعانة بالجدول رقم 03 نجد: $i=5.5\%$

- **حساب عدد الدفعات:**

من القانون الأساسي لجملة دفعات السداد يمكن حساب عدد الدفعات كما يلي:

$$\boxed{\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{v_n}{a}}$$

من الجدول المالي رقم 03 اعتمادا على المقدار $\frac{v_n}{a}$ والمعدل i نجد عدد الدفعات n، أو باستخدام اللوغاريتم كما يلي:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{v_n}{a}\Rightarrow\ (1+i)^n=\frac{v_n}{a}\times i+1$$

بإدخال اللوغاريتم نجد:

$$\boxed{n=\frac{ln\frac{v_n\times i+a}{a}}{ln(1+i)}}$$

يمكن أيضا استعمال الجدول المالي رقم 01 لتحديد قيمة n اعتمادا على المعدل i والقيمة $(1+i)^n$ حيث:

$$(1+i)^n=\frac{v_n\times i+a}{a}$$

مثال:

ما هو عدد الدفعات الثابتة اللازمة لتسديد دين جملته 356308.81 دج بمعدل فائدة مركبة 6% علما أن قيمة الدفعة 36000 دج.

الحل:

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{v_n}{a} \Rightarrow \qquad \frac{(1+0.06)^n - 1}{0.06} = \frac{356308.81}{36000} = 9.8974667$$

من الجدول المالي رقم 3 اعتمادا على القيمة 9.8974667 والمعدل $i = 0.06$ نجد: $n = 8$

كما يمكن الاعتماد على اللوغاريتم للحصول على قيمة n

ملاحظة 01:

عدد الدفعات يكون دوما عددا طبيعيا وإذا صادفتنا حالة وجود عدد دفعات غير طبيعي فإنه توجد ثلاثة حلول لهذه المشكلة وهي:

- نأخذ الحد الأدنى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية
- نأخذ الحد الأقصى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية
- تعديل في عدد الدفعات (نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى) مع الإبقاء على الدفعة النظرية و تعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة.

مثال:

من أجل تسديد دين قدره 350000 دج بدفعات ثابتة تدفع في نهاية كل سنة بمعدل فائدة مركبة 6% مبلغ كل منها 36000 دج

- ما هو عدد الدفعات التي تحقق ذلك؟

الحل:

$$n = \frac{ln\frac{v_n \times i + a}{a}}{ln(1+i)} \Rightarrow \quad n = \frac{ln\frac{350000 \times 0.06 + 36000}{36000}}{ln(1+0.06)} \Rightarrow \quad n = 7.8864$$

بما أن عدد الدفعات ليس طبيعي حيث $8 > n = 7.8864 > 7$ فإننا نقترح الحلول التالية:

- الحل الأول:

$n = 7 \qquad i = 0.06 \qquad v_n = 350000$

لنحسب قيمة الدفعة الجديدة $\dot{a}$

$$\dot{a} = v_n \frac{i}{(1+i)^n - 1} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 350000\frac{0.06}{(1+0.06)^7 - 1}$$

$\dot{a} = 41697.25$

- الحل الثاني:

$n = 8 \qquad i = 0.06 \qquad v_n = 350000$

لنحسب قيمة الدفعة الجديدة $\dot{a}$

$$\dot{a} = v_n \frac{i}{(1+i)^n - 1} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 350000\frac{0.06}{(1+0.06)^8 - 1}$$

$\dot{a} = 35362.25$

- الحل الثالث:

في هذا الحل يمكن استخدام طريقتين هما:

- الطريقة الأولى:

$n = 7 \qquad i = 0.06 \qquad v_n = 350000 \qquad a = 36000$

لنحسب قيمة الدفعة الأخيرة $\dot{a}$ (الدفعة السابعة):

لدينا الجملة الجديدة بالمعطيات الموضحة أعلاه هي:

$$\dot{v}_n = 36000\frac{(1+006)^7-1}{0.06} = 302178.1554$$

حساب المبلغ المكمل الذي يضاف للدفعة الأخيرة من خلال حساب الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة

$$v_n - \dot{v}_n = 350000 - 302178.1554 = 47821.84461$$

ومنه:

$$\dot{a} = a + 47821.84461 \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 36000 + 47821.84461$$

$$\dot{a} = 83821.84461$$

- الطريقة الثانية:

$$n = 8 \qquad i = 0.06 \qquad v_n = 350000 \qquad a = 36000$$

لنحسب قيمة الدفعة الأخيرة $\dot{a}$ (الدفعة السابعة):

لدينا الجملة الجديدة بالمعطيات الموضحة أعلاه هي:

$$\dot{v}_n = 36000\frac{(1+006)^8-1}{0.06} = 356308.8447$$

حساب المبلغ المكمل الذي يضاف للدفعة الأخيرة

$$v_n - \dot{v}_n = 350000 - 356308.8447 = -6308.844719$$

ومنه:

$$\dot{a} = a + (-6308.844719)$$

$$\dot{a} = 29691.15528$$

ملاحظة 02:

يمكن حساب القيمة المكتسبة لمجموعة من الدفعات لـ Δ فترة بعد آخر دفعة كما يلي:

$$v_n^{\Delta} = a\frac{(1+i)^n-1}{i} \times (1+i)^{\Delta}$$

مثال:

يقوم شخص بإيداع دفعات ثابتة كل نهاية سنة قيمة كل دفعة 20000 دج بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا وقد كانت أول دفعة بتاريخ 2005/12/31 وآخر دفعة بتاريخ 2016/12/31

- أحسب الجملة المكتسبة بتاريخ 2016/12/31
- أحسب الجملة المكتسبة بتاريخ 2020/12/31

الحل:

$n = 8 \qquad i = 0.1 \qquad a = 20000$

بما أن أول دفعة كانت تاريخ 2005/12/31 وآخر دفعة بتاريخ 2016/12/31 فإن: $n = 12$

- حساب الجملة المكتسبة بتاريخ 2016/12/31

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$v_n = 20000\frac{(1+0.1)^{12} - 1}{0.1} \quad \Rightarrow \quad v_n = 427685.67$$

- حساب الجملة المكتسبة بتاريخ 2020/12/31

تحسب الجملة بعد دفع آخر دفعة بأربع سنوات كما يلي:

$$v_n^{\Delta} = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)^{\Delta}$$

$$v_n^{\Delta} = 20000\frac{(1+0.1)^{12} - 1}{0.1} \times (1+0.1)^4$$

$$v_n^{\Delta} = 626174.59$$

ملاحظة 03:

إذا كانت المعدلات متغيرة فإننا نحسب جملة الدفعات التي بنفس المعدل ونعتبر الفترة المتبقية عملية توظيف بفائدة مركبة.

مثال:

سلسلة من دفعات نهاية المدة عددها 9 دفعات تم إيداعها كما يلي:

- أربع دفعات للسنوات الأربع الأولى بمبلغ 2500 دج للدفعة بمعدل فائدة سنوي 7%
- ثلاث دفعات للسنوات الثلاث التالية بمبلغ 2500 دج للدفعة بمعدل فائدة سنوي 8%
- دفعتين للسنوات الأخيرة بمبلغ 3500 دج للدفعة بمعدل فائدة سنوي 10%

أحسب القيمة المكتسبة لهذه السلسلة من الدفعات.

الحل:

لدينا:

$$v_n = \dot{v}_n + \ddot{v}_n + \dddot{v}_n$$

$$\dot{v}_n = 2500\,\frac{(1+0.07)^4-1}{0.07}\times(1+0.08)^3\times(1+0.1)^2$$

$$\dot{v}_n = 16918.97467$$

$$\ddot{v}_n = 2500\,\frac{(1+0.08)^3-1}{0.08}\times(1+0.1)^2$$

$$\ddot{v}_n = 9820.36$$

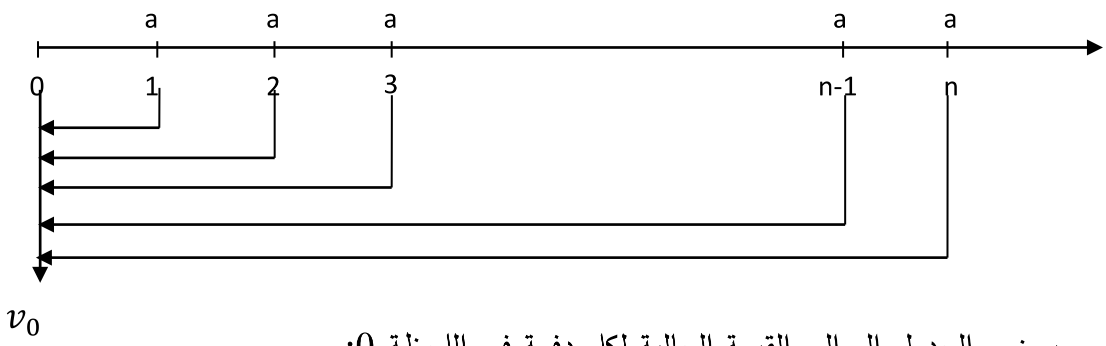
$$\dddot{v}_n = 3500\,\frac{(1+0.1)^2-1}{0.1}$$

$$\dddot{v}_n = 7350$$

$$v_n = 34089.33467$$

3. القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات السنوية المتساوية في نهاية المدة هي مجموع القيم الحالية لكل دفعة والمعبر عنها في اللحظة 0، أي قبل الدفعة الأولى كما هو موضح في الشكل الموالي:



يوضح الجدول الموالي القيمة الحالية لكل دفعة في اللحظة 0:

القيمة الحالية عند اللحظة 0	المدة	الدفعات
$a(1+i)^{-1}$	1	1
$a(1+i)^{-2}$	2	2
$a(1+i)^{-3}$	3	3
…	….	….
$a(1+i)^{-(n-1)}$	n−1	n−1
$a(1+i)^{-n}$	n	n

لحساب القيمة الحالية الإجمالية v_0 يكفي جمع القيم الحالية لهذه الدفعات عند اللحظة 0 وبالتالي:

$$v_0 = a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-3} + \cdots + a(1+i)^{-(n-1)} + a(1+i)^{-n}$$

$$v_0 = a(1+i)^{-n} + a(1+i)^{-(n-1)} + \cdots + a(1+i)^{-3} + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1}$$

هذا المجموع يشكل مجموع حدود متتالية هندسية حدها الأول $(1+i)^{-n}$ وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n حد، وعليه:

$$v_0 = a(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = a(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

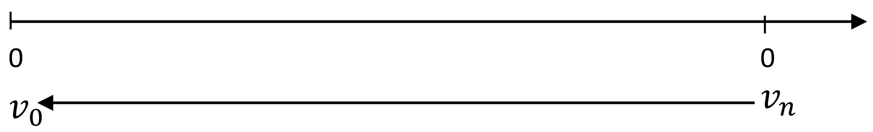
إذن يمكن حساب القيمة الحالية v_0 لـ n دفعة من خلال العلاقة التالية:

$$\boxed{v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

حيث يستخرج المقدار $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ من الجدول المالي رقم 04 أو يحسب بالآلة الحاسبة.

ملاحظة:

يمكن الوصول إلى العلاقة الخاصة بحساب القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة باستخدام الجملة كما يلي:



$$v_0 = v_n(1+i)^{-n} \quad \Rightarrow \quad v_0 = a\frac{(1+i)^n-1}{i}(1+i)^{-n}$$

$$\boxed{v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

مثال:

اشترى شخص آلة على أن يسدد مبلغها بواسطة 7 دفعات سنوية تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الشراء مبلغ الدفعة الثابتة 20000 دج بمعدل فائدة سنوي 5% .

- أحسب ثمن هذه الآلة
- ما هو المبلغ الذي يسدده هذا الشخص في نهاية الدفع؟

الحل:

$n = 7 \qquad i = 0.05 \qquad a = 20000$

- حساب ثمن الآلة (حساب القيمة الحالية)

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$v_0 = 20000\frac{1-(1+0.05)^{-7}}{0.05} \quad \Rightarrow \quad v_0 = 115727.45$$

- حساب المبلغ الذي يسدده هذا الشخص في نهاية الدفع (حساب القيمة المكتسبة):

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$v_n = 20000\frac{(1+0.05)^7 - 1}{0.05} \quad \Rightarrow \quad v_n = 162840.1691$$

4. حساب عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

باستخدام قانون القيمة الحالية يمكن حساب:

- **حساب مبلغ الدفعة:**

يحسب مبلغ الدفعة كما يلي:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{a = v_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

- **حساب المعدل:**

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{v_0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

حيث نستخرج قيمة i من الجدول المالي رقم 04 اعتمادا على المقدار $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ وعدد الدفعات n

مثال:

اشترى شخص آلة بمبلغ 17402.88 دج على أن يتم التسديد بأقساط متساوية عددها 5 علما أن قيمة القسط الثابت هو 3800 دج.

- ما هو معدل الفائدة المطبق

الحل:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \qquad \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{v_0}{a}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-5}}{i} = \frac{17402.88}{3800} = 4.579707$$

باستخدام الجدول 04 عند $n = 5$ و $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 4.579707$ نجد أن: $\quad i = 3\%$

- **حساب عدد الدفعات:**

يمكن استخراج طريقة حساب الدفعات من قانون القيمة الحالية لدفعات السداد على النحو التالي:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{v_0}{a}$$

- باستخدام الجدول المالي 04 اعتمادا على القيمة $\frac{v_0}{a}$ والمعدل i يمكن استخراج قيمة n
- يمكن أيضا استخدام اللوغاريتم لحساب قيمة n كما يلي:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{v_0}{a} \qquad \Rightarrow \quad (1+i)^{-n} = \frac{a - v_0 \times i}{a}$$

بإدخال اللوغاريتم على الطرفين نجد:

$$n = \frac{Lna - Ln(a - v_0 \times i)}{Ln(1+i)}$$

ملاحظة:

في حالة إيجاد عدد الدفعات قيمة عشرية نقترح الحلول التالية:

- نأخذ الحد الأدنى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية
- نأخذ الحد الأقصى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية

- تعديل في عدد الدفعات (نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى) مع الإبقاء على الدفعة النظرية و تعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين القيمة الحالية القديمة والقيمة الحالية الجديدة.

مثال:

اشترى شخص جهاز كمبيوتر بواسطة دفعات ثابتة ومتساوية قيمة كل دفعة 20000 دج تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الشراء بمعدل فائدة سنوي 10 % علما أن ثمن الشراء هو 80000 دج.

- أحسب عدد الدفعات اللازمة لتسديد ذلك الجهاز.

الحل:

حساب عدد الدفعات:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad \Rightarrow \quad (1+i)^{-n} = \frac{a - v_0 \times i}{a}$$

$$(1+0.1)^{-n} = \frac{20000 - 80000 \times 0.1}{20000}$$

$$(1+0.1)^{-n} = 0.6$$

$$-nLn1.1 = Ln0.6$$

$$n = \frac{-0.5108256}{-0.095310} \qquad \Rightarrow \qquad n = 5.36$$

بما أن عدد الدفعات ليس طبيعي حيث $5 < n = 5.36 < 6$ فإننا نقترح الحلول التالية:

- الحل الأول:

$$n = 5 \qquad i = 0.1 \qquad v_0 = 80000$$

لنحسب قيمة الدفعة الجديدة $\dot{a}$

$$\dot{a} = v_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 80000\frac{0.1}{1-(1+0.1)^{-5}}$$

$$\dot{a} = 21103.8$$

- الحل الثاني:

$n = 6 \qquad i = 0.1 \qquad v_0 = 80000$

لنحسب قيمة الدفعة الجديدة $\dot{a}$

$$\dot{a} = v_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 80000 \frac{0.1}{1-(1+0.1)^{-6}}$$

$\dot{a} = 18368.59$

- الحل الثالث:

في هذا الحل يمكن استخدام طريقتين هما:

- الطريقة الأولى:

$n = 5 \qquad i = 0.1 \qquad v_0 = 80000 \qquad a = 20000$

لنحسب قيمة الدفعة الأخيرة $\dot{a}$ (الدفعة الخامسة):

لدينا القيمة الحالية الجديدة بالمعطيات الموضحة أعلاه هي:

$$\dot{v}_0 = 20000 \frac{1-(1+0.1)^{-5}}{0.1} = 75815.73$$

حساب المبلغ المكمل الذي يضاف للدفعة الأخيرة من خلال حساب الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة

$v_0 - \dot{v}_0 = 80000 - 75815.73 = 6738.81$

$\dot{a} = a + 6738.81 \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 20000 + 6738.81$

$\dot{a} = 26738.81$

- الطريقة الثانية:

$n = 6 \qquad i = 0.1 \qquad v_0 = 80000 \qquad a = 20000$

لنحسب قيمة الدفعة الأخيرة $\dot{a}$ (الدفعة السادسة):

لدينا القيمة الحالية الجديدة بالمعطيات الموضحة أعلاه هي:

$$\dot{v}_0 = 20000 \frac{1-(1+0.1)^{-6}}{0.1} = 87105.21$$

حساب المبلغ المكمل الذي يضاف للدفعة الأخيرة من خلال حساب الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة

$$v_0 - \dot{v}_0 = 80000 - 87105.21 = -7105.21$$

ومنه:

$$\dot{a} = a + (-7105.21) \qquad \Rightarrow \qquad \dot{a} = 20000 + (-7105.21)$$

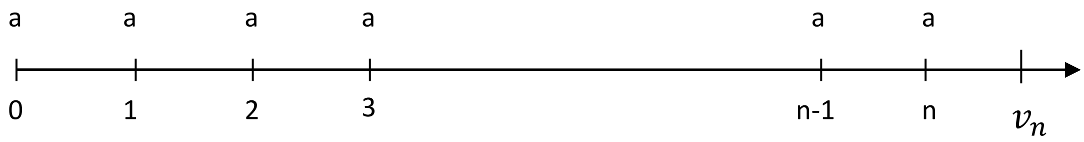
$$\dot{a} = 12587.33$$

الفصل الرابع: دفعات بداية المدة

دفعات بداية المدة الثابتة هي المبالغ التي تودع دوريا في بداية كل سنة أو فترة أقل من ذلك أو أكثر وتدفع بعد إبرام العقد مباشرة، تهدف إلى تكوين رأس المال في نهاية مدة الإيداع

1. القيمة المكتسبة لدفعات بداية المدة:

جملة دفعات الاستثمار عبارة عن إجمالي المبالغ المتكونة نتيجة تراكم رؤوس الأموال المدفوعة بشكل دوري مع الفوائد في نهاية فترة الإيداع وسنستعين بالشكل الموالي لتوضيح ذلك والذي يبين توزيع دفعات بداية المدة وعددها n حيث تبدأ الفترة الأولى في اللحظة 0 وعندها تدفع أول دفعة وهكذا يتوالى تسديد الدفعات مع بداية الفترات حتى آخر دفعة والتي تسدد في بداية الفترة الأخيرة



لإيجاد جملة عدد من دفعات بداية المدة نحسب مجموع الدفعات منفصلة كما يوضحه الجدول الموالي:

الجملة	المدة	الدفعات
$a(1+i)^n$	n	1
$a(1+i)^{n-1}$	n−1	2
$a(1+i)^{n-2}$	n−2	3
…	…	….
$a(1+i)^2$	2	n−1
$a(1+i)$	1	n

جملة دفعات بداية المدة $\grave{v}_n$ هي مجموع الدفعات الموضحة في الجدول أعلاه وهي:

$$\grave{v}_n = a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

هذا المجموع يشكل مجموع حدود متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+i)$ وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n حد وعليه:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$\boxed{\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

- يمكن حساب القيمة بالآلة الحاسبة أو باستخدام الجدول المالي رقم 03
- نلاحظ أن جملة دفعات بداية المدة تساوي جملة دفعات نهاية المدة مضروبة في المقدار $(1+i)$ أي:

$$\grave{v}_n = v_n(1+i)$$

كما يمكن حساب جملة دفعات بداية المدة بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\grave{v}_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]}$$

مثال:

نريد حساب جملة أربع دفعات سنوية مبلغ الواحدة 10000 دج في حالتين:

- تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى
- تدفع الثانية بداية السنة الأولى

علما أن معدل الفائدة المركبة في الحالتين هو 6%

الحل:

- حساب الجملة في حالة دفعات بداية المدة:

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 10000\frac{(1.06)^4 - 1}{0.06}$$

$$v_n = 43746.16$$

- حساب الجملة في حالة دفعات بداية المدة:

$$\grave{v}_n = v_n(1+i) = 43745.16(1.06)$$

$$\grave{v}_n = 46370.9296$$

ويمكن حسابها بالعلاقة التالية:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 10000(1+0.06)\frac{(1+0.06)^4 - 1}{0.06}$$

$$\grave{v}_n = 46370.9296$$

2. تحديد عناصر جملة دفعات بداية المدة:

باستعمال العلاقة الخاصة بحساب جملة هذه الدفعات يمكن حساب مختلف عناصرها وفقا لما يلي:

- **تحديد قيمة الدفعة:**

يمكن تحديد قيمة الدفعة من العلاقة التالية:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\boxed{a = \grave{v}_n(1+i)^{-1}\frac{i}{(1+i)^n - 1}}$$

مثال:

أحسب مبلغ الدفعة الثابتة التي تسمح بتكوين رأس مال قدره 300000 دج بعد 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي %5 مع العلم أن الدفعة الأولى تكون مباشرة في بداية السنة.

الحل:

$$a = 300000(1+0.05)^{-1}\frac{0.05}{(1+0.05)^{10} - 1}$$

$$a = 22715.59285$$

- **تحديد معدل الفائدة:**

$$\grave{v}_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right] \quad \Rightarrow \quad \frac{\grave{v}_n}{a} + 1 = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 03 واعتمادا على القيمة $\frac{\grave{v}_n}{a} + 1$ وعدد الدفعات n نجد قيمة المعدل i

مثال:

كون أحد الأشخاص 54684.09 دج بواسطة 5 دفعات استثمار قيمة كل منها 10000 دج .

- ما هو معدل الفائدة المعمول به؟

الحل:

$$\frac{\grave{v}_n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} \quad\Rightarrow\quad \frac{54684.09}{10000}+1=\frac{(1+i)^{5+1}-1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^{5+1}-1}{i}=6.468409$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد أن: $i=0.03$

- **تحديد عدد الدفعات:**

$$\grave{v}_n=a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right] \quad\Rightarrow\quad \frac{\grave{v}_n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد قيمة $n+1$ اعتمادا على المقدار $\frac{\grave{v}_n}{a}+1$ وقيمة i ثم نطرح منها 1 للحصول على قيمة n

مثال:

يريد تاجر معرفة المدة اللازمة لتكوين رأس مال قدره 11659.5092 دج سنة بعد الدفعة الأخيرة بدفعات متساوية تدفع في كل بداية سنة قدرها 20000 دج بمعدل فائدة سنوي 4%

الحل:

$$\frac{\grave{v}_n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} \quad\Rightarrow\quad \frac{112659.5092}{20000}+1=\frac{(1+0.04)^{n+1}-1}{0.04}$$

$$\frac{(1.04)^{n+1}-1}{0.04}=6.632975462$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد أن: $n+1=6 \quad \Longrightarrow n=5$

ملاحظة:

في حالة إيجاد عدد الدفعات عددا غير طبيعي نقترح الحلول التالية:

- نأخذ الحد الأدنى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية
- نأخذ الحد الأقصى من الدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية
- تعديل في عدد الدفعات (نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى) مع الإبقاء على الدفعة النظرية وتعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين الجملة القديمة والجملة الجديدة.

3. **القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:**

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة هي قيمة هذه الدفعات كلها في تاريخ أول مدة الإيداع أي عند الفترة 0 من الإيداع ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات كما يوضحه الجدول الموالي:

الدفعات	المدة	القيمة الحالية عند اللحظة 0
1	0	$a(1+i)^0 = a$
2	1	$a(1+i)^{-1}$
3	2	$a(1+i)^{-2}$
....	....	...
n−1	n−2	$a(1+i)^{-(n-2)}$
n	n−1	$a(1+i)^{-(n-1)}$

مما سبق نجد أن:

$$\dot{v}_0 = a(1+i)^0 + a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-3} + \cdots + a(1+i)^{-(n-1)}$$

$$\dot{v}_0 = a(1+i)^{-(n-1)} + \cdots + a(1+i)^{-3} + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1} + a$$

هذا المجموع يشكل حدود متتالية هندسية متناقصة أساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n وحدها الأول $a(1+i)^{n-1}$

ومنه:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)^{-(n-1)}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1}\right]$$

$$\boxed{\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

ويمكن كتابة هذه العلاقة على النحو التالي:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow \quad \grave{v}_0 = a\frac{(1+i)-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

$$\boxed{\grave{v}_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]}$$

ملاحظة:

نلاحظ أن هناك علاقة بين القيمة الحالية لدفعات بداية المدة والقيمة الحالية لدفعات نهاية المدة حيث:

$$\grave{v}_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i) \quad \Rightarrow \quad \grave{v}_0 = v_0(1+i)$$

مثال:

ما هي القيمة الحالية لدفعات الاستثمار عددها 16 دفعة ثلاثية إذا كانت قيمة كل دفعة 24500 دج ومعدل الفائدة المركبة الثلاثي 5%

الحل:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow \quad \grave{v}_0 = 24500(1+0.05)\frac{1-(1+0.05)^{-16}}{0.05}$$

$$\grave{v}_0 = 278801.6$$

4. تحديد عناصر القيمة الحالية:

باستعمال قانون القيمة الحالية لدفعات الاستثمار يمكن حساب ما يلي:

- **حساب قيم الدفعة:**

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow \quad a = \grave{v}_0(1+i)^{-1}\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

مثال:

رأسمال قيمته 417458.56 دج تم تشكيله من خلال 14 دفعة سداسية ثابتة ومتساوية وبمعدل سداسي 4% مع العلم أن الدفعة الأولى سددت في بداية السداسي الأول.

- ما هي قيمة الدفعة؟

الحل:

$$a = \grave{v}_0(1+i)^{-1}\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = 417458.56\,(1+0.04)^{-1}\frac{0.04}{1-(1+0.04)^{-14}} \quad \Rightarrow \quad a = 38000$$

- **حساب معدل الفائدة:**

$$\grave{v}_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]$$

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{\grave{v}_0}{a} - 1$$

باستعمال الجدول المالي رقم 04 نستخرج قيمة i

مثال:

ما هي قيمة المعدل المطبق لـ 8 دفعات سنوية متساوية قيمة كل منها 2000 دج وبلغت القيمة الحالية 13164.76 دج

الحل:

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}=\frac{\grave{v}_0}{a}-1 \Rightarrow \qquad \frac{1-(1+i)^{-(8-1)}}{i}=\frac{13164.76}{2000}-1$$

$$\frac{1-(1+i)^{-(7)}}{i}=5.582381$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: $i=0.06$

- **حساب عدد الدفعات:**

$$\grave{v}_0=a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=\frac{\grave{v}_0}{a(1+i)}$$

نستخرج قيمة n باستخدام الجدول المالي رقم 04 أو باستخدام اللوغاريتم

مثال:

ما هو عدد الدفعات المخصومة بمعدل فائدة مركبة 6.5% للحصول على قيمة حالية 328571.88 دج يوم سداد أول دفعة إذا كانت قيمة الدفعة 28000 دج

الحل:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=\frac{\grave{v}_0}{a(1+i)} \qquad \Rightarrow \frac{1-(1+0.065)^{-n}}{0.065}=\frac{328571.88}{28000(1+0.065)}$$

$$n=20$$

ملاحظة:

في حالة إيجاد عدد الدفعات قيمة عشرية نقترح الحلول التالية:

- نأخذ الحد الأدنى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية

- نأخذ الحد الأقصى من الدفعات ونفس القيمة الحالية مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية
- تعديل في عدد الدفعات (نأخذ الحد الأدنى أو الحد الأقصى) مع الإبقاء على الدفعة النظرية وتعديل في قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى من خلال إضافة المبلغ المكمل الذي يمثل الفرق بين القيمة الحالية القديمة والقيمة الحالية الجديدة.

المحور الثالث: معايير اختيار الاستثمارات، القروض واهتلاكها وتقييم الأسهم والسندات

الفصل الأول: معايير اختيار الاستثمارات

1. ماهية الاستثمار
2. مفهوم اختيار الاستثمار والعوامل المؤثرة فيه
3. الطرق التقليدية لاختيار الاستثمارات
4. الطرق الحديثة لاختيار الاستثمارات

الفصل الثاني: القروض واهتلاكها

1. القروض ذات المصدر الوحيد
2. طرق تسديد القروض ذات المصدر الوحيد
3. القروض السندية
4. طرق تسديد القروض السندية

الفصل الثالث: تقييم السندات والأسهم

1. تعريف السندات
2. تقييم السندات
3. تعريف الأسهم
4. تقييم الأسهم

الفصل الأول: معايير اختيار الاستثمارات

تعد عملية الاستثمار عنصرا حيويا وفعالا في تحقيق التنمية الاقتصادية، فبقاء المؤسسة وقدرتها على المنافسة مرهون بدور استثماراتها وفعاليتها، ولأن كل عملية استثمار يرافقها مستوى معين من المخاطرة لابد من الاعتماد على تقنيات مالية ورياضية لاختيار أفضل المشروعات المراد الاستثمار فيها.

1. ماهية الاستثمار:

يقصد بالاستثمار اقتصاديا عملية صرف أموال في الوقت الحالي من أجل الحصول من ورائها على نتائج في المستقبل، حيث يشمل الاستثمار كل الموارد والمواد والأشياء المحصل عليها لهذا الغرض لفترات متوسطة وطويلة وللاستثمار أنواع منها:

- الاستثمار الحقيقي والاستثمار المالي: الاستثمار الحقيقي هو الاستثمار في الأصول الحقيقية، أما الاستثمار المالي فهو الذي يتعلق بالاستثمار في الأوراق المالية كالأسهم والسندات وشهادات الإيداع وغيرها.
- الاستثمار طويل الأجل والاستثمار طويل الأجل: الاستثمار طويل الأجل هو الذي يأخذ شكل الأسهم والسندات ويطلق عليه الاستثمار الرأسمالي، أما الاستثمار قصير الأجل فيتمثل في الاستثمار في الأوراق المالية، التي تأخذ شكل أذونات الخزينة والقبولات البنكية أو بشكل شهادات الإيداع ويطلق عليه الاستثمار النقدي
- الاستثمار المستقل والاستثمار المحفز: الاستثمار المستقل هو الأساس في زيادة الدخل والناتج القومي من قبل قطاع الأعمال أو الحكومة أو من استثمار أجنبي، أما الاستثمار المحفز فهو الذي يأتي نتيجة لزيادة الدخل
- الاستثمار المادي والاستثمار البشري: الاستثمار المادي هو الذي يمثل الشكل التقليدي للاستثمار أي الاستثمار الحقيقي أما الاستثمار البشري فيتمثل في الاهتمام بالعنصر البشري من خلال التعليم والتدريب
- الاستثمار في مجلات البحث والتطوير: يحتل هذا النوع من الاستثمار أهمية خاصة في الدول المتقدمة حيث تخصص له هذه الدول مبالغ طائلة لأنه يساعد على زيادة القدرة التنافسية لمنتجاتها في السوق العالمية وأيضا إيجاد طرق جديدة في الإنتاج

2. مفهوم اختيار الاستثمار والعوامل المؤثرة فيه:

يقصد باختيار الاستثمار تحديد المشروع المراد إنجازه بالقياس مع بقية المشاريع الأخرى المقترحة وهذا الاختيار يتطلب المفاضلة باستخدام مقاييس علمية ومراعاة العوامل الاجتماعية والاقتصادية والسياسية وتقنيات مالية ورياضية تؤهل المشروع المختار لتحقيق الهدف المنشود، بالإضافة إلى مجموعة من المبادئ التي يجب على المستثمر أن يأخذها بعين الاعتبار عند اتخاذ قرار استثماري باختيار أحد البدائل المتاحة من بين هذه المبادئ نذكر:

- مبدأ الاختيار: إن المستثمر الرشيد يبحث دائما عن فرص استثمارية متعددة لما لديه من مدخرات ليقوم باختيار المناسب منها أو الاستعانة بوسطاء ممن لديهم خبرة في هذا المجال
- مبدأ المقارنة: أي المفاضلة بين البدائل الاستثمارية المتاحة لاختيار المناسب منها من وجهة نظر المستثمر حسب مبدأ الملائمة
- مبدأ الملائمة: يطبق المستثمر هذا المبدأ عمليا عندما يختار ما يلائم رغباته وميوله ويقوم هذا المبدأ على أساس أن لكل مستثمر نمط تفضيل يحدد درجة اهتمامه بالعناصر الأساسية لقرار الاستثمار والتي تتمثل في:
  - معدل العائد على الاستثمار
  - درجة المخاطرة التي يتصف بها ذلك الاستثمار
  - مستوى السيولة التي يتمتع بها كل من المستثمر وأداة الاستثمار
- مبدأ التنويع: حيث يلجأ المستثمر لتوزيع استثماراته وذلك للحد من المخاطر الاستثمارية وتجنب المخاطر غير النظامية.

من الجدير بالذكر أن هناك عدة عوامل تؤثر في اختيار الاستثمارات منها:

- تكلفة الاستثمار: تشمل قيمة حيازة الاستثمار ومختلف مستلزماته والنفقات التي يتطلبها من بداية الحيازة والاستعمال حتى نهاية فترة الاستعمال
- ايراد الاستثمار: يتمثل في مختلف الإيرادات التي يقدمها الاستثمار عند تشغيله لمدة حياته حتى آخرها وما قد يبقيه من قيمة في ذلك التاريخ

- مدة حياة الاستثمار: يقصد بها المدة الزمنية لتشغيل الاستثمار وإعطاء نواتج عن ذلك وتختلف المدة حسب طبيعة الاستثمار وطرق استعماله
- سعر الفائدة المطبق: ونميز نوعين لهذا السعر الأول هو سعر الفائدة المطبق على القروض المحصل عليها، أما الثاني فهو المعدل المطبق على الإيرادات ونواتج الاستثمار لحساب قيمتها الحالية ويسمى سعر الخصم
- ظروف النشاط للاستثمار: يعد المحيط الاقتصادي من أهم العوامل المؤثرة في نتائج وتكاليف الاستثمارات مثل الضرائب والمزايا التي يتحصل عليها
- زمن تحديد الإيرادات والأعباء: حيث يختلف تاريخ تحقيق الإيرادات ودفع الأعباء خلال سنة أو سنوات بين استثمار وآخر، لكن تعتبر نهاية السنة هي زمن التحقيق وزمن الدفع في كل الاستثمارات لتتساوى في طريقة الحساب
- إن الاختيار يكون للاستثمارات التي تحقق نتيجة ايجابية في مدة استعمالها أو على الأقل تغطي مختلف تكاليفها بإيراداتها.

3. **الطرق التقليدية لاختيار الاستثمارات:**

الطرق التقليدية والتي لا تأخذ القيمة الزمنية للتدفقات بالحسبان وهي طرق محاسبية تعتمد على استعمال تكاليف الاستثمار المسجلة في الدفاتر المحاسبية مثل تكلفة الحصول على الاستثمار (النفقة الأولية)، القيمة المتبقية محاسبيا والإيرادات المحاسبية من استعمال الاستثمار، وتشمل هذه الطرق على معيارين أساسيين للمفاضلة بين الاستثمارات وهما:

أ. **معيار فترة الاسترداد:**

هذه الطريقة تحدد العمر الإنتاجي للمشروع أي المدة اللازمة لاسترداد رأس المال المستثمر، وهذا على أساس عائدات المشروع وتحدد هذه الفترة بالسنوات والأشهر، ويتم المفاضلة بين المشاريع بالاعتماد على هذه الطريقة من خلال اختيار المشروع الذي يتميز بأقصر فترة استرداد، يمكن حساب هذه الأخيرة وفقا لحالتين وهما:

- **حالة التدفقات النقدية الثابتة:**

في هذه الحالة تكون التدفقات النقدية للمشروع متساوية وثابتة خلال فترة الاستغلال وتحسب فترة الاسترداد بالعلاقة التالية:

$$DR = \frac{I_0}{CFA}$$

حيث:

DR: فترة الاسترداد

I_0: القيمة الأصلية للمشروع

CFA: التدفق النقدي السنوي

مثال:

تقوم مؤسسة بدراسة مشروعين لاختيار أحسنهما حسب طريقة مدة الاسترجاع حيث:

- المشروع الأول: التدفقات النقدية السنوية 95000 دج القيمة الأصلية 332500 دج
- المشروع الثاني: التدفقات النقدية السنوية 125000 دج القيمة الأصلية 312500 دج

الحل:

$$DR_1 = \frac{I_0}{CFA} = \frac{332500}{95000} = 3.5\ ans$$

$$DR_2 = \frac{I_0}{CFA} = \frac{312500}{125000} = 2.5\ ans$$

إذن فأحسن مشروع هو المشروع الثاني لأنه يسترجع تكاليفه في مدة أقل من المشروع الأول

- **حالة التدفقات النقدية غير الثابتة:**

في هذه الحالة فإن مدة الاسترداد تتحقق عندما تتساوى القيمة الأصلية للمشروع مع مجموع التدفقات النقدية خلال السنوات المختلفة.

مثال:

تقوم مؤسسة بدراسة مشروعين من أجل اختيار أحسنهما على أساس طريقة فترة الاسترداد حيث:

- المشروع الأول: القيمة الأصلية 126000 دج التدفقات النقدية السنوية هي على الترتيب 28000 دج، 36000 دج، 62000 دج، 41000 دج، 0 دج، 32000 دج، 45000 دج
- المشروع الثاني: القيمة الأصلية 137000 دج التدفقات النقدية السنوية هي على الترتيب 0 دج 46000 دج، 56000 دج، 35000 دج، 52000 دج، 29000 دج، 49000 دج

الحل:

لنحسب مدة الاسترداد لكل مشروع:

- المشروع الأول:

$$28000 + 36000 + 62000 = 126000$$

إذن مدة الاسترداد للمشروع الأول هي 3 سنوات لأن المشروع سوف يغطي تكاليفه خلال تلك المدة

- المشروع الثاني:

$$0 + 46000 + 56000 + 35000 = 137000$$

إذن مدة الاسترداد للمشروع الثاني هي 4 سنوات لأن المشروع سوف يغطي تكاليفه خلال تلك المدة

وعليه فإن فالمشروع الأول هو الأحسن لأن مدة الاسترداد هي الأقل

ملاحظة:

ينطوي استخدام طريقة فترة الاسترداد كمعيار للمفاضلة على عدد من المزايا منها:

- يتميز بالبساطة والسهولة في التطبيق وهذه الطريقة مفضلة لدى جهات التمويل لأن الممول يهمه استرداد أمواله في أقصر وقت ممكن؛
- هذا المعيار بمثابة مؤشر مبدئي وسريع عما إذا كان المشروع يستحق المزيد من البحث والدراسة؛
- يحدد مستوى السيولة المتدفق للمشروع في كل سنة من سنوات تشغيله

- يستخدم للمفاضلة بين المشروعات التي تخضع لتغيرات تكنولوجية سريعة

كما أن استخدام معيار فترة الاسترداد ينطوي على عدد من العيوب:

- يتجاهل هذا المعيار أثر التغير في القيمة الزمنية للنقود فهو لا يأخذ بعين الاعتبار تكلفة رأس المال؛
- يتجاهل هذا المعيار التدفقات النقدية التي يمكن أن تتحقق بعد فترة الاسترداد؛
- يتجاهل هذا المعيار القيمة البيعية للمشروع في نهاية عمره الافتراضي؛
- يهتم هذا المعيار بعنصر السيولة على حساب عنصر الربحية.

ب. طريقة المعدل المتوسط للعائد:

هي طريقة محاسبية تعتمد على البيانات المحاسبية وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\boxed{TPM = \frac{PAM}{IM}}$$

TPM: المعدل المتوسط للعائد

PAM: الربح السنوي المتوسط بعد الضريبة ويتم حسابه بقسمة المجموع الكلي للأرباح الصافية على العمر الافتراضي للأصل المستثمر

IM: متوسط قيمة الاستثمار وهو حاصل قسمة مجموع قيمة الأصل في بداية المدة وقيمة الأصل في نهاية المدة على اثنين

تتم المفاضلة بين المشاريع بناءا على المعدل المتوسط للعائد باختيار المشروع الذي يعطي أعلى معدل إذا كان لدينا أكثر من مشروع ، أما إذا كان لدينا مشروع واحد فقط فإنه يتم مقارنة المعدل المتوسط للعائد للمشروع بعائد الفرصة البديلة سواء كان سعر الفائدة السائد بالسوق أو كلفة الحصول على الأموال وتنطوي طريقة استخدام المعدل المتوسط للعائد على عدد من المزايا منها:

- يتميز بالبساطة وسهولة الحساب؛
- يفيد في تحديد مدى ربحية المشروع من خلال قياس العائد المتوقع

كما تنطوي هذه الطريقة على مجموعة من العيوب منها:

- تجاهل القيمة الزمنية للنقود؛
- تعتمد هذه الطريقة على صافي الربح وليس صافي التدفق النقدي وهذا منافي لمبدأ تقييم الاستثمار الذي يكون على أساس التدفقات النقدية.

مثال:

أمام مؤسسة مشروعين علما أن القيمة الأصلية للمشروع الأول 24000 دج والمشروع الثاني 28000 دج وعمرهما الإنتاجي 4 سنوات وطريقة الاهتلاك تتم وفق القسط الثابت ولس هناك قيمة متبقية أما التدفقات النقدية فهي كالتالي:

المشروع الأول	8000	8000	8000	8000
المشروع الثاني	8000	7500	10000	12000

المطلوب المفاضلة بين المشروعين بطريقة معدل العائد المتوسط في حالتين:

- حالة عدم وجود قيمة متبقية
- حالة وجود قيمة متبقية للمشروع الأول مقدرة بـ 4000 دج وللمشروع الثاني 8000 دج

الحل:

الاهتلاك السنوي للمشروع الأول هو:

$$\frac{24000}{4} = 6000$$

الاهتلاك السنوي للمشروع الثاني هو:

$$\frac{28000}{4} = 7000$$

ولدينا:

الربح الصافي = التدفق النقدي – قسط الاهتلاك

الجدول الموالي يوضح الربح الصافي للمشروعين

البيان	المشروع الأول		المشروع الثاني	
	التدفق النقدي	الربح الصافي	التدفق النقدي	الربح الصافي
1	8000	2000	8000	1000
2	8000	2000	7500	500
3	8000	2000	10000	3000
4	8000	2000	12000	5000
المتوسط الحسابي	8000	2000	9625	2325

- المفاضلة بين المشروعين بطريقة معدل العائد المتوسط في حالة عدم وجود قيمة متبقية للمشروعين

$$TPM_1 = \frac{2000}{\frac{0+24000}{2}} = 16.66\%$$

$$TPM_2 = \frac{2325}{\frac{0+28000}{2}} = 16.96\%$$

بما أن معدل العائد المتوسط للمشروع الثاني أكبر مقارنة مع المشروع الأول فإن أحسن مشروع هو المشروع الثاني

- المفاضلة بين المشروعين بطريقة معدل العائد المتوسط في حالة وجود قيمة متبقية للمشروعين

$$TPM_1 = \frac{2000}{\frac{4000+24000}{2}} = 14.5\%$$

$$TPM_2 = \frac{2325}{\frac{8000+28000}{2}} = 13.19\%$$

أحسن مشروع هو المشروع الأول لأن لديه أكبر معدل ربح متوسط.

4. الطرق الحديثة في تقييم المشاريع:

جاءت هذه الطرق للقضاء على أهم عيوب الطرق القديمة في تقييم المشاريع لأنها لا تأخذ القيمة الزمنية للنقود بعين الاعتبار، حيث تركز هذه الطرق الحديثة على تقييم مختلف التدفقات النقدية الداخلة والخارجة في الوقت الحالي وتدخل ضمن أساليب التقييم الحالي ثلاث مقاييس نذكرها فيما يلي:

أ. صافي القيمة الحالية:

يتم استخدام هذه الطريقة في المفاضلة بين المشاريع الاستثمارية عن طريق حساب صافي القيمة الحالية لكل استثمار، والتي تمثل الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة والتدفقات النقدية الخارجة للمشروع ولحساب صافي القيمة الحالية، لابد من وجود معدل خصم يتم على أساسه خصم التدفقات النقدية المرتبطة بالاستثمار، يمكن استخدام معيار صافي القيمة الحالية في اتخاذ القرار الاستثماري كما يلي:

- كمقياس للرفض أو القبول حيث يتم رفض كل مشروع يحقق قيمة حالية صافية سالبة ويتم الموافقة على المشروع الذي يحقق قيمة حالية صافية موجبة
- كمقياس للاختيار والمفاضلة حيث يتم اختار المشروع الذي يحقق أكبر صافي قيمة حالية موجبة من بين المشروعات المقترحة

يتم حساب صافي القيمة الحالية بالعلاقة التالية:

$$VAN = VAR - VAD$$

حيث:

- إذا كانت الإيرادات غير متساوية فإن:

$$VAN = \left[\sum_{s=1}^{n} R_s (1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}\right] - C$$

- إذا كانت الإيرادات متساوية فإن:

$$VAN = \left[R\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + VR(1+i)^{-n}\right] - C$$

حيث:

VAN: صافي القيمة الحالية

VAR: القيمة الحالية للإيرادات

VAD:القيمة الحالية للنفقات

C: قيمة الاستثمار الأصلي أي التكلفة الأصلية للاستثمار

R_s: صافي الإيرادات للسنة s (إيراد السنة– تكلفة نفس السنة)

VR: القيمة الباقية للاستثمار في نهاية حياته (إن وجد)

i: معدل الفائدة

n: عدد السنوات أو مدة الاستثمار

من مزايا طريقة صافي القيمة الحالية كأساس للمفاضلة نذكر:

- يعكس أثر التغير في القيمة الزمنية للنقود
- يأخذ بالفترة الزمنية للمشروع ككل
- يأخذ في الاعتبار كافة التدفقات النقدية الداخلية للمشروع وتوقيت حدوثها و كذا إدخال تكلفة التمويل

أما عيوب استخدام هذه الطريقة كأساس للمفاضلة فهي:

- صعوبة تحديد معدل الخصم الذي يستخدم كأساس في احتساب صافي القيمة الحالية وهذا له تأثير على القرار الاستثماري
- لا تأخذ بعين الاعتبار مشكلة عدم التأكد وأثرها على قيمة المشروع
- لا يعطي ترتيبا صحيحا للمشروعات التي تختلف في أعمارها الإنتاجية أو في أحجامها

مثال:

أمام مؤسسة الاستثمارات المبينة في الجدول أدناه وإيراداتها الصافية علما أن قيمتها النهائية معدومة ونسبة الفائدة المستعملة 10%

الاستثمار	التكلفة	1	2	3	4
A	90000	40000	25000	10000	5000
B	98000	40000	12000	12000	25000
C	80000	40000	8000	12000	12000
D	68000	40000	15000	15000	15000

أي استثمار تختاره المؤسسة حسب طريقة صافي القيمة الحالية

الحل:

بما أن الإيرادات غير متساوية فإن:

$$VAN = \left[\sum_{s=1}^{n} R_s\,(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}\right] - C$$

$$VR = 0$$

$$VAN_A = [40000(1.1)^{-1} + 25000(1.1)^{-2} + 10000(1.1)^{-3} + 5000(1.1)^{-4}] - 90000 = -22046.9913$$

$$VAN_B = [40000(1.1)^{-1} + 12000(1.1)^{-2} + 12000(1.1)^{-3} + 25000(1.1)^{-4}] - 90000 = -25627.8943$$

$$VAN_C = [40000(1.1)^{-1} + 8000(1.1)^{-2} + 12000(1.1)^{-3} + 12000(1.1)^{-4}] - 90000 = -19812.8543$$

$$VAN_D = [40000(1.1)^{-1} + 15000(1.1)^{-2} + 15000(1.1)^{-3} + 15000(1.1)^{-4}] - 90000 = +2275.2544$$

نلاحظ أن صافي القيمة الحالية للاستثمارات الثلاثة الأولى سالبة ولهذا تهمل بينما الاستثمار الأخير موجب لهذا ستختاره المؤسسة حسب هذه الطريقة

ب. مؤشر الربحية:

يسمى أيضا الرقم القياسي للربحية وهو يقيس مردودية الاستثمار، أي تحديد ما تنتجه وحدة مستثمرة من الأرباح الناتجة عن الاستثمار خلال حياته وما تبقى منه بعد نهاية استعماله، وكما هو الحال في صافي القيمة الحالية تعتمد طريقة مؤشر الربحية على القيمة الزمنية للنقود، وتختلف عنها في أنها تعتمد في حساب دليل الربحية كحاصل قسمة القيمة الحالية للإيرادات على القيمة الحالية للنفقات وليس الفرق بينهما أي:

$$IR = \frac{VAR}{VAD}$$

إذا كان مؤشر الربحية أكبر من الواحد فالاستثمار مقبول وإذا كان أقل من الواحد، فهذا يعني أن الإيرادات الصافية لا تغطي تكلفة الاستثمار وبالتالي لا يمكن قبوله، وعند المفاضلة بين الاستثمارات نختار الاستثمار ذو المؤشر الأكبر للربحية، أي الأكبر مردودية مقارنة بالاستثمارات الأخرى.

يتم حساب مؤشر الربحية بالعلاقة التالية:

- إذا كانت الإيرادات السنوية غير متساوية فإن:

$$IR = \frac{\left[\sum_{s=1}^{n} R_s\,(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}\right]}{C}$$

- إذا كانت الإيرادات السنوية متساوية فإن:

$$IR = \frac{\left[R\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + VR(1+i)^{-n}\right]}{C}$$

حيث:

IR: مؤشر الربحية

R_s: صافي التدفق النقدي للسنة s

n: عدد سنوات الاستثمار أو مدة حياته

VR: القيمة الباقية للاستثمار في آخر سنة من استعماله

i: معدل الفائدة الطبق

مثال:

تريد مؤسسة المفاضلة بين ثلاث استثمارات لاختيار أفضلها حيث إيرادات وتكاليف كل مشروع موضحة في الجدول الموالي:

الاستثمار	تكلفة الحيازة	الإيرادات السنوية الصافية	القمة الباقية	المدة
الاستثمار 1	84000	24000	8000	5 سنوات
الاستثمار 2	76000	21200	5100	5 سنوات
الاستثمار 3	76000	25320	6200	5 سنوات

إذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10% ما هو أفضل استثمار حسب مؤشر الربحية؟

الحل:

بما أن الإيرادات السنوية متساوية فإن:

$$IR = \frac{\left[R\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)+VR(1+i)^{-n}\right]}{C}$$

ومنه:

$$IR_1 = \frac{\left[24000\left(\frac{1-(1.1)^{-5}}{0.1}\right)+8000(1.1)^{-5}\right]}{84000} = 1.242217$$

$$IR_2 = \frac{\left[21200\left(\frac{1-(1.1)^{-5}}{0.1}\right)+5100(1.1)^{-5}\right]}{76000} = 1.099$$

$$IR_3 = \frac{\left[25320\left(\frac{1-(1.1)^{-5}}{0.1}\right)+6200(1.1)^{-5}\right]}{76000} = 1.31$$

نلاحظ أن كل الاستثمارات مقبولة لأن مؤشر الربحية أكبر من الواحد وبما أن مؤشر الربحية للاستثمار الثالث هو الأكبر فسيتم اختياره حسب هذه الطريقة.

ج. طريقة معدل العائد الداخلي:

يمكن تعريف معدل العائد الداخلي أنه معدل الفائدة أو الخصم الذي تتساوى عنده التكلفة المبدئية للمشروع مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية المتوقع تولدها عنه، بمعنى أنه يجعل مجموع القيم الحالية للإيرادات الصافية مساوية لمجموع القيم الحالية للتكاليف ويحسب بالعلاقة التالية:

$$VAR = VAD \qquad \Rightarrow C = R\left(\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right)$$

$$\boxed{\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = \frac{C}{R}}$$

حيث:

R: التدفق النقدي الصافي

C: قيمة حيازة الاستثمار

n: عدد السنوات

t: معدل العائد الداخلي

يتم الاستعانة بالجدول المالي رقم 04 لتحديد قيمة t، ثم تقارن قيمته مع معدل السوق المالية فإذا كان معدل العائد الداخلي أكبر من معدل السوق المالية يقبل المشروع، وإن كان أقل يرفض المشروع أما في حالة المفاضلة بين الاستثمارات، فنختار الاستثمار ذو المعدل الأكبر من بين الاستثمارات التي تكون معدلاتها أكبر من معدل السوق المالية وإذا كان معدل العائد الداخلي لكل الاستثمارات أقل من معدل السوق المالية ترفض هذه الاستثمارات لأن الاستثمار في السوق المالية أحسن.

مثال:

قررت مؤسسة تطوير قدراتها الإنتاجية من خلال شراء تجهيزات جديدة فاقترح عليها نوعين من التجهيزات حيث كانت تكلفة الحيازة والإيرادات السنوية الممكنة لكل نوع كما يلي:

- التجهيزات من النوع الأول: تكلفة الشراء 100000 دج والإيرادات السنوية المتوقعة لمدة 5 سنوات هي 24063.456 دج
- التجهيزات من النوع الثاني: تكلفة الشراء 150000 دج والإيرادات السنوية المتوقعة لمدة 5 سنوات هي 38563.871 دج

إذا كانت نسبة الفائدة المطبقة في السوق المالية هي 8% ما هي التجهيزات التي تختارها المؤسسة باستعمال طريقة معدل العائد الداخلي؟

الحل:

لدينا:

$$\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}=\frac{C}{R}$$

- حساب معدل العائد الداخلي للتجهزات من النوع الأول:

$$\frac{1-(1+t)^{-5}}{t}=\frac{100000}{24063.456}=4.155679$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: $t=6.5\%$

بما أن قيمة المعدل أقل معدل الفائدة السائد في السوق المالية فسيرفض النوع الأول من التجهيزات

- حساب معدل العائد الداخلي للتجهزات من النوع الثاني:

$$\frac{1-(1+t)^{-5}}{t}=\frac{150000}{38563871}=3.889651$$

من الجدول المالي رقم 04 نجد: $t=9\%$

بما أن قيمة المعدل أكبر من معدل الفائدة السائد في السوق المالية نقبل النوع الثاني من التجهيزات

الفصل الثاني: استهلاك القروض

يلجأ الأشخاص والمؤسسات في كثير من الأحيان إلى الاقتراض لتوفير السيولة اللازمة لمواجهة مشاكل التمويل عند تأسيس شركة جديدة أو توسيعها أو لتسديد ديون سابقة، ويتم اثبات القرض بواسطة وثيقة قانونية تتضمن عدة بيانات مثل مبلغ القرض، تاريخ عقد القرض، معدل الفائدة ونوعها، نوع وقيمة الضمان وغيرها، من بين الديون المتوسطة والطويلة التي تتحصل عليها المؤسسة نجد القروض ذات المصدر الوحيد والقروض السندية، يطلق على عملية تسديد هذه القروض في الأوساط المالية والتجارية اسم استهلاك القروض ويقصد به تسديد قيمة القرض وفوائده سواء تم ذلك في صورة مبلغ واحد أو على دفعات متساوية أو غير متساوية.

1. القروض ذات المصدر الوحيد:

القروض ذات المصدر الوحيد أو القروض العادية يكون التعامل فيها بين طرفين فقط المقرض والمقترض لذا فهي قروض غير قابلة للتجزئة يتم سدادها عادة بدفعات سنوية في نهاية الفترة وتتألف كل دفعة من عنصرين هما:

- تسديد جزء من رأس المال المقترض ويسمى الاستهلاك
- الفوائد المحتسبة على أساس سعر الفائدة المتفق عليه بين الطرفين والمبلغ المالي المستحق

2. طرق تسديد القروض ذات المصدر الوحيد:

يتم تسديد القروض بطرق مختلفة متفق عليها بين المتعاقدين ومن أهم هذه الطرق نجد:

أ. استهلاك القروض بدفعات ثابتة:

يتم في هذه الطريقة تسديد القرض دوريا بدفعات متساوية يتألف كل منها من جزء من رأس المال الأصلي ويسمى الاهتلاك وجزء يتمثل في الفائدة على القرض المتبقي، مع العلم أن مبالغ الاستهلاكات تتزايد باستمرار أما الفائدة فتتناقص، لأنها تحسب على المبلغ الباقي من القرض بعد تخفيض مبلغ الاستهلاك المسدد في كل فترة حيث:

جملة القرض في نهاية المدة = مجموع الدفعات

الدفعة = الاهتلاك + الفائدة على القرض المتبقي

- **القانون العام للاهتلاكات بواسطة الدفعات الثابتة:**

عملية استهلاك القرض بالدفعات الثابتة يكون فيها مجموع الدفعات مساويا لجملة القرض المدفوع في نهاية مدة القرض أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات أي:

$$A = V_0(1+i)^n$$

حيث:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

علما أن:

A: يمثل جملة القرض

V_0: يمثل قيمة القرض في بداية السنة الأولى للتسديد

a: يمثل الدفعة أو القسط الثابت والذي يتكون من الاستهلاك والفائدة

n: يمثل مدة القرض أو عدد الدفعات

i: يمثل معدل فائدة القرض

اعتمادا على العلاقة الخاصة بحساب القيمة الحالية للقرض يمكن استخراج العلاقة الخاصة بحساب قيمة الدفعة.

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

- **جدول استهلاك القرض:**

لتسهيل عملية متابعة تطور القرض واستهلاكه بواسطة الدفعات الثابتة يتم الاعتماد على جدول يسمى جدول استهلاك القروض تستخرج منه عدة عناصر كتحديد رصيد الدين، اهتلاك وفائدة كل فترة ويكون الجدول على الشكل التالي:

الفترات	أصل القرض في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة	اهتلاك الفترة	أصل القرض في نهاية الفترة
1	v_0	$I_1 = v_0 i$	a	$D_1 = a\_I_1$	$v_1 = v_0\_D_1$
2	v_1	$I_2 = v_1 i$	a	$D_2 = a\_I_2$	$v_2 = v_1\_D_2$
3	v_2	$I_3 = v_2 i$	a	$D_3 = a\_I_3$	$v_3 = v_2\_D_3$
. . .					
n_1	v_{n_2}	$I_{n\_1} = v_{n\_2} i$	a	$D_{n\_1} = a\_I_{n\_1}$	$v_{n\_1} = v_{n\_2}\_D_{n\_1}$
n	v_{n_1}	$I_n = v_{n\_1} i$	a	$D_n = a\_I_n$	$v_n = v_{n\_1}\_D_n = 0$
		$\sum I$	$\sum a$	$\sum D$	

من خلال هذا الجدول يمكن استخراج علاقات بين مختلف عناصره منها:

- **العلاقة بين الدفعات والقرض:**

من الجدول نجد:

أصل القرض في بداية أول فترة دفع = القيمة الحالية للدفعات

مجموع الدفعات= أصل القرض + مجموع الفوائد

مجموع الاستهلاكات المتراكمة = أصل القرض

– **العلاقة بين الاهتلاكات:**

من تساوي الدفعات نجد:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow D_1 + v_0 i = D_2 + (v_0 - D_1)i$$

بتبسيط العلاقة نجد:

$$D_2 = D_1(1+i)$$

وبالمثل إذا ساوينا بين الدفعتين الثانية والثالثة نجد:

$$D_3 = D_2(1+i)$$

بتعويض D_2 بما يساويه نجد:

$$D_3 = D_1(1+i)^2$$

وبالتالي نستنتج أن الاهتلاكات تشكل فيما بينها حدود متتالية هندسية أساسها $(1+i)$، وبالتالي يمكن كتابة الاهتلاك الأخير الذي يمثل الحد الأخير في المتتالية الهندسية بدلالة الاهتلاك الأول كما يلي:

$$D_n = D_1(1+i)^{n-1}$$

– **العلاقة بين الاهتلاكات وأصل القرض:**

$$v_0 = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots + D_n$$

$$v_0 = D_1 + D_1(1+i) + D_1(1+i)^2 + \cdots + D_1(1+i)^{n-1}$$

هذه العبارة تشكل مجموع متتالية هندسية حدها الأول D_1 وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n وعليه:

$$V_0 = D_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- **العلاقة بين الفائدة والاهتلاك:**

$$I_1 = a\_D_1$$

$$I_2 = a\_D_2$$

$$I_3 = a\_D_3$$

$$I_4 = a\_D_4$$

$$I_2\_I_1 = D_2\_D_1$$

$$I_4\_I_3 = D_4\_D_3$$

$$\boxed{I_m\_I_{m\_1} = D_m\_D_{m\_1}}$$

هناك علاقات أخرى منها:

$$\boxed{(1+i) = \frac{D_m}{D_{m\_1}} = \frac{I_n}{\left(I_{n\_1} + I_n\right)}}$$

- **قيمة القرض المدفوع:**

المبلغ المدفوع من القرض ويرمز له بالرمز V_m هو مجموع الاهتلاكات التي تكون هذا القرض من الفترة الأولى حتى الفترة كما يلي:

$$\boxed{V_m = v_0 \frac{(1+i)^m\_1}{i}}$$

واعتمادا على علاقة أصل القرض والاهتلاك نصل إلى العلاقة التالية:

$$\boxed{V_m = D_1 \frac{(1+i)^m\_1}{(1+i)^n\_1}}$$

- **المبلغ المتبقي بعد دفع دفعة ما:**

المبلغ المتبقي V_{nR} يساوي أصل القرض مطروحا منه قيمة المبلغ المدفوع وعليه:

$$V_{nR} = v_0\_v_m$$

واعتمادا على العلاقة الخاصة بحساب V_m يمكن تبسيط هذه العلاقة وصولا إلى:

$$V_{nR}=v_0\frac{(1+i)^n\_(1+i)^m}{(1+i)^n\_1}$$

يمكن أيضا حساب المبلغ المتبقي باستخدام الدفعات كما يلي:

$$V_{nR}=a\frac{1\_(1+i)^{m\_n}}{i}$$

مثال:

قرض مبلغه 10000 دج يسدد بواسطة 5 دفعات سنوية ثابتة في نهاية المدة مبلغ كل منها 2504.56 دج بمعدل فائدة سنوي 8% .

المطلوب: شكل جدول استهلاك القرض

الحل:

إعداد جدول اهتلاك هذا القرض

الفترات	أصل القرض في بداية الفترة	فائدة الفترة	الدفعة	اهتلاك الفترة	أصل القرض في نهاية الفترة
1	10000	800	2504.56	1704.56	8295.44
2	88295.44	663.63	2504.56	1840.92	6454.51
3	6454.51	516.36	2504.56	1988.20	4466.31
4	4466.51	357.30	2504.56	2147.26	2319.04
5	2319.04	185.52	2504.56	2319.04	0

ب. استهلاك القروض بدفعات متغيرة واهتلاكات متساوية:

حسب هذه الطريقة يتم تسديد الدين دوريا بدفعات متغيرة تشمل جزء ثابت من أصل القرض وجزء آخر يمثل فائدة على القرض المتبقي كل فترة، وبالتالي تكون الاستهلاكات ثابتة والدفعات متناقصة ويتم حساب الجزء الثابت بقسمة أصل القرض على عدد دفعاته وعليه:

$$D = \frac{v_0}{n}$$

- **جدول استهلاك القرض:**

في هذه الطريقة يأخذ جدول اهتلاك القرض نفس الشكل مقارنة مع طريقة اهتلاك القرض بالأقساط الثابتة مع أخذ الفرق بعين الاعتبار في خصائص محتوياته واختلافها عنها كما هو موضح في الجدول الموالي.

الفترات	أصل القرض في بداية الفترة	فائدة الفترة	الاهتلاك	الدفعة	أصل القرض في نهاية الفترة
1	v_0	$I_1 = v_0 i$	D	$a_1 = D + I_1$	$v_1 = v_0\_D$
2	v_1	$I_2 = v_1 i$	D	$a_2 = D + I_2$	$v_2 = v_1\_D$
3	v_2	$I_3 = v_2 i$	D	$a_3 = D + I_3$	$v_3 = v_2\_D$
. . .					
n_1	v_{n_2}	$I_{n\_1} = v_{n\_2} i$	D	$a_{n\_1} = D + I_{n\_1}$	$v_{n\_1} = v_{n\_2}\_D$
n	v_{n_1}	$I_n = v_{n\_1} i$	D	$a_n = D + I_n$	$v_n = v_{n\_1}\_D = 0$
		$\sum I$	$nD = v_0$		

- **مختلف العلاقات بين عناصر جدول الاهتلاك:**

  - **أصل القرض:**

كما هو موضح في الجدول أعلاه أصل القرض يساوي جداء الاستهلاك في عدد الاستهلاكات

$$v_0 = nD$$

  - **العلاقة بين الدفعات:**

$$a_1 = D + I_1 \Rightarrow a_1 = \frac{v_0}{n} + v_0 i$$

$$a_{n\_1} = D + I_{n\_1} \Rightarrow a_{n\_1} = \frac{v_0}{n} + v_{n\_2} i$$

$$a_n = D + I_n \Rightarrow a_n = \frac{v_0}{n} + v_{n\_1} i \qquad / \quad v_{n\_1} = v_{n\_2 -} \frac{v_0}{n}$$

$$a_n = \frac{v_0}{n} + \left(v_{n\_2 -} \frac{v_0}{n}\right) i$$

$$\boxed{a_n = a_{n\_1 -} \frac{v_0}{n} i}$$

نلاحظ في جدول اهتلاك القرض أعلاه أن الدفعة في أي تاريخ محدد يساوي الدفعة ما قبلها ناقص منها فائدة الاستهلاك وبهذا فإن الأقساط فيما بينها تشكل متتالية حسابية وبذلك يكون مجموع الدفعات هو:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

ولدينا أيضا:

$$a_{n\_1 -} a_n = I_{n\_1 -} I_n$$

- **مجموع الفوائد المدفوعة:**

$$\sum_{m=1}^{n} I_m = \frac{n}{2}(I_1 + I_n)$$

$$\sum_{m=1}^{n} I_m = \frac{n}{2}\left(v_0 i + \frac{v_0 i}{n}\right)$$

$$\boxed{\sum^{n} I_m = \frac{n+1}{2} v_0 i}$$

- **فائدة الفترة:**

$$\boxed{I_m = \frac{v_0 i}{n}[n\_(m\_1)]}$$

مثال:

بهدف تمويل تجهيزات جديدة تحصلت مؤسسة X على قرض قيمته 2500000 دج بمعدل فائدة 8% سنويا يسدد على خمس دفعات سنوية متغيرة وأقساط ثابتة تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى من توقيع عقد القرض.

المطلوب إعداد جدول استهلاك هذا القرض

الحل:

_ حساب قيمة الاستهلاك الثابت

$$D = \frac{v_0}{n} \Rightarrow D = \frac{2500000}{5} = 500000$$

_ جدول استهلاك القرض:

السنوات	أصل القرض في بداية السنة	الفائدة السنوية	الاهتلاك	الدفعة	أصل القرض في نهاية السنة
1	2500000	200000	500000	700000	2000000
2	2000000	160000	500000	660000	1500000
3	1500000	120000	500000	620000	1000000
4	1000000	80000	500000	580000	500000
5	500000	40000	500000	540000	0000
n	_	600000		3100000	_

3. القروض السندية:

على عكس القروض ذات المصدر الوحيد فإن القروض السندية تضم عدة مقرضين نسميهن المساهمين ويحصلون مقابل المبالغ التي أقرضوها على شهادات تسمى سندات، كل سند يمثل جزء من القرض ويصدر القرض السندي مؤسسات خاصة أو عامة، اقتصادية أو مالية ويعتبر حامل السند مقرضا يستحق فائدة سنوية مقابل استثمار أمواله في شكل سندات بمعدلات محددة ومبينة على هذه السندات حتى تاريخ الاستحقاق.

السند صك أو وثيقة مالية تصدرها المؤسسات التي هي في حاجة إلى أموال وتتميز السندات بمجموعة من الخصائص منها:

- القيمة الاسمية: تكون القيمة الاسمية للسند متساوية لجميع سندات نفس القرض ويتم على أساسها حساب الفوائد وتكوين جدول الاهتلاكات
- قيمة الإصدار: هو الثمن المؤدى من طرف المكتتب ونتحدث عن إصدار بالتكافؤ إذا أصدرت سندات الاقتراض بالقيمة الاسمية ويمكن لأن تصدر السندات بأقل من التكافؤ ويشكل الفرق مع القيمة الاسمية منحة تسمى منحة الإصدار ويمكن للإصدار أن يتم بأكثر من التكافؤ
- قيمة التسديد: هي قيمة المبلغ المسدد من قبل المقترض عند سداد السندات، هذا المبلغ قد يكون مساويا أو مختلفا عن القيمة الاسمية يتم تسديد سندات الاقتراض إما بالتكافؤ (بالقيمة الاسمية) أو بسعر أكبر ويكون ثابتا أو متغيرا (منحة التسديد)، قد يكون التسديد:
  - دفعة واحدة: تسدد جميع الأوراق دفعة واحدة عند تاريخ الاستحقاق
  - باهتلاكات ثابتة: نفس العدد من السندات يتم اختياره عشوائيا ويتم سداده عند نهاية كل عام
  - دفعات متساوية نسبيا: السندات يتم تسديدها عن طريق الاختيار العشوائي كل عام والدفعات ليست ثابتة بدقة بسبب الاهتلاك الذي ينبغي أن يغطي عددا كاملا من السندات
  - إعادة شراء السندات في السوق المالية التي ضعها أصحابها للبيع مع إلغاء السندات الموافقة لها
- المعدل الاسمي: وهو معدل مردودية السند يطبق على القيمة الاسمية لحساب مقدار الفائدة (القسيمة أو الكوبون)
- تاريخ الاكتتاب: وهو تاريخ تسوية شراء السند من المكتتب
- تاريخ الاستحقاق: وهو التاريخ الذي يبدأ فيه استحقاق الفوائد
- القسيمة أو الكوبون: مقدار الفائدة المدفوعة عند تاريخ استحقاق السند

4. طرق تسديد القروض السندية:

يتم تسديد القرض السندي إما بدفعات ثابتة ومتساوية أو باهتلاكات ثابتة ومتساوية

أ. **القرض السندي بدفعات ثابتة ومتساوية أو متساوية نسبيا:**

ليكن:

N: عدد السندات

$D_1 . D_2 . D_3 \dots D_n$: عدد السندات المهتلكة بعد كل سحب

$N_1 . N_2 . N_3 \dots N_n$: عدد السندات المتبقية في التداول بعد كل سحب

n: عدد مرات السحب

$a_1 . a_2 . a_3 \dots a_n$: الدفعات المتتالية

v_0: القيمة الاسمية للسند الواحد

V: سعر إصدار السند

t: معدل الفائدة السنوي والاسمي حيث:

- إذا كان سعر الاصدار = القيمة الاسمية للسند فإن: $t = i$
- إذا كان سعر الاصدار > القيمة الاسمية للسند فإن: $t = \frac{v_0}{V} i$

الجدول الموالي يمثل جدول اهتلاك القرض السندي وسنحاول من خلاله توضيح أهم العلاقات الموجودة بين مختلف عناصره

السنوات	عدد السندات المتبقية في التداول بعد كل سحب	عدد الهتلاكات D	الفائدة I	قيمة السندات المهتلكة بعد كل سحب	قيمة الدفعة a
1	$N_1 = N - D_1$	D_1	$I_1 = N v_0 t$	$D_1 V$	$a_1 = D_1 V + I_1$
2	$N_2 = N_1 - D_2$	D_2	$I_2 = N_1 v_1 t$	$D_2 V$	$a_2 = D_2 V + I_2$
3	$N_3 = N_2 - D_3$	D_3	$I_3 = N_2 v_2 t$	$D_3 V$	$a_3 = D_3 V + I_3$
. . .					
n	$N_n = N_{n-1} - D_n$	D_n	$I_n = N_{n-1} v_{n\_1} t$	$D_n V$	$a_{n\_1} = D_n V + I_{n\_1}$
	N		$\sum I$	$\sum D$	$\sum a$

حيث:

$$N = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots + D_n$$

ومنه:

$$N = D_1 \times \frac{(1+t)^n\_1}{t}$$

$$N_n = 0$$

$$\sum a = \sum D + \sum I$$

- قيمة الدفعة المتساوية:

تحسب هذه القيمة اعتمادا على العلاقة التالية إذا كان سعر الاصدر أكبر من القيمة الاسمية:

$$a = NV \frac{t}{1\_(1+t)^{-n}}$$

أما إذا كان إذا كان سعر الاصدر يساوي من القيمة الاسمية يمكن حسابه بالعلاقة:

$$a = NV_0 \frac{t}{1\_(1+t)^{-n}}$$

- القيمة الاسمية للسند الواحد:

يحسب بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{v_0}{N}$$

- حساب الاهتلاك الأول:

اعتمادا على العلاقة الموالية يتم حساب قيمة هذا الاهتلاك:

$$D_1 = N \times \frac{t}{(1+i)^n\_1}$$

- عدد السندات المتضمنة في الاهتلاكات حسب الدفعات:

يحسب استخدام هذه العلاقة:

$$D_n = D_{n-1}(1+t) = D_1(1+t)^{n-1}$$

مثال:

أصدرت مؤسسة قرض سندي متكون من 5000 سند القيمة الاسمية للسند الواحد هي 100 دج تم تسديده من خلال 5 مسحوبات بمعدل فائدة سنوي 6% علما أن قيمة السند عند السداد هو 120 دج والسداد كان بدفعات ثابتة ومتساوية، المطلوب إعداد جدول الاهتلاكات

الحل:

لدينا قيمة الإصدار أكبر من القيمة الاسمية وبالتالي:

$$t = \frac{v_0}{V} i \qquad t = \frac{100}{120} \times 0.06 = 0.05$$

$$D_1 = N \times \frac{t}{(1+i)^n\_1} \qquad \Rightarrow D_1 = 5000 \times \frac{0.05}{(1.05)^5\_1} = 904.87$$

ومنه فالسحب الأول يشمل 905 سند

ولدينا:

$$a = NV \frac{t}{1\_(1+t)^{-n}} \qquad \Rightarrow a = 5000 \times 120 \frac{0.05}{1\_(1+0.05)^{-5}} = 138584.4$$

وعليه يمكن اعداد جدول اهتلاك القرض كما يلي:

السنوات	عدد السندات المتبقية في التداول بعد كل سحب N	عدد الهتلاكات D	قيمة السندات المهتلكة بعد كل سحب DV	الفائدة I	قيمة الدفعة a
1	5000	905	108600	30000	138600
2	4095	950	114000	24570	138570

3	3145	997	119760	18870	138630
4	2148	1048	125640	12882	138522
5	1100	1100	132000	6600	138600
	المجموع	5000	600000	92922	692922

من الجدول لدينا:

$$N = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots + D_n = 5000$$

$N_n = 0$ أي عدد السندات المتبقية – عدد الاهتلاكات = 0

$$\sum a = \sum D + \sum I \qquad \Rightarrow 692922 = 600000 + 92922$$

ب. القرض السندي باهتلاكات ثابتة ومتساوية:

اهتلاكات ثابتة ومتساوية تعني أن عدد السندات المهتلكة في كل سحب تكون مساوية وتحسب بالعلاقة التالية: $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{n}}$

وعليه يكون:

$$D_1 = D_2 = D_3 = \cdots = D_n = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{n}}$$

ويكون جدول الاهتلاكات بالشكل التالي:

السنوات	**عدد السندات المتبقية في التداول بعد كل سحب**	**عدد الهتلاكات D**	**الفائدة** ***I***	**قيمة السندات المهتلكة في كل سحب**	**قيمة الدفعة** ***a***
1	$N_1 = \mathrm{N} - \mathrm{D}_1$	D_1	$I_1 = Nv_0t$	D_1V	$a_1 = D_1V + I_1$
2	$N_2 = \mathrm{N}_1 - \mathrm{D}_2$	D_2	$I_2 = N_1v_0t$	D_2V	$a_2 = D_2V + I_2$
3	$N_3 = \mathrm{N}_2 - \mathrm{D}_3$	D_3	$I_3 = N_2v_0t$	D_3V	$a_3 = D_3V + I_3$
. . .					

n	$N_n = N_{n-1} - D_n$	D_n	$I_n = N_{n-1} v_0 t$	$D_n V$	$a_{n\_1} = D_n V + I_{n\_1}$
	N		$\sum I$	$\sum D$	$\sum a$

$$N = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots + D_n$$

$$N_n = 0$$

$$\sum a = \sum D + \sum I$$

- قيمة الدفعة:

$$\boxed{a = NV_0 t + \frac{N}{n} V}$$

- القيمة الاسمية للسند الواحد:

$$\boxed{C = \frac{v_0}{N}}$$

- حساب الاهتلاك الأول:

$$\boxed{D_1 = D_2 = D_3 = \cdots = D_n = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{n}}}$$

- عدد السندات المدرجة:

$$\boxed{N = nD}$$

مثال:

قامت مؤسسة بإصدار 2000 سند القيمة الاسمية للسند الواحد هي 140 دج تم تسديده بواسطة اهتلاكات متساوية وثابتة من خلال 8 مسحوبات بمعدل فائدة سنوي 6% علما أن قيمة السند عند السداد هي 160 دج، المطلوب إعداد جدول اهتلاك القرض

الحل:

لدينا قيمة الاصدار أكبر من القيمة الاسمية وبالتالي:

$$t = \frac{v_0}{V} i \qquad t = \frac{100}{120} \times 0.06 = 0.05$$

عدد السندات المهتلكة في كل سحب هو:

$$D_1 = D_2 = D_3 = \cdots = D_n = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{n}} = \frac{2000}{8} = 250$$

وهذا يعني أنه يتم اهتلاك 250 سند سنويا أما قيمة الاهتلاكات السنوية فتساوي:

$$250 \times 160 = 40000$$

وعليه يكون جدول اهتلاك القرض كما يلي:

السنوات	عدد السندات المتبقية في التداول بعد كل سحب	عدد الهتلاكات D	الفائدة I	قيمة السندات المهتلكة	قيمة الدفعة a
1	2000	250	16800	40000	56800
2	1750	250	14700	40000	54700
3	1500	250	12600	40000	52600
4	1250	250	10500	40000	50500
5	1000	250	8400	40000	48400
6	750	250	6300	40000	46300
7	500	250	4200	40000	44200
8	250	250	2100	40000	42100
المجموع		2000	75600	320000	395600

الفصل الثالث: تقييم السندات والأسهم

يقوم البنك بتحويل الأموال من أصحاب الفائض إلى أصحاب العجز بطريقة غير مباشرة بصفته وسيط عن طريق تقديم قروض بمختلف أنواعها أما السوق المالي فهو مكان إلتقاء العارضين والطالبين للأموال بطريقة مباشرة، يتم التعامل في الأسواق المالية بالأوراق المالية التي تختلف حسب طبيعة المالك أو المصدر أو المدة أو العائد ونجد منها نوعين أساسيين وهما الأسهم والسندات.

1. تعريف السندات:

يعرف السند أنه صك قابل للتداول في سوق الأوراق المالية وهو صك مديونية يمثل جزء أو نسبة من قروض طويلة الأجل تصدرها مؤسسات اقتصادية فهي سندات استثمار يضمنه المركز المالي للشركة أو دولة وجماعات محلية فهي سندات إنفاق وتضمنه الحكومة، يعتبر السند قابل للتسديد في تاريخ استحقاقه ويعود على صاحبه بفوائد ثابتة أو متغيرة يتحصل عليها دوريا في تاريخ محدد، وهذا يعني أن صاحب السند هو صاحب حق لدى المؤسسة الاقتصادية كأنه أقرض لها مبلغ مالي تجسد في سندات قابلة للتداول في السوق المالية وبالتالي فلا يعتبر صك ملكية ويتحصل مقابله على فوائد ثابتة أو متغيرة بشكل دوري ومنتظم مهما كانت نتائج المؤسسة الاقتصادية أرباحا أو خسائر، ويتحدد سعر السند في البورصة وفقا لأسعار الفائدة في السوق والعلاقة بينهما علاقة عكسية، فارتفاع أسعار الفائدة في السوق النقدي يؤدي إلى انخفاض أسعار السندات والعكس صحيح، نميز عدة أنواع من السندات أهمها ما يلي:

- السندات المضمونة: هذا النوع يوفر حماية السندات بالموجودات المرهونة لها وتعد السندات المرهونة بعقار أو معدات من أهم صورها وتسمى سندات الرهن وهذه الأخيرة قد تكون مفتوحة النهاية حيث يجوز للشركة المعنية بإصدارات إضافية على ذات الرهن أو الضمانات مما يوفر مرونة لتمويل

الشركة إلا أن الإفراط في بالإصدار قد يضعف مقدار الحماية للسندات وقد تكون سندات الرهن مغلقة النهاية تمنع الشركة من إصدارات إضافية لحماية قيمة الضمان.

- السندات العادية: ضماناتها لحماية حملة السندات تنحصر بقدرة الجهة المصدرة على دفع الفائدة وأصل المبلغ أي يعد المركز الائتماني محور ضمان هذه السندات وتمثل سندات الدخل إحدى صور هذه السندات حيث يرتبط دفع الفائدة بقدرة الشركة على تحقيق الأرباح التي تغطي الفائدة الواجب دفعها وعدم دفع الفائدة لا يعني إشهار الإفلاس كما هو الحال في السندات المضمونة إذ بالإمكان تأجيل دفع الفائدة طبقا للشروط الإصدارية
- السندات القابلة للتحويل إلى أسهم عادية: هي السندات التي تحمل في طياتها الحرية في اختيار قابليتها للتحويل إلى أسهم عادية وغالبا ما يكون منصوصا على عدد الأسهم العادية الممكن التحويل إليها بموجب السند.
- سندات الدرجة الأولى والثانية: هذه التسمية مشتقة من الأسبقية القانونية لحملتها بموجودات الشركة عند التصفية وعادة تكون سندات الدرجة الأولى ذات فائدة أقل من الدرجة الثانية.
- سندات مسجلة بأسماء مالكيها: لا يستطيع أي شخص من غير المالك المسجل باسمه السند أن يتصرف به سواء بالبيع أو المطالبة بالفوائد وبالقيمة الاسمية وهو أقل خطورة عند فقدانها لذا تستحق عائد أقل، وبالإضافة للمخاطر القليلة فهي تحمل تكاليف تسجيل المعلومات المتعلقة بالمالكين والتي قد يكون مسؤولا عنها قسم كامل في المؤسسة.
- سندات لحامله: سند قابل للتداول يمكن لأي شخص يحمله بيعه أو المطالبة بفوائده وبالقيمة الاسمية كما يمكن رهنه "شبه نقدي" لكنها ذات مخاطر عالية عند فقدانها لذا تستحق عائد أعلى.

2. **تقييم السندات:**

عند تقييم السندات يجب الأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود حيث أن قيمة النقود التي تمتلكها الآن هي أكبر من قيمة النقود المتوقع استلامها في المستقبل.

أ. **تقييم السندات بفائدة سنوية:**

يتم التقييم بحساب القيمة الحالية للسند بالعلاقة التالية:

$$V_0 = I\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + C(1+t)^{-n}$$

حيث:

V_0: القيمة الحالية للسند

I: الفائدة المدفوعة سنويا

C: القيمة الاسمية للسند المطلوب في الفترة n

t: معدل العائد المطلوب من طرف المستثمر

n: فترة الاحتفاظ بالأصل أو مدة استحقاق السند

كما يمكن تقييم السند بالعلاقة الموالية:

$$P_0 = I\left(PVIA_{t,n}\right) + C\left(PVIF_{t,n}\right)$$

حيث:

$PVIA$: عامل الفائدة لقيمة حالية لدفعات متدفقة متساوية

$PVIF$: عامل الفائدة لقيمة حالية

مثال:

ما هي القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية 20000 دج يستحق الدفع بعد 6 سنوات بمعدل فائدة سنوي 9% علما أن معدل العائد المطلوب على السند هو 9%

الحل:

$$I = 20000 \times 0.09 = 1800$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + C(1+t)^{-n} = 1800\frac{1-(1.09)^{-6}}{0.09} + 20000(1.09)^{-6}$$

$$V_0 = 19993$$

من خلال حساب قيمة السند يلاحظ أن السند يجب أن يباع بخصم على أساس أن قيمته أقل من قيمته الاسمية 20000 دج ليعطي حافز للمستثمر لشراء هذا السند بدل الاستثمار في قنوات أخرى كالودائع لدى البنوك مثلا

ب. تقييم السندات بفائدة نصف سنوية:

تحسب القيمة الحالية بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \sum_{k=1}^{2n} \frac{I/2}{(1+t/2)^k} + \frac{C}{(1+t/2)^{2n}}$$

أو بالعلاقة التالية:

$$V_0 = \frac{I}{2} \times \frac{1-(1+t/2)^{-2n}}{t} + C(1+t)^{-2n}$$

مثال:

من المثال السابق يمكن حساب القيمة الحالية اعتمادا على الفائدة نصف السنوية

الحل:

$$V_0 = \frac{1800}{2} \times \frac{1-(1.045)^{-12}}{0.045} + 20000(1.045)^{-12}$$

$$V_0 = 19986.12$$

3. تعريف الأسهم:

السهم هو حق ملكية قابل للتداول يصدر في أي مرحلة من مراحل حياة المؤسسة الاقتصادية، فعند تأسيس الشركة يمثل السهم حصة نقدية أو عينية كمشاركة للمساهم، كما يتم إصداره عند الرغبة في زيادة رأس المال الاجتماعي للشركة، أو عند إدماج الأرباح أو الاحتياطات في رأس المال وصاحب السهم له حق المشاركة في التسيير، وتتميز الأسهم بمجموعة من الخصائص منها:

- التساوي في القيمة
- قابلية الأسهم للتداول
- عدم قابلية السهم للتجزئة

كما تنقسم الأسهم إلى نوعين أساسيين هما:

- الأسهم العادية: هي أسهم لا تحمل أي تفضيل أو امتياز لها قيمة اسمية مدونة على قسيمة السهم ومنصوص عليها في عقد التأسيس، قيمة دفترية تتمثل في حقوق الملكية وتتضمن جزء من الاحتياطات والأرباح المحتجزة وقيمة سوقية تتحدد في السوق وفق قانون العرض والطلب والتي قد تكون أكبر أو أقل من القيمة الاسمية أو القيمة الدفترية وينتج عن امتلاك سهم عادي بالنسبة لصاحبه مجموعة من الحقوق وهي:
  - إمكانية نقل الملكية إلى شخص آخر ببيعه في السوق المالية
  - الحصول على أرباح في نهاية السنة بعد تحقيقها واتخاذ قرار توزيعها
  - حق الحضور في الجمعية العامة للمساهمين والتصويت فيها حسب ما يمتلكه من أسهم
  - الإطلاع على دفاتر الشركة
  - الأولوية في الإكتتاب بالأسهم الجديدة المصدرة خلال زيادة رأس مال الشركة
  - الحصول على حصة من صافي أصول الشركة بالمساواة مع المساهمين الآخرين عند تصفيتها
- الأسهم الممتازة: السهم الممتاز هو نوع من الأسهم يحمل مزايا كل من الأسهم والسندات في نفس الوقت فهو يشبه السهم العادي في كونه لا يخمل تاريخ استحقاق ولا يحق لحامله المطالبة بالأرباح إلا إذا قررت الإدارة توزيعها وأن مسؤولية حامله محدودة بقيمة السهم، كما يعطي لحامله أفضلية على المساهمين العاديين تتمثل في تحديد نسبة ثابتة من المردودية لهذا السهم تحدد عند الإصدار، وتتشابه الأسهم الممتازة مع السندات في أن نصيب السهم من الأرباح محدود بنسبة معينة من قيمته

الاسمية، هذا ويأتي حملة الأسهم الممتازة بعد حملة السندات من حيث حصولهم على مستحقاتهم، تلجأ الشركات للتمويل عن طريق الأهم الممتازة في عدة حالات نذكر منها:

- إذا كانت كلفتها أقل من تكلفة الأسهم العادية لاسيما أن هذه الأسهم الممتازة تحصل على عوائد ثابتة في حال تحقيقها
- عندما لا تتمكن الشركة من طرح السندات أو الحصول على قروض من المؤسسات المالية المختلفة
- تعد الأسهم الممتازة كمصدر تمويل للشركة وذلك لعدم التزام الشركة بسدادها في تاريخ معين.

4. تقييم الأسهم:

يتم تقييم الأسهم وفقا لطرق سنذكر أهمها فيما يلي:

أ. تقييم السهم وفق معادلة معامل السعر إلى الإيراد:

تهدف هذه الطريقة لمعرفة نسبة معامل السعر بالنسبة للربح وتبين ماهو السعر الذي تقدمه السوق للهم مقارنة مع دخله ويحسب عن طريق تقسيم سعر السهم الحالي P في السوق على ربحية السهم B في الشركة أي: $\frac{P}{\mathrm{B}}$

مثال:

إذا كان سعر السهم 1500 دج وربحه في نهاية الفترة 500 دج فإن معامل السعر إلى الربح هو:

$$\frac{P}{\mathrm{B}}=\frac{1500}{500}=30$$

هنا نسبة سعر السهم إلى الإيراد هو 30% وكلما ارتفعت النسبة دل ذلك على رغبة المستثمرين في شراء أسهم الشركة وذلك بالمقارنة مع شركات أخرى، لكن هذه النسبة لا تعطي أي مدلول عن الكيفية التي يقيم بها الوق سهم الشركة لذا يتم احتساب نسبة سعر السهم إلى الإيرادات لمعرفة ما هي القيمة التي يكون بها المستثمر مستعد لدفعها مقابل سهم الشركة.

ب. تقييم السهم وفق دخله والعائد عليه:

دخل السهم هو جزء من الأرباح الذي توزعه الشركة على المساهمين حسب عدد الأسهم التي يملكونها، وعليه يحسب عائد السهم بتقسيم ربح السهم B على سعر السهم P وهو يمثل نسبة مئوية من الأرباح الناتجة عن شراء السهم، أي:

$$R = \frac{B}{P}$$

مثال:

إذا كانت شركة توزع أرباحا سنوية بمقدار 40 دج عن كل سهم وكان سعر السهم وقت الشراء 1000 دج فإن عائد السهم هو:

$$R = \frac{B}{P} = \frac{40}{1000} = 4\%$$

تكون هذه النسبة مرتفعة في الشركات الكبيرة التي تدفع توزيعات أرباح وتكون أقل في الشركات الناشئة وربما لا تكون هذه النسبة لدى الشركات المنشأة حديثا كونها لا تقوم بتوزيع الأرباح.

ج. نسبة سعر السهم إلى نمو الإيرادات:

تستخدم هذه الطريقة لتقييم السهم بالنظر إلى نسبة نمو السهم مقارنة إلى نسبة معامل السعر إلى الربح، وكذا معرفة حجم النمو المتوقع على إيرادات الشركة، علما أن السعر المرتفع للسهم مقارنة مع الإيرادات لا يشير إلى أن السهم مقيم بأكثر من اللازم، لكنه ناتج عن النمو الكبير المتوقع لإيرادات هذه الشركة في المستقبل، وبالتالي ارتفاع سعر هذا السهم.

تحسب نسبة سعر السهم إلى نمو الإيرادات PCR بقسمة نسبة سعر السهم إلى إيراداته P على نسبة النمو المتوقع في الإيرادات للسنة القادمة CR، أي:

$$PCR = \frac{P}{CR}$$

مثال:

إذا كانت نسبة السعر إلى الإيرادات هو 30 % ونسبة نمو الإيرادات %15 فإن نسبة سعر السهم إلى نمو الإيرادات هو:

$$PCR = \frac{P}{CR} = \frac{30}{15} = 2$$

كلما كانت قيمة PCR أقل كلما كانت قيمة السهم أفضل لأن المستثمر يدفع أقل في هذا السهم مقابل كل وحدة من نمو الإيرادات.

د. نسبة سعر الهم بالنسبة لمبيعاته:

تستعمل هذه الطريقة لتقييم أسهم الشركات الجديدة التي تكون أرباحها منخفضة أو منعدمة، إلا أنها بالمقابل تشهد نمو في نشاطاتها ومبيعاتها وتنتظر في المستقبل نموا في أرباحها.

تحسب النسبة RPV بتقسيم سعر سهم الشركة P على حصة كل سهم من المبيعات V على النحو التالي:

$$\boxed{RPV = \frac{P}{V}}$$

عندما تكون هذه النسبة أقل من الواحد فهي المفضلة للاستثمار.

مثال:

إذا كانت المبيعات السنوية لشركة ما مليار دينار ومجموع قيمة أسهم الشركة 800 مليون دينار فإن:

$$RPV = \frac{P}{V} = \frac{800}{1000} = 0.8$$

هذه النسبة تعني أن المستثمر يدفع 80 سنتيم عن كل دينار من المبيعات

ه. تقييم السهم بطريقة التحليل الأساسي:

التحليل الأساسي هو تحليل القوائم المالية للشركات ومحاولة تقييم الأسهم بقيمتها المعادلة في السوق اعتمادا على وضعها وأرباحها الحالية والمستقبلية مع الأخذ بعين الاعتبار وضع القطاع الذي تعمل به الشركة ونوعية السهم وجودته بين منافسيه.

التحليل الأساسي هو طريقة لتقدير قيمة السهم بتحليل البيانات المالية الأساسية للشركة كالإيرادات وتوزيعات الأرباح ومبيعات الشركة، من أهم أدوات التحليل الأساسي نجد تحليل النسب بالإضافة إلى أسلوب نموذج الخصم والمتمثلة في خصم التدفقات النقدية المتوقعة، يتم القيام بالتحليل الأساسي من خلال ثلاثة

مراحل أساسية تبدأ بتحليل الظروف الاقتصادية أولا ثم تحليل القطاع الإنتاجي الذي تنتمي إليه الشركة ثانيا وتحليل وضعية المؤسسة الاقتصادية ثالثا.

و. **تقييم السهم بطريقة التحليل الفني:**

يعتمد التحليل الفني على التنبؤ بحركة السهم صعودا أو هبوطا في المستقبل وهو أسلوب يعتمد على الوقت الحالي وينصب اهتمام المحلل على الحركة الحالية للسوق و الأسهم، فقرار الشراء والبيع يقوم على حركة السوق والأسهم صعودا أم هبوطا.

تمارين خاصة بمحور الفائدة البسيطة والخصم

تمرين 01:

قام شخص بتوظيف مبلغين في أحد البنوك بمعدل فائدة بسيطة 6% حيث وظف المبلغ الأول لمدة 300 يوم و الثاني لمدة 120 يوم و قد بلغ مجموع الفوائد الناتجة عن التوظيف 900 دج فإذا علمت أن المبلغ الأول و الثاني متناسبين مع الأعداد 2 و 4 على التوالي:

1- أحسب قيمة المبلغين الموظفين

2- أحسب الرصيد المحصل عليه

3- ما هي الفائدة المحصل عليها من توظيف الرصيد المحصل عليه من عملية التوظيف السابقة إذا تم توظيفه في بنك آخر بمعدل فائدة 6.5 % خلال الفترة الممتدة من 2020/06/16 إلى 2020/09/27 ثم أحسب الجملة.

تمرين 02:

وظف "شخص مبلغين من المال الفرق بينهما هو 10000 دج بمعدل فائدة 6% ، إذا وظف المبلغ الأول لمدة 4 أشهر زيادة على مدة توظيف المبلغ الثاني والفائدة البسيطة المحصلة من المبلغ الأول هي ضعف الفائدة المحصلة من المبلغ الثاني، علما أنه إذا استثمر مجموع الفوائد بمعدل فائدة 4% لمدة 3 أشهر فسيتحصل على فائدة قدرها 36 دج.

- ما هو مقدار الفائدة الناتجة عن توظيف كل مبلغ؟
- أحسب قيمة كل مبلغ
- ما هي مدة كل استثمار؟

تمرين 03:

تم توظيف أربع مبالغ بالبنك تشكل فيما بينها حدود متتالية حسابية متعاقبة وجموعها هو 32000 دج علما أن قيمة المبلغ الأول هي 5000 دج .

- أحسب قيمة كل مبلغ

إذا علمت أنه بعد توظيف المبلغ الأول والثاني تحصلنا على فوائد متساوية بنفس المعدل مع العلم أن فترة توظيف المبلغ الأول أكبر من فترة توظيف المبلغ الثاني بـ 12 يوم.

- أوجد فترة التوظيف للمبلغ الأول والمبلغ الثاني.

تمرين 04:

ثلاثة أوراق تجارية بتاريخ استحقاق واحد قدمت للخصم في نفس اليوم بتاريخ 03 فيفري 2019 علما أن القيمة الاسمية للورقة الأولى هي 43740 دج وللثانية 48600 دج وللثالثة 72900 دج، إذا كان معدل خصم الورقة الأولى هو 8% و مبلغ خصم كل ورقة هو 486 دج.

- أحسب معدل خصم الورقة الثانية والثالثة.
- تاريخ استحقاق كل ورقة تجارية.

تمرين 05:

قام شخص بخصم ثلاثة أوراق تجارية في نفس البنك قيمها الاسمية متناسبة على الترتيب مع الأعداد التالية 2، 5، 9 ومجموع هذه القيم الاسمية 25600 دج.

- ما هي القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية.
- إذا كان المبلغ الإجمالي الذي حصل عليه الشخص من الأوراق التجارية الثلاث بعد خصمها بنفس المعدل هو 25407 دج فما هي قيمة هذا المعدل؟

تمرين 06:

خصم تاجر ورقتين تجاريتين بمعدل 4.5% الورقة الأولى تستحق بعد 34 يوم والثانية بعد 52 يوم علما أن القيمة الاسمية للورقة الأولى تساوي 3/2 من القيمة الاسمية للورقة الثانية ومجموع الخصمين هو 224 دج.

- أحسب القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية.
- إذا كان تاريخ استحقاق الورقة الأولى هو 23 أكتوبر 2020 وتاريخ استحقاق الورقة الثانية هو 05 نوفمبر 2020 فما هو تاريخ خصمهما؟

تمرين 07:

لدى تاجر ثلاث أوراق تجارية تشكل فيما بينها متتالية هندسية مع العلم أن القيمة الاسمية للورقة الأولى تقدر بـ 2400 دج وتواريخ استحقاق هذه الأوراق هي 16 مارس، 11 أفريل، 20 ماي على الترتيب وتاريخ التكافؤ يوم 16 مارس

- حدد القيمة الاسمية للورقة الثانية والثالثة إذا كان تاريخ الاستحقاق المتوسط يوم 24 أفريل
- نفس السؤال السابق إذا كانت القيم الاسمية تشكل فيما بينها حدود متتالية حسابية.

تمرين 08:

بتاريخ 01 جانفي تم الاتفاق بين طرفين على ورقة تجارية يتم استبدالها بورقة أخرى فإذا كانت لديك المعلومات التالية حول العملية:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 8400 دج تستحق بتاريخ 31 جانفي
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 8433 دج تستحق بتاريخ 20 فيفري

المطلوب:

- أوجد معدل الخصم
- قام الطرف الدائن بخصم الورقة التجارية بتاريخ 31 جانفي فما المبلغ المحصل من العملية؟

تمرين 09:

تم الاتفاق بين الدائن والمدين في 20 جويلية على استبدال ثلاثة أوراق تجارية بورقة وحيدة حيث الورقة الأولى قيمتها الاسمية 1400دج مستحقة في 30 جويلية، الورقة الثانية قيمتها الاسمية 1200دج مستحقة في 15 أوت أما الورقة الثالثة فقيمتها الاسمية 1000دج مستحقة في 20 سبتمبر، علما أن معدل الخصم 12%

- حدد تاريخ استحقاق الورقة الجديدة إذا كانت قيمتها الاسمية تساوي 3350دج.

تمارين خاصة بمحور الفائدة المركبة والدفعات

تمرين 01:

رأس مال قيمته 2000000 موظف لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة سنوي مركب 9%

المطلوب:

- أحسب القيمة المكتسبة بعد 8 سنوات
- أحسب الفائدة الخاصة بالسنة الثامنة
- حساب الوقت اللازم لتوظيف هذا المبلغ لمضاعفة قيمته

تمرين 02:

وزع شخص مبلغا من المال مقداره 352688.9 دج على أبنائه الثلاثة حيث أعمارهم على التوالي 12 سنة، 14 سنة و16 سنة حيث تتساوى القيم المكتسبة عندما يبلغ كل واحد منهم 19 سنة.

المطلوب:

- إذا كان معدل الفائدة المركبة 4% ما هو نصيب كل واحد؟
- بافتراض أن التوزيع يتم بشكل متساوي بين الأبناء الثلاث بتاريخ توزيع هذا المبلغ بمعدل فائدة مركبة 4%، فما هو المبلغ الذي يحصل عليه كل واحد عند بلوغ سن 19 سنة؟

تمرين 03:

ثلاث رؤوس أموال تشكل قيمها الاسمية حدود متتالية هندسية متزايدة أساسها 2 عند خصمها بمعدل معين لمدة ست سنوات فإن مجموع قيمها الحالية هو 13058.76 دج وإذا خصمت بنفس المعدل السابق لمدة 8 سنوات فإن مجموع قيمها الحالية هو 11844.68 دج.

المطلوب:

- أحسب معدل الخصم ثم رؤوس الأموال الثلاثة
- أحسب مبلغ الخصم المركب لكل مبلغ.

تمرين 04:

وظف شخص مبلغا من المال قدره 100000دج بمعدل سنوي 7% بفوائد مركبة لمدة 5 سنوات

المطلوب:

- ما هو المعدل السداسي الذي يسمح بالحصول على نفس القيمة المكتسبة ؟
- ما هي المدة الزمنية اللازمة لتوظيف هذا المبلغ لكي يتضاعف 3 مرات بمعدل فائدة سنوي 10% ؟
- ما هو المعدل الفصلي المكافئ ثم المعدل السداسي المتناسب الذي يسمح بالحصول على نفس القيمة المكتسبة في السؤال الثاني؟
- ما هو الزمن اللازم لتوظيف هذا المبلغ بفوائد بسيطة وبنفس المعدل للحصول على نفس الفوائد بالتوظيف الأول؟

تمرين 05:

ثلاثة رؤوس أموال متساوية موظفة بفائدة مركبة لمدة 3 سنوات وفقا للشروط التالية:

- المبلغ الأول بمعدل سنوي 10 % يترسمل سنويا
- المبلغ الثاني بمعدل سداسي 5 % يترسمل سداسيا
- المبلغ الثالث بمعدل فصلي 2.5 % يترسمل فصليا

بعد ثلاث سنوات من الاستثمار الفرق بين فوائد المبلغين الأولين 272.87دج

المطلوب:

- أحسب قيم المبالغ الثلاثة الموظفة
- أحسب الفرق بين الفوائد المكتسبة للمبلغين الثاني والثالث
- بعد كم من الوقت يحتاج المبلغ الأول إذا أودع بفائدة بسيطة بمعدل 10% ليعطي نفس القيمة المكتسبة لو أودع بفائدة مركبة بنفس المعدل السنوي 10% لمدة 4 سنوات

تمرين 06:

مؤسسة مدينة بالمبالغ التالية:

- 2000000 دج تستحق بعد 5 سنوات
- 3000000 دج تستحق بعد 7 سنوات
- 4500000 دج تستحق بعد 8 سنوات

المطلوب:

- حدد مدة الاستحقاق المتوسط لهذه الديون مع العلم أن معدل الفائدة المركبة هو 8% سنويا
- سددت المؤسسة الدين الأول وعوض الدينين الباقيين بدين وحيد يستحق بعد 6 سنوات حدد قيمة الدين الجديد بنفس المعدل السابق

تمرين 07:

اشترى شخص قطعة أرض فدفع 20% من قيمة الأرض نقدا وفورا والباقي بواسطة 7 دفعات ثابتة ومتساوية ابتداءا من نهاية السنة الثالثة حيث أن الدفعات الثلاثة الأولى بقيمة 25000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي 11% والدفعات المتبقية بقيمة 30000 دج بمعدل فائدة مركبة سنوي 10%

المطلوب:

- ما قيمة قطعة الأرض؟
- بعد تسديد الدفعة الثالثة طلب المقترض تسديد الباقي على دفعتين ما قيمة كل دفعة؟

تمرين 08:

من أجل شراء عتاد بمبلغ 500000 دج تم اقتراح الطرق التالية للتسديد:

1- دفع مبلغ 80000 دج مباشرة والباقي بواسطة 8 دفعات ثابتة تدفع الأولى بعد سنتين والثانية بعد 4 سنوات وهكذا كل سنتين بمعدل فائدة مركب سنوي 5%

2- دفع 12 دفعة سنوية في نهاية المدة تدفع الأولى بعد 4 سنوات من تاريخ الشراء بمعدل فائدة سداسي 3%

3- دفع 8 دفعات سنوية تدفع في نهاية كل سداسي تدفع الأولى بعد 3 سداسيات من تاريخ الشراء وهكذا كل 3 سداسيات بمعدل فائدة سنوي 7%

4- دفع 16 دفعة ثلاثية تدفع الأولى بعد ثلاثيين وهكذا بمعدل فائدة ثلاثي 25%

المطلوب:

أحسب مبلغ الدفعة الثابتة في كل حالة

تمرين 09:

في نهاية كل سنة نوظف مبلغ 10000 دج لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي 5% وبعد آخر دفعة وفي نهاية السنة الخامسة التي تليها نسحب دفعة مبلغها 10000 دج لمدة 10 سنوات

المطلوب:

- ما المبلغ الذي نحصل عليه مباشرة بعد آخر سحبة
- ما مبلغ السحبة الثابت لكي تكون النتيجة عند آخر سحبة معدومة

تمرين 10:

أراد مؤسسة شراء تجهيزات فقام بإيداع مبالغ بقيمة 10000 دج في بداية كل سداسي لمدة معينة بمعدل فائدة 6.5% للسداسي فحقق بعد هذه المدة جملة تساوي 46936.41 دج وتساوي نصف ثمن التجهيزات.

- أحسب مدة الإيداع حسب هذه الشروط.

في نهاية المدة السابقة للإيداع اشترى هذا السابقة للإيداع اشترى هذا المدير التجهيزات فعلا في نفس التاريخ ودفع نصف ثمنها على أن يدفع النصف الباقي على دفعات لنهاية السنة الرابعة ابتداء من سنة و 9 أشهر من تاريخ الشراء وبمعدل فائدة سنوي 8.5% على أن يطبق نفس المعدل السداسي لـ 9 أشهر

- أحسب قيمة التجهيزات عند بداية أول سنة دفع
- أحسب قيمة الدفعة الواحدة لنهاية السنة
- أحسب قيمة التجهيزات عند نهاية الدفع
- عند تقديم الدفعة الثانية اتفق المدير مع البنك أن يدفع الباقي من دينه في تاريخ الدفعة الأخيرة بورقة تجارية، أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة ثم قيمتها الحقيقية أو الحالية.

تمرين 11:

يدخر شخص في بداية كل شهر دفعات ثابتة دفعت الأولى مباشرة بمعدل فائدة سنوي 4% حيث الرسملة الشهرية من أجل الحصول على رأس مال قدره 5000 دج وقد اختار طريقتين للتوظيف هما:

أ- توظيف دفعات شهرية مبلغ كل منها 2000 دج

ب- توظيف دفعات شهرية لمدة 2 سنة (24 دفعة)

المطلوب:

- أحسب المعدل الشهري المكافئ
- أحسب عدد الدفعات بالطريقة أ
- أحسب مبلغ الدفعة الثابتة للطريقة ب

تمرين 12:

تودع مؤسسة من أرباحها سنويا قيمة 4000 دج بنسبة معينة فبلغت القيمة الحالية لعدد منها 10125.18 دج في حالة اعتبارها دفعات سداد وفي حالة اعتبارها دفعات استثمار بلغت 110364462دج

المطلوب:

- احسب معدل التوظيف
- احسب عدد الدفعات باستخدام قانون القيمة الحالية لبداية المدة
- لو كانت القيمة الحالية لبداية المدة 17800 دج أحسب مبلغ الدفعة الثابتة
- لو كانت القيمة الحالية لدفعات بداية المدة 10942.148 دج أحسب معدل الخصم

تمارين خاصة بمعايير اختيار الاستثمارات، القروض واهتلاكها وتقييم الأسهم والسندات

تمرين 01:

عرض على مؤسسة مشروعين بديلين يتطلب كل منهما استثمارا أوليا مقداره 10000 دج ولكل مشروع حياة إنتاجية قدرت بخمس سنوات حيث تدفع المؤسسة ضرائب بنسبة 50 % وتشترط عائد مقداره 10% وسيتم استهلاك المشروعين بإتباع طريقة القسط الثابت مع افتراض عدم وجود أية قيمة للخردة لكل من المشروعين ومن المتوقع أن تكون التدفقات النقدية قبل الاستهلاك والضريبة من المشروعين كما يلي:

السنة	المشروع الأول	المشروع الثاني
1	4000	6000
2	4000	3000
3	4000	2000
4	4000	5000
5	4000	5000
المجموع	20000	21000

المطلوب: حساب ما يلي للمشروعين:

- مدة استرداد الاستثمار
- صافي القيمة الحالية
- دليل الربحية
- معدل العائد الداخلي

تمرين 02:

تلقت مؤسسة عرضين بهدف تجديد جزء من تجهيزاتها حيث:

- العرض الأول:

سعر شراء العتاد 178000 دج مصاريف النقل 10% من سعر الشراء مدة استعماله 7 سنوات وقيمته المتبقية السوقية هي 5% من تكلفة شرائه والإيرادات الصافية المتوقعة في نهاية السنة هي 46000 دج للسنتين الأوليتين و 58000 دج للسنوات المتبقية.

- العرض الثاني:

تكلفة شراء العتاد 175000 دج ومدة استعماله 7 سنوات مصاريف الصيانة المنتظرة في نهاية كل من السنة الثانية والسادسة هي 12500 دج أما الإيرادات الصافية المتوقعة في نهاية السنة هي 42500 دج للسنتين الأوليتين و 38600 دج للسنوات الأربعة الموالية 32400 دج للسنة الأخيرة

المطلوب: بمعدل 6% سنويا أي عرض تنصح به المؤسسة اعتمادا على طريقة القيمة الحالية الصافية

تمرين 03:

بعد دراسة مجموعة من المشاريع تم تقديم اثنين منها للإدارة في إحدى المؤسسات، للفصل في اختيار أحدهما وكانت مميزات المشروعين حسب الجدول التالي، الذي يوضح قيمة الحيازة وصافي التدفق النقدي الصافي لكل منهما.

المشاريع	قيمة الحيازة	1	2	3	4	5	6
الأول	125000	15000	25000	38500	45000	26500	15000
الثاني	110000	10000	12000	25000	30000	–	–

المطلوب:

- قم بحساب المعدل المتوسط للعائد من المشروعين
- أي المشروعين تختاره المؤسسة إذا كان معدل الفائدة الموجود في السوق يقدر بـ 20%

تمرين 04:

لتمويل استثمار اقترضت مؤسسة مبلغ 200000 دج بمعدل فائدة سنوي 10% سدد بواسطة 8 دفعات ثابتة تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى من الحصول على القرض

المطلوب:

- أحسب مبلغ الدفعة الثابتة
- إعداد جدول اهتلاك هذا القرض

تمرين 05:

قرض يسدد بواسطة 10 دفعات ثابتة تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى من استلام القرض إذا علمت أن معدل الاهتلاك هو10% وأن مجموع الاهتلاك الثاني والثالث والرابع والخامس هو 12812.862دج

المطلوب:

- أحسب الاهتلاك الأول
- أحسب أصل القرض
- أحسب القسط الثابت

تمرين 06:

أصدرت مؤسسة قرض سندي مكون من 5000 سند القيمة الاسمية للسند الواحد هي 300 دج تم تسديده من خلال 12 مسحوبات بمعدل فائدة سنوي 4.5% علما أن قيمة السند عند السداد هي 320 دج.

المطلوب:

- أحسب قيمة الدفعة
- أحسب قيمة الاهتلاك الأول
- إعداد جدول اهتلاك القرض

1- باشيوة لحسن عبد الله ، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الأردن، 2013 .

2- بن طلحة صليحة ، **الرياضيات المالية**، منشورات الدار الجزائرية، الجزائر 2015.

3- بودرامة مصطفى ، **الرياضيات المالية**، البدر للنشر والتوزيع، الجزائر، 2005.

4- بن عوف عبد الكريم منصور ، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

5- دادي عدون ناصر ، **الرياضيات المالية**، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 2010.

6- شقيري موسى نوري وآخرون، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، 2016.

7- بوجنان خالدية، **محاضرات في الرياضيات المالية**، مطبوعة غير منشورة، جامعة ابن خلدون تيارت، الجزائر، 2016 – 2017.

8- منصر إلياس، **محاضرات في الرياضيات المالية**، مطبوعة غير منشورة، جامعة آكلي محمد أولحاج البويرة ، الجزائر، 2015 – 2016

9- Benjamin Lagro, **Mini Manuel de Mathématiques Financières**, Edition Dunod, France, 2011.

10- Martin Baxter, **Financial Calculus to the Matematics of Financial Derivatives**, 3rd Edition Elsevier, USA, 1996.