الفصل الأوّل: الفائدة المركبة

1- مفهوم الفائدة :

يمكن تعريف الفائدة عموما على أنها العائد الذي يحصل عليه المودع مقابل إيداعه مبلغا معلوما من المال لمدة معينة وبمعدل متفق عليه. كما تمثل أيضا الأجر الذي يدفعه المدين المقترض إلى الدائن المقرض مقابل انتفاع الأول بمال الثاني لمدة معينة وبمعدل متفق عليه.

فإذا أودع شخص معين مبلغا من المال من أحد البنوك، فإنّه يتحصّل في نهاية مدة الإيداع على المبلغ الذي أودعه مضافا إليه الفائدة المستحقة له إلى غاية نهاية المدة بالمعدل المتفق عليه . أما إذا اقترض شخص مبلغا من أحد البنوك، فإنه في نهاية مدة الاقتراض يدفع للبنك قيمة القرض مضافا إليها الفوائد المترتبة عليه من عملية الاقتراض وبالمعدل المتفق عليه.

و بالتالي يتوقف حساب الفائدة على ثلاثة عناصر أساسية وهي:

- المبلغ المودع أو المقترض و نرمز له بالرمز (أ)
- معدل الفائدة السنوي ونرمز له بالرمز (ع)
- مدة الإيداع أو الاقتراض ونرمز لها بالرمز (ن)

2- تعريف الفائدة المركبة:

تعرف الفائدة المركبة على أنها عائد رأس المال المستثمر في نهاية مدة زمنية تفوق عادة السنة الواحدة. وبالتاي نقول عن فائدة أنّها مركبة إذا أضيفت في نهاية كل وحدة زمنية إلى رأس المال الأصلي المستثمر لكي تعطي بدورها فائدة خلال الوحدة الزمنية الموالية[1]،

من هذا التعريف نجد أن المبلغ الذي يحسب على أساسه الفائدة المركبة في تزايد مستمر بقيمة الفوائد المحققة خلال الوحدات الزمنية السابقة وهذا هو أساس الفرق بينها وبين الفائدة البسيطة التي تتسم بثبات رأس المال الذي تحسب على أساسه الفائدة والمتمثل في المبلغ الأصلي .

من هنا نستنتج أنّ :

الفائدة المركبة = الفائدة البسيطة، إذا كانت الوحدة الزمنية تساوي الواحد .

الفائدة المركبة > الفائدة البسيطة، إذا كانت الوحدة الزمنية أكبر من الواحد.

نرمز للفائدة المركبة بالرمز (ف م).

---

[1] فيما يتعلق بالعمليات المالية الطويلة الأجل، فإن الوحدة الزمنية الأكثر إستعمالا هي السنة وفي بعض الأحيان نستعمل أجزاء السنة كالسداسي و الثلاثي والشهر ...

3- قانون الجملة المركبة :

نفرض أن شخص يستثمر مبلغ من المال أ بمعدل فائدة مركبة سنوي ع ولمدة ن من السنوات . ففي نهاية هذه السنوات يكون هذا الشخص قد تحصّل على المبلغ المستثمر أ مضافا إليه الفوائد المركبة المستحقة له خلال سنوات الاستثمار .ونسمي المبلغ الإجمالي المتحصل عليه بالجملة المركبة و نرمز لها بالرمز ج .

إذن **ج = أ + مج فـم**

و لاستنتاج كيفية حساب الجملة المركبة نستعين بالجدول التالي :

الوحدات الزمنية	رأس المال المستثمر في بداية الوحدة الزمنية	الفائدة المحصل عليها خلال الوحدة الزمنية	الجملة المتحصل عليها في نهاية كل وحدة زمنية
1	$أ_0 = أ$	$ف_1 = أ\ ع$	$ج_1 = أ + أع = أ(1+ع)$
2	$أ_1 = أ(1+ع)$	$ف_2 = أ(1+ع)ع$	$ج_2 = أ(1+ع) + أ(1+ع)ع = أ(1+ع)^2$
3	$أ_2 = أ(1+ع)^2$	$ف_3 = أ(1+ع)^2 ع$	$ج_3 = أ(1+ع)^2 + أ(1+ع)^2 ع = أ(1+ع)^3$
4	$أ_3 = أ(1+ع)^3$	$ف_4 = أ(1+ع)^3 ع$	$ج_4 = أ(1+ع)^3 + أ(1+ع)^3 ع = أ(1+ع)^4$
.	...	...	...
.	...	...	...
.	...	...	...
ن-1	$أ_{ن-2} = أ(1+ع)^{ن-2}$	$ف_{ن-1} = أ(1+ع)^{ن-2} ع$	$ج_{ن-1} = أ(1+ع)^{ن-2} + أ(1+ع)^{ن-2} ع = أ(1+ع)^{ن-1}$
ن	$أ_{ن-1} = أ(1+ع)^{ن-1}$	$ف_ن = أ(1+ع)^{ن-1} ع$	$ج_ن = أ(1+ع)^{ن-1} + أ(1+ع)^{ن-1} ع = أ(1+ع)^ن$

من خلال الجدول أعلاه نستنتج القانون الأساسي لحساب الجملة المركبة :

$ج_ن = أ(1+ع)^ن$ حيث [2] :

---

[2] تسهيلا للعمليات الحسابية تم حساب قيمة $(1+ع)^ن$ في جداول مالية بمعدلات فائدة تتراوح بين 1.5 % و25 % لمدة تتراوح بين وحدة زمنية واحدة و50 وحدة زمنية (انظر الجدول المالي رقم1).

أ هو رأس المال المقترض أو المودع

ع هو معدل الفائدة السنوي

ن هي مدة الاقتراض أو الإيداع بالسنوات

ج هي الجملة المركبة في نهاية مدة الاقتراض أو الإيداع.

تطبيق 1:

كم يصبح رأسمال قدره 10.000 دينار أودع في بنك بمعدل فائدة مركبة قدره 5 % سنويا لمدة 4 سنوات.استعمل الطريقة المفصلة ثم القانون الأساسي .

الحل :

$ف_1 = أ \times ن \times ع = 10000 \times 1 \times 0.05 = 500$ د

$ج_1 = أ + ف_1 = 10000 + 500 = 10500$ د

$ف_2 = ج_1 \times ن \times ع = 10500 \times 1 \times 0.05 = 525$ د

$ج_2 = ج_1 + ف_2 = 10500 + 525 = 11025$ د

$ف_3 = ج_2 \times ن \times ع = 11025 \times 1 \times 0.05 = 551.25$ د

$ج_3 = ج_2 + ف_3 = 11025 + 551.25 = 11576.25$ د

$ف_4 = ج_3 \times ن \times ع = 11576.25 \times 1 \times 0.05 = 578.8125$د

$ج_4 = ج_3 + ف_4 = 11576.25 + 578.8125 = 12155.063$د

باستعمال قانون الفائدة المركبة مباشرة :

$ج_4 = أ(1+ع)^{ن}$

$ج_4 = 10000(1.05)^4$

ومنه ج = 10000 × 1.215506 = 12155.06 د

أي أن الجملة المركبة المحصل عليها بعد 4 سنوات من التوظيف بمعدل فائدة قدره 5 % هي **12155.063دينار** .

ملاحظة:

يمكن الاتفاق على حساب الفوائد لأكثر من مرة في السنة، وفي هذه الحالة يذكر المعدل عن جزء من السنة كالمعدل السداسي والثلاثي أو عن كل شهرين وكل أربعة أشهر...إلخ. فلا يختلف الأمر عند حساب الجملة المركبة إلاّ أننا نحول مدة التوظيف أو الاقتراض إلى وحدات زمنية تتفق مع معدل الفائدة المذكور وذلك بضرب المدة بالسنوات في عدد مرات الرسملة أو حساب الفوائد في السنة.

تطبيق 2:

كم يصبح رأس مال قدره 8000 دينار وظف خلال 6 سنوات بمعدل سداسي قدره 3 % مع رسملة سداسية للفوائد.

الحل:

في هذه الحالة هناك رسملة سداسية للفوائد، هذا يعني أننا نحسب الفوائد في نهاية كل سداسي. وبما أنّ معدل الفائدة المعطى في التطبيق سداسي يجب تحويل المدة الزمنية إلى السداسيات.

ن= 6×2= 12 سداسي

$ج_6 = أ(1+ع)^{ن}$

أي ج = $8000(1.03)^{12}$ = 8000 × 1.425761 = 11406.08 د

أي أن الجملة المركبة المحصل عليها بعد 6 سنوات من التوظيف بمعدل فائدة سداسي قدره 3 % هي **11406.08 دينار**

4- قانون الفائدة المركبة :

الفائدة المركبة المستحقة في نهاية مدة التوظيف أو الاقتراض هي الفرق بين الجملة المركبة والمبلغ الأصلي في بداية المدة .

$ف_م = ج - أ = أ(1+ع)^{ن} - أ = أ[(1+ع)^{ن} - 1]$

و بالتالي :

$ف_م = أ [(1+ع)^{ن} - 1]$

تطبيق 3:

احسب الفائدة المركبة الناتجة عن توظيف رأس مال قدره 12000 دينار لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة قدره 5 % سنويا.

الحل:

نطبق قانون الفائدة المركبة مباشرة

$ف_م = أ[(1+ع)^{ن} - 1]$

أي $ف_م$ = 12000 $[(1.05)^{8} - 1)]$

ومنه $ف_م$ = 12000 × 0.477455 = 5729.46 دينار

أي أن االفائدة المركبة المستحقة بعد 8 سنوات من التوظيف بمعدل فائدة سنوي قدره 5 % هي **5729.46 دينار**

ملاحظات:

يمكن استعمال العلاقات المستنتجة التالية لإيجاد كل من المعدل والمبلغ الأصلي و الفائدة المركبة:

$ع = (ف_{م_ن} - ف_{م_{ن-1}}) / ف_{م_{ن-1}}$

$ع = (ج_ن - ج_{ن-1}) / ج_{ن-1}$

$أ = ف_1 \times ف_1 / (ف_{م_2} - ف_1)$

$ف_{م_ن} = ف_{م_ر}(1+ع)^{ن-ر} = ف_1 (1+ع)^{ن-1}$

تطبيق 4:

إذا علمت أنّ الفائدة البسيطة لمبلغ معين خلال 5 سنوات هي 2400 دينار وأنّ الفائدة المركبة خلال السنة الثانية كانت 510 دينار.

احسب كلا من معدل الفائدة وأصل المبلغ ؟

الحل:

لدينا $ع = (ف_{م_ن} - ف_{م_{ن-1}}) / ف_{م_{ن-1}} = (ف_{م_2} - ف_1) / ف_1$

$ف_1 = 2400/5 = 480$ د و $ف_{م_2} = 510$ د

إذن $ع = 510-480/480 = 0.0625$

و منه ع= 6.25 %

ولدينا $أ = ف_1 \times ف_1 / (ف_{م_2} - ف_1)$

إذن $أ = 480 \times 510-480/480 = 230400 /30 = 7680$ د

ومنه أ = 7680 دينار

5- طرق حساب الجملة المركبة:

لإيجاد الجملة المركبة في نهاية فترة زمنية صحيحة ن يمكن استعمال الطرق التالية:

- **طريقة الضرب البسيط :**

تستعمل هذه الطريقة إذا كانت المدة الزمنية صغيرة، حيث نلاحظ طول العمليات الحسابية وصعوبتها كلما كبر عدد وحدات الزمن، ولذلك لا تستخدم هذه الطريقة كثيرا في الحياة العملية لأنّها مضيعة للوقت وتعرضنا للأخطاء الحسابية.

تطبيق 5:

كم تبلغ جملة رأس مال قدره 1000 دينار أستثمر لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره 6 % سنويا.

الحل:

لدينا $ج_ن = أ(1+ع)^ن$ معنى ذلك ان :

$ج_3 = 1000(1.06)^3$

$ج_3 = 1000(1.06 \times 1.06 \times 1.06)$

$ج_3 = 1000 \times 1.191016 = 1191.016$ د

و منه **$ج_3$ = 1191.016 دينار**

- **<u>طريقة اللوغاريتمات</u>** :

تحتاج هذه الطريقة إلى دراية بالدوال اللوغاريتمية و هي كالتالي :

لدينا $ج_ن = أ(1+ع)^ن$ بإدخال اللوغاريتم على طرفي المعادلة يصبح لدينا:

لو $ج_ن$ = لوأ + ن لو(1+ع)

و يصبح **$ج_ن = هـ^{لوأ + ن لو(1+ع)}$** حيث هـ هي الدالة الأسية

تطبيق 6:

استعمل نفس معطيات التطبيق 5 و احسب الجملة المركبة باستخدام طريقة اللوغاريتم .

الحل

لدينا $ج_ن = أ(1+ع)^ن = 1000(1.06)^3$

و لوج$_3$ = لو 1000 +3 لو 1.06

لو ج$_3$= 6.9077553 +(3×0.0582689)

أي لوج$_3$=7.082562024

إذن ج$_3$ = $هـ^{7.082562024}$ = **1191.016** د

ومنه **$ج_3$ = 1191.016 دينار**

- **<u>طريقة الجداول المالية:</u>**

وهي الطريقة الأكثر شيوعا في الحياة العملية نظرا لسهولة العمل بها، وما توفره من وقت وجهد كبيرين، حيث تم إعداد جداول مالية يمكن استعمالها في المسائل المالية والتجارية. وتحتوي هذه الجداول على ست جداول فرعية أعطي لكل واحد منها رقما للتمييز بينها. وأوّلها الجدول المالي رقم 1 والذي يمثل الجملة المركبة لرأس مال قدره 1 دينار بمعدل ع % يتراوح بين 1.5% و25% لفترات زمنية تصل إلى 50 وحدة زمنية. والقيم معطاة بتقريب ستة أرقام بعد الفاصلة.

فإذا أردنا حل نفس المثال السابق، نبحث في الجدول المالي رقم1القيمة المقابلة ل(1+ع)ن عند تقاطع المعدل ع= 6% أفقيا والمدة ن = 3 سنوات سنويا حسب الجدول التالي:

المعدل (%) / السنوات	1.5	1.75	2	2.25	....	6	.....	25
1								
2								
3						1.191016		
4								
.								
.								
50								

أي ج$_3$ = 1000 ×1.191016= **1191.016**د

ومنه ج$_3$ = **1191.016** دينار

6- طرق حساب الجملة المركبة في حالة كون المدة غير صحيحة :

أثناء اشتقاقنا للقانون العام للفائدة المركبة افترضنا أن مدة الاقتراض (ن) عدد صحيح، لكن في الواقع قد تكون هذه المدة غير صحيحة أي كسرية .

مثلا : المدة المستعملة تساوي 5 سنوات و4 أشهر.

إن مثل هذه المسائل يمكن حلها بطريقتين :

- **<u>الحل العقلاني أو الرياضي</u>:**

تعتمد هذه الطريقة على استعمال القانون العام للجملة المركبة بالنسبة للجزء الصحيح من المدة واستعمال قانون الفائدة البسيطة على الجزء العشري، بحيث لا يمكن رسملة الفوائد إلا في نهاية الفترة ن كاملة.

لنفرض أن : ن = (ل+ ش/12)

حيث تشير: ن إلى مدة التوظيف أو الاقتراض.

ل إلى الجزء الصحيح من المدة أي السنوات.

ش/12 تمثل الجزء العشري من المدة أي الأشهر .

إذن بعد مرور (ل) سنة من التوظيف فإن الجملة المركبة لرأس المال قدره (أ) تصبح :

ج $_{ل}$ = أ$(1+ع)^{ل}$

نقوم بحساب الفائدة البسيطة للجملة ج $_{ل}$ للجزء العشري من المدة الباقية أي :

ف = ج $_{ل}$ × ش/12 × ع = أ(1+ع)^{ل} × ش/12× ع

إذن تصبح الجملة ج $_{ن}$ الناتجة عن مدة الاقتراض الصحيحة ل والعشرية ش/12:

ج $_{ن}$ = أ(1+ع)^{ل} +[(1+ع)^{ل} ×ش/12× ع] أي:

$$ج_{ن} = أ(1+ع)^{ل}(1+ ش/12×ع)$$

$$C_n = C_0(1+t)^q\left(1+\frac{m}{12}\times t\right)$$

تطبق7 :

أودع تاجر مبلغ 5000 دينار في أحد البنوك يحسب الفوائد المركبة بمعدل 10 % سنويا .احسب الجملة المستحقة له في نهاية 5 سنوات و4 أشهر باستعمال الحل العقلاني.

الحل :

ج$_{ل}$ = أ(1+ع)^{ل} (1+ ش/12× ع)

ج$_{(12/4+5)}$ = 5000(1.1)^{5} (1+ 12/4×0.1)

ج$_{(12/4+5)}$ = 5000 × 1.61051 × 1.033333 =8320.96 د

إذن ج$_{(12/4+5)}$ = **8320.96 دينار**.

- **<u>الحل التجاري</u>:**

يعتمد الحل التجاري على استخدام الجدول المالي رقم 1بالنسبة للجزء الصحيح ل والجدول المالي رقم 6 بالنسبة للجزء العشري ش/12 حسب القانون التالي :

ج $_{ن}$ = أ (1+ع)^{ل}(1+ع)$^{ش/12}$

$$C_n = C_0(1+t)^q(1+t)^{m/12}$$

تطبيق8 :

حل نفس المثال السابق باستعمال الحل التجاري؟

الحل :

ج $_{ن}$ = أ(1+ع)^{ل}(1+ع)$^{ش/12}$

ج$_{(12/4+5)}$ = 5000(1.1)^{5} (1.1)$^{12/4}$

ج$_{(12/4+5)}$ = 5000 × 1.61051 × 1.03228=8312.48 د

إذن ج$_{(12/4+5)}$= **8312.48 دينار**

نلاحظ أنه يوجد فرق ضئيل مابين الحل التجاري والحل العقلاني .

- **<u>الحل عن طريق حصر وفرق الجداول المالية</u>:**

في هذه الحالة نطبق القانون العام للجملة المركبة ونقوم بضرب نتيجة الجدول المالي رقم 1 في قيمة رأس المال المودع أو المقترض. لكن في الجداول المالية تقتصر المدد الزمنية على أعداد صحيحية فقط لهذا نقوم بعملية الحصر، وذلك بحصر المدة الزمنية غير الصحيحة بين مدتين زمنيتين صحيحتين متتاليتين موجودتين في الجدول المالي كما يلي :

$ج_{ن} = أ(1+ع)^{(ل+ش/12)}$

ولإيجاد نتيجة $(1+ع)^{(ل+ش/12)}$ نقوم بالحصر التالي:

$$(1+ع)^{ل} < (1+ع)^{(ل+ش/12)} < (1+ع)^{(ل+1)}$$

تطبيق9 :

حل نفس المثال السابق باستعمال الحل عن طريق حصر وفرق الجداول المالية؟

الحل:

$ج_{ن} = أ(1+ع)^{(ل+ش/12)}$

$ج_{(12/4+5)} = 5000(1.1)^{5+12/4}$

الحصر

$$\begin{cases} (1.1)^{5} < (1.1)^{5+12/4} < (1.1)^{6} \\ 1.61051 < (1.1)^{5+12/4} < 1.771561 \end{cases}$$

عندما نحصر الجدول المالي رقم 1 نقوم بعملية الفرق كالتالي:

الفرق

$$\begin{cases} 1.61051 - 1.771561 \longleftarrow 6 - 5 \\ 1.61051 - (1.1)^{5+12/4} \longleftarrow 5+12/4-5 \end{cases}$$

وتصبح

$$0.161051 \longleftarrow 1$$

$$1.61051 - (1.1)^{5+12/4} \longleftarrow 12/4$$

ومنه $(1.1)^{5+12/4} = 1.61051 + (12/4 \times 0.161051) = 1.664193$

وبالتالي $ج_{(12/4+5)} = 5000 \times 1.664193 = 8320.96$ د

إذن $ج_{(12/4+5)} =$ **8320.96 دينار**

نلاحظ أن نتيجة حصر وفرق الجداول المالية متوافقة مع نتيجة الحل العقلاني و هما الأدق.

ملاحظة:

إذا كانت وحدات الزمن اكبر مما موجود في الجداول المالية، يمكن استخدام نظرية الأسس كالتالي:

$ج_{ن} = أ(1+ع)^{ن} = أ(1+ع)^{ل+50} = أ(1+ع)^{ل} \times (1+ع)^{50}$

حيث ن هي وحدات الزمن الأكبر من 50.

تطبيق10 :

احسب جملة رأس مال قدره 1250 دينار وظف لمدة 75سنة بمعدل فائدة مركبة قدره 10 % سنويا .

الحل :

$ج_{ن} = أ(1+ع)^{ن}$

$ج_{75} = 1250(1.1)^{75} = 1250(1.1)^{50}(1.1)^{25}$

باستخدام حصر وفرق الجداول المالية :

لدينا $(1.06)^{ن}$ = 12500 / 9000 = 1.388888

نبحث عن القيمة 1.388888 في الجدول المالي رقم1 وعند المعدل 6 % فنجدها محصورة كالتالي:

$$(1.06)^{6} > (1.06)^{ن} > (1.06)^{5}$$

$$1.418519 > 1.388888 > 1.338226$$

عندما نحصر الجدول المالي رقم 1 نقوم بعملية الفرق كالتالي:

1.338226 -1.418519 ⟵ 5-6

1.338226-1.388888 ⟵ ن-5

وتصبح

0.080293 ⟵ 1

0.050662 ⟵ ن-5

ومنه ن = 5 + (0.080293 / 0.050662) = 5.630964 سنة

نضرب المقدار 0.630964 × 12 = 7.571569 شهر.

نضرب المقدار 0.571569 ×30 = 17.14 يوم

إذن ن= 5 سنوات 7 أشهر و 17 يوم .

10-المعدلات الحقيقية والمعدلات الاسمية:

يعرف **المعدل الحقيقي** للفائدة بأنه المعدل الذي تتساوى مدته مع مدة إضافة الفائدة، حيث يتم حساب الجملة المركبة مباشرة باستخدام المعدلات الحقيقية مع تغيير مدة الاستثمار لتصبح متوافقة مع مدة المعدل. ويرمز للمعدل الحقيقي السنوي بالرمز ع ، فمثلا المعدل 10 %سنويا و الفوائد تحسب مرة في السنة، وبالتالي يتم حساب الجملة المركبة مباشرة باعتبار أنّ مدة الاستثمار هي نفسها مدة إضافة الفوائد.

وقد يكون المعدل حقيقيا ولكن غير سنويا، ويرمز له بالرمز ع'. وفي هذه الحالة يمكن إيجاد الجملة المطلوبة باستخدام المعدل الحقيقي غير السنوي المعطى، لكن بشرط تحويل المدة بالسنوات إلى المدة بالوحدات الزمنية التابعة لمدة المعدل. وذلك حسب المعادلة التالية :

ت = ن × ر حيث:

ت: هي الوحدات الزمنية التابعة للمعدل الحقيقي غير السنوي

ن: المدة الزمنية بالسنوات

ر: عدد مرات حساب الفوائد في السنة أو عدد مرات الرسملة.

أمّا **المعدل الاسمي** فهو المعدل الذي لا تتساوى مدته مع مدة إضافة الفوائد في السنة، ولهذا لا يمكن استعماله مباشرة لحساب الجملة المركبة. ويرمز للمعدل الاسمي السنوي بالرمز ع س، فمثلا المعدل12 %سنويا و الفوائد تحسب مرتين في السنة،

وقد يكون المعدل اسميا ولكن غير سنويا، ويرمز له بالرمز ع' س، مثلا المعدل السداسي 8% والفوائد تحسب كل شهرين.

ويمكن تحويل المعدل الاسمي غير السنوي إلى معدل إسمي سنوي **المتناسب** معه كالتالي:

$$ع_س = ع'_س \times ر \quad أو \quad ع'_س = ع_س / ر$$

وفي حالة ما إذا كان المعدل اسميا يجب تحويله إلى معدل حقيقي، فإذا كان عدد مرات إضافة الفوائد على الأصل أكثر من مرة في السنة فإن المعدل الحقيقي للفائدة سوف يكون أكبر من المعدل الاسمي . أما إذا كانت الفائدة تعلى على الأصل في نهاية كل سنة أي مرة واحدة في السنة فإن المعدل الحقيقي للفائدة سوف يكون مساويا للمعدل الاسمي المذكور.

وتظهر أهمية المعدل الحقيقي للفائدة في أنه قد يتطلب الأمر أحيانا مقارنة فرص الاستثمار لاختيار أفضلها أو مقارنة شروط الاقتراض أو الإيداع لاختيار أقلها تكلفة . ولهذا قد يكون من الضروري مقارنة الجمل المركبة لكل مصدر منها حتى نهاية المدة المطلوبة وبالمعدلات والشروط المعروضة ، ولكن الصعوبة التي تصادف الحاسب في هذا الشأن هي اختلاف قيم المبالغ أو معدلات الفائدة الاسمية أو عدد مرات رسملة الفوائد خلال السنة. ، فإن الأمر يستلزم تحويل جميع المعدلات المختلفة إلى أساس موحد يمكن بمقتضاه إجراء المقارنة ، ويتم ذلك بتحويل كل معدل إسمي منها إلى معدل حقيقي **المتكافئ معه** وذلك حسب المعادلة التالية:

$$(1+ع) = (1+ع_س / ر)^ر$$

ومنه :

$$ع = (1+ع_س / ر)^ر - 1$$

$$و\ ع_س = [\ (1+ع)^{1/ر} - 1\ ] \times ر$$

تطبيق18 :

ماهو المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الإسمي السنوي 8% الذي تضاف فيه الفائدة إلى الأصل كل ثلاثة أشهر؟

الحل :

$$ع = (1+ع_{س}/ر)^{ر} - 1$$

عدد مرات الرسملة في السنة ر=3/12 = 4 مرات

ع =(1+ 4/0.08)^{4} − 1 = (1.02)^{4} − 1 =0.0824 = 8.24 %

إذن المعدل الحقيق السنوي المكافئء للمعدل الاسمي السنوي 8 % الذي تضاف فيه الفائدة إلى الأصل كل ثلاثة أشهر هو **8.24%**.

تطبيق19 :

ما هو المعدل الاسمي الذي بموجبه تضاف الفائدة كل شهرين إذا علمت أنّ المعدل الحقيقي السنوي هو 9.25 %.

الحل:

$$ع_{س}=[\ (1+ع)^{1/ر} - 1\ ]\times ر$$

عدد مرات الرسملة في السنة ر=2/12 = 6 مرات

ع$_{س}$= [(1.0925)$^{1/6}$−1] ×6 = 0.0891 = 8.91 %

إذن المعدل الاسمي السنوي الذي بموجبه تضاف الفائدة كل شهرين والمكافئ للمعدل الحقيقي السنوي .

9 % هو **8.91 %**

تطبيق 20:

أودع شخص مبلغا من المال في بنك حيث أقترح عليه مايلي :

- معدل 15 % بموجبه تضاف الفائدة إلى الأصل 8 مرات سنويا.
- معدل 16% بموجبه تضاف الفائدة إلى الأصل في نهاية كل فصل.

الحل :

نبحث عن المعدل الحقيقي السنوي في كلا الحالتين والمعدل الأكبر هو الأفضل .

$$ع_{1} = (1+ع_{1س}/ر)^{ر} - 1$$

$$= 1 - {}^{8}(8/0.15+1)$$

$$=0.16022$$

ع$_{1}$=16.02 %

$$ع_2 = (1+ع_2 \text{ س}/\text{ر})^{\text{ر}} - 1$$

$$= (1+4/0.16)^{-4} - 1$$

$$= 0.1698$$

$$ع_2 = 16.98\ \%$$

من الواضح أنه من وجهة نظر المودع أن المعدل الأكبر هو المعدل المفضل لأنه يعود عليه بعائد أفضل وبالتالي فهو يفضل المعدل الثاني أي معدل 16% بموجبه تضاف الفائدة إلى الأصل في نهاية كل فصل.