

chap II - électromagnétisme

Introduction, un autre type que l'on rencontre dans la nature est l'interaction magnétique. on a remarqué que

Certains minerais tels la magnétite (oxyde de fer noir (Fe_3O_4)) naturellement sous forme de cristaux ~~ou de roches~~ ~~implantés~~ ont la propriété d'attirer de petits morceaux de fer. Ces corps sont dits magnétiques ou dotés de magnétisme.

un corps magnétique est appelé aussi un "aimant".

Le magnétisme est une interaction qui paraît différente de l'interaction de gravitation et l'interaction électrique.

Ainsi les aimants s'orientent à la surface de la terre en indiquant une direction voisine de la direction Nord-Sud. (boussole).

le pôle de l'aimant qui indique la direction Nord appelé pôle Nord, l'autre appelé pôle Sud.

* $\Rightarrow$ les pôles de même nom se repoussent.
" de noms différents s'attirent.

A il est impossible de séparer les pôles Nord et Sud d'un barreau aimanté : car si on casse un ~~barreau~~ aimant en deux on obtient deux petits aimants ayant chacun pôle Nord et Sud.

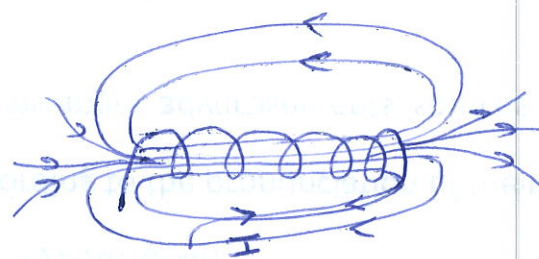
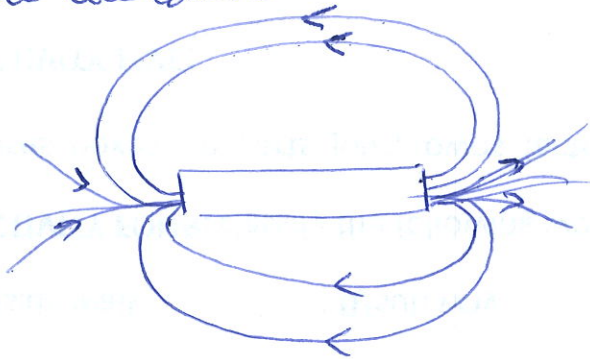
des expériences (d'Aersted (1820)) montraient que pour une boucle ou une petite bobine parcourue par un courant électrique possède les mêmes propriétés qu'un aimant naturel (le courant électrique fait dévier une boussole).

$\Rightarrow$ l'électricité et le magnétisme ont la même cause : la charge électrique, ils sont réunis sous l'appellation plus générale "l'électromagnétisme".

Chap d'un aimant, l'espace autour d'un aimant est caractérisé

par un champ magnétique.

nous prenons un barreau aimanté ou une bobine parcourue par un courant continu. ~~prêt d'une boussole aimantée~~
d'une boussole



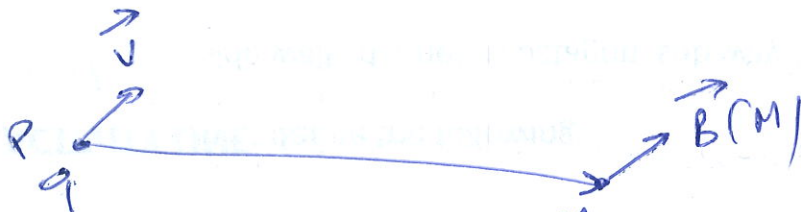
la direction S-N de la boussole indique la direction des flèches du champ magnétique.

⇒ les lignes de champ magnétique partent de pôle Nord et se referme sur le pôle Sud. Le spectre a le même aspect pour la bobine.

le vecteur $\vec{B}$ caractérisant le champ magnétique en tout point ~~tangent~~ tangente aux lignes de champ. Ce vecteur est appelé "induction magnétique"
 champ

expression du champ magnétique :

champ magnétique créé par une charge en mouvement :



champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé au point M par une charge q située en un point P et animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel galiléen :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{q \vec{v} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} \right)$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{q \vec{v} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} \right].$$

$[\vec{B}]$: Tesla, Gauss
 SI CGS | 1 Gauss = 10^{-4} TESLA.

μ_0 : perméabilité du vide : il décrit la capacité du à élargir passer

le champ magnétique. $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ (H : Henry).

remarque : le principe de superposition s'applique au champ magnétique.

Champ magnétique créé par un ensemble de charges en mouvement,

considérons N particules de charges q_i situées en des points P_i et de vitesses $\vec{v}_i$. le champ magnétique créé en un point M est la somme vectorielle des champs créés par chaque particule

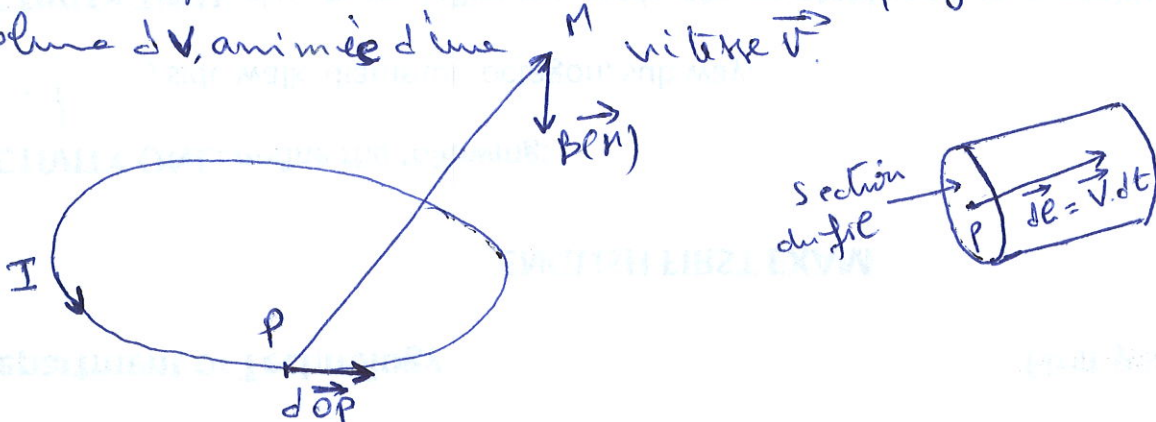
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{q_i \vec{v}_i \wedge \vec{P_i M}}{\|\vec{P_i M}\|^3}$$

~~pour une distribution continue continue :~~

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dq \vec{v}(P) \wedge \vec{P M}}{\|\vec{P M}\|^3}$$

champ créé par un circuit électrique (formule de Biot et Savart) :

Soit une quantité de charge mobile $dq = \rho dV$. Contenu dans un volume dV , animée d'une vitesse $\vec{v}$.



cette charge crée en un point M de l'espace situé à une distance $PM = r$, un champ magnétique $d\vec{B}$ avec:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{v} \wedge \vec{r}_M}{r^3} q dV = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{v} \wedge \vec{u}}{r^2} q dV.$$

avec, $\vec{r}_M = r \vec{u}$.

on a $q \vec{v} dV = q \vec{v} \cdot d\vec{\ell} = q v d\ell = i d\ell$.

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\ell \wedge \vec{u}}{r^2}$$

d'où pour le circuit complet:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{i d\ell \wedge \vec{u}}{r^2}$$

formule utilisée pour calculer le champ magnétique généré par un courant circulant dans un fil infiniment long.

Cas d'une charge isolée, $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \wedge \vec{u}}{r^2}$

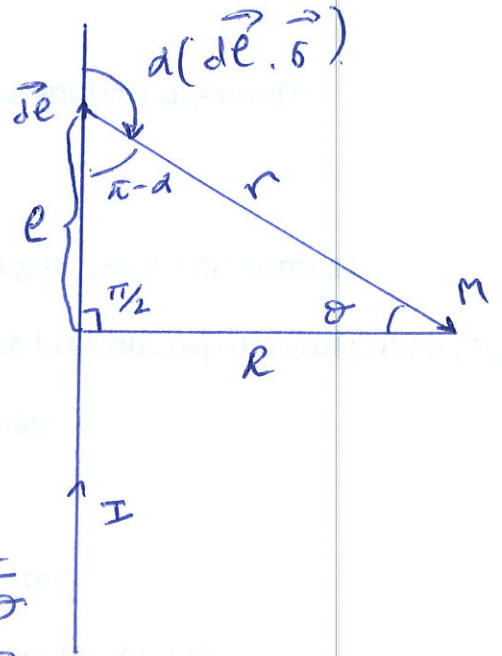
Cas d'un courant volumique, $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \vec{J} \wedge \frac{\vec{u}}{r^2} dV.$

Exemple:

1/- Champ créé par un conducteur infiniment long pour une portion de du fil.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{d\ell}{r^2} \sin \alpha$$



$$\text{on a: } \pi - \alpha + \pi/2 + \theta = \pi \Rightarrow \theta - \alpha + \pi/2 = 0$$

$$\Rightarrow \theta = \alpha - \pi/2 \Rightarrow \alpha = \theta + \pi/2$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin(\theta + \pi/2) = \cos \theta = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\cos \theta}$$

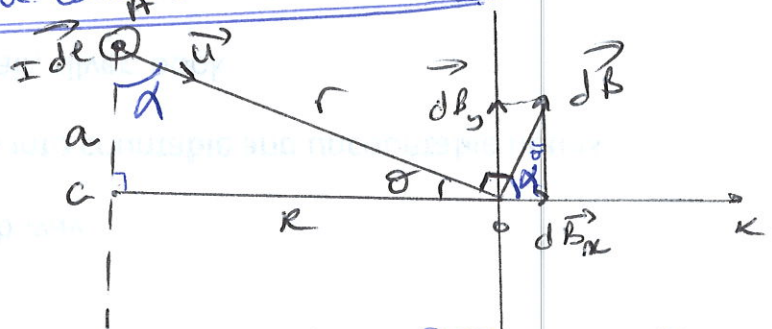
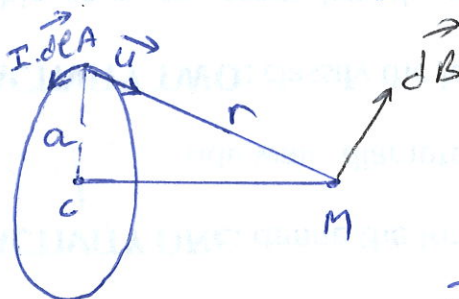
$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{d\ell}{r^2} \cos \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{d\ell}{R^2} \cos^3 \theta$$

$$\text{d'autre part on a: } \tan \theta = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \ell = R \tan \theta \Rightarrow d\ell = R \frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot d\theta$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \cos \theta d\theta \Rightarrow B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

2/- Champ magnétique créé par un courant circulaire:



$$d\vec{\ell} \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}, \quad d\vec{B} \perp (I d\vec{\ell}, \vec{r}), \quad (\vec{r} \perp I d\vec{\ell})$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\ell}{r^2}$$

Compte tenu de la symétrie du système, $\vec{B}$ ne peut être que suivant l'axe (ou) de symétrie.

$$dB_n = dB \cos \theta$$

$$\text{et on a: } \theta + \alpha + \pi/2 = \pi \Rightarrow \alpha = \pi/2 - \theta \Rightarrow \cos \alpha = \cos(\pi/2 - \theta) = \sin \theta$$

$$\text{or d'après le schéma on a } \cos \alpha = \frac{a}{r} \quad ; \quad r = (a^2 + R^2)^{1/2}$$

on

$$\sin \theta = a/r \quad ; \quad \int dl = 2\pi a$$

$$\Rightarrow dB_n = \frac{\mu_0 I \cdot dl \cdot a}{4\pi (a^2 + R^2)^{3/2}} \Rightarrow B_n = \int dB_n = \frac{\mu_0 I a}{4\pi (a^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi a} dl$$

$$\Rightarrow B_n = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

En particulier au centre de la spire: $R = 0$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

pour une bobine de N spires parcourue par un courant I :

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2a}$$

Mouvement d'une charge dans un champ magnétique:

Considérons le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

Définition: la force magnétique subie par une particule de charge q et de vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique

$$\vec{B}$$
 s'écrit:
$$\vec{F}_L = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

cette force est appelée force de Lorentz

$$[q] = \text{Coulomb}, [v] = \text{m/s}, [B] = \text{Tesla} \Rightarrow [F_L] = \text{Newton}$$

Caractéristiques:

$$\vec{F} \perp (\vec{v}, \vec{B})$$

* le sens de $\vec{F}$ est donné par la règle de la main droite.

$$* \|\vec{F}\| = |q \sin \alpha| \cdot v \cdot B \quad \text{où } \alpha \text{ est l'angle entre } \vec{v} \text{ et } \vec{B}$$

Exemple d'application :

L'effet Hall (1879) :

Soit une plaque métallique traversée par un courant I selon l'axe (Oz) .

est placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à cette plaque selon l'axe (Ox) . une force magnétique est

apparue. $\vec{F}_m = q \vec{v}_n \vec{B}$ (avec $q = -e$)

suivant l'axe (Oy) . cette force fait

dériver les électrons vers le côté ~~gauche~~ de la plaque qui devient négatif, le côté ~~gauche~~ devient ^{droite} positif $\Rightarrow$ il se crée

un champ électrique parallèle à l'axe (Oy) et donc création

d'une force électrique $\vec{F}_e = -e \vec{E}_H$ dirigée vers l'axe $(-Oy)$.

qui compense la force due au champ $\vec{B}$ ~~deux~~ dirigée vers (Oy) .

$\Rightarrow$ à l'état d'équilibre, $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$.

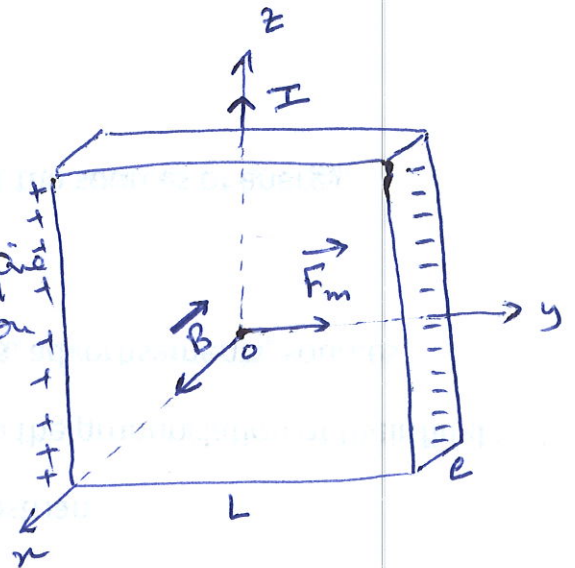
$$\Rightarrow q E_H = q \cdot v \cdot B \Rightarrow e E_H = e v B.$$

une différence de potentiel transversal apparaît entre les bords opposés du conducteur : $V_H = E_H \cdot L$.

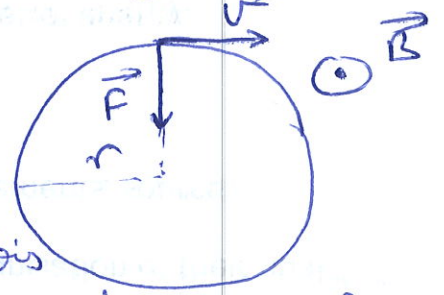
le courant $I = nevL$.

$\Rightarrow$ la densité des porteurs de charges est donc :

$$n = \frac{IB}{eL V_H}$$



→ Une particule de masse m et de charge q décrit dans un champ magnétique $\vec{B}$ une trajectoire circulaire avec une vitesse angulaire de rotation qui ne dépend que du rapport q/m et du champ $\vec{B}$ (ω est appelé la fréquence cyclotron).



* lorsqu'une particule est soumise à la fois à un champ électrique et à un champ magnétique, la force résultante qui lui est appliquée est :

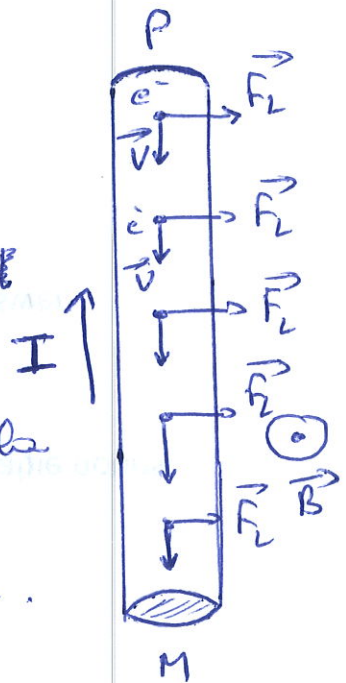
$$\vec{F}_L = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

si la particule est immobile seule la première force existe.

- Force magnétique agissant sur un courant électrique :

Force de Laplace :

on considère un conducteur rectiligne de longueur $l = PM$ parcouru par un courant électrique d'intensité I . Les N électrons ^{libres} contenus dans le conducteur et constituant le courant électrique subissent une force de Lorentz, dont la résultante est "la force électromagnétique de Laplace s'exerçant sur le conducteur tout entier."



Calcul de la force de Laplace :

Les N électrons ~~par~~ se déplacent à vitesse constante et subissent la même force de Lorentz par charge.

→ la force de Laplace sera : $F = N F_L = N q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$

($q = -e$)

* $\vec{F}_L$ est nulle si $\left\{ \begin{array}{l} v=0 \text{ (la charge n'est pas en mouvement)} \\ \text{ou} \\ \vec{v} \parallel \vec{B} \end{array} \right.$

* Notation : un vecteur est perpendiculaire au plan d'étude
sera conventionnellement représenté par :

⊙ lorsque le vecteur dirige vers l'avant du plan

⊗ " " " " " l'arrière " " "

* Au cours d'un mouvement d'une particule ~~charge~~ chargée dans un champ magnétique, la puissance de la force de Lorentz est : $P = \frac{dW(F_L)}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0 \quad (\vec{F} \perp \vec{v})$

$\Rightarrow$ puissance nulle $\Rightarrow$ travail nul $\Rightarrow$ force de Lorentz ne travaille pas. $\Rightarrow$ le théorème de l'énergie cinétique permet de conclure que l'intensité de la vitesse est constante.

$$dE_c = W(F_L) = 0 \Rightarrow E_c = \text{cte} \Rightarrow v = \text{cte}.$$

$\Rightarrow$ le mot de particule est uniforme.

* En prend le cas où $\vec{v} \perp \vec{B}$: $F = q v B$.

comme $\vec{F} \perp \vec{v}$, elle a pour effet de changer sa direction

Sans en changer la grandeur. $\Rightarrow$ le mouvement devient circulaire uniforme.

En mécanique, la force responsable du mouvement circulaire uniforme est ~~est~~ centripète : $F = m \frac{v^2}{r}$, r : le rayon du cercle
 m : la masse de particule

$$\Rightarrow \frac{m v^2}{r} = q v B \Rightarrow \boxed{r = \frac{m v}{q B}} : \text{rayon du cercle décrit par la particule.}$$

$$\text{la vitesse angulaire } \boxed{\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{m v} \cdot q B = \frac{q}{m} B}$$

d'autre part on a : $I = \frac{dQ}{dt}$; Q : la charge totale traversant

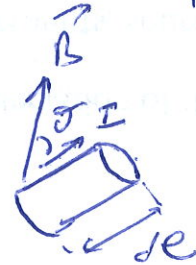
une section quelconque
du conducteur pendant dt .

$$\text{si } Q = nq_e \cdot l \Rightarrow I = \frac{nq_e v}{e} \Rightarrow I l = nq_e \cdot v \cdot l$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = nq_e \vec{v} \wedge \vec{B} = I \vec{l} \wedge \vec{B}} \text{ force de Laplace.}$$

pour une portion dl d'un circuit réel :

$$\boxed{d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}}$$



Caractéristiques :

1/ $\vec{F}$ est perpendiculaire au plan formé par le conducteur et $\vec{B}$.

2/ le sens de $\vec{F}$ est déterminé par la règle de la main droite.

3/ Module $F = I l B \sin \alpha$.

$$\text{si } \alpha = 0 \Rightarrow F = 0.$$

$$\text{si } \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow F = I B l. \text{ (force maximale)}$$

Loi de Faraday : Comment produire un courant électrique
à partir d'un champ magnétique ?

expérience : prenons un aimant permanent et plaçons le
à proximité d'une boucle constituée d'un fil conducteur
relié à un galvanomètre.

* lorsque l'aimant est immobile, il n'y a pas de courant dans la
boucle.

* lorsqu'on déplace l'aimant, on voit apparaître un courant
dont le signe varie selon qu'on approche ou qu'on éloigne
l'aimant. De plus, le courant est d'autant plus important que
le déplacement est rapide.

→ "Quand le flux du champ magnétique à travers un circuit fermé change, il apparaît un courant électrique".

Si on ~~change~~ change la résistance R du circuit, le courant I , apparaissant est également modifié, de telle sorte que $\mathcal{E} = RI$ reste constante.

Loi de Faraday "La variation temporelle du flux magnétique à travers un circuit fermé y engendre une force électromotrice induite,"

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Flux de champ magnétique,