Université Djilali Bounaàma, Khemis-Miliana

Faculté des sciences de la matières et Informatique

Département de Mathématiques

Eenseignante : Dr M. Boukedroun **L2 :** Mathématique

Module : : Probabilité **Année :** 2023/2024

Solution de série d'exercice N°5

Approximation de la loi binomiale vers la loi de Poisson

- **Exercice 1 :**

La probabilité qu'une bille soit rejetée est, en notant D la variable aléatoire "diamètre",

$$p = 1 - P(7,97 \leq D \leq 8,03).$$

Or

$$\begin{aligned} P(7,97 \leq D \leq 8,03) &= P\Big(-\frac{0,03}{0,02} \leq \frac{D-8}{0,02} \leq \frac{0,03}{0,02}\Big) \\ &= F(1,5) - F(-1,5) \\ &= 0,8664. \end{aligned}$$

La proportion de billes rejetée est donc $p = 13,4\%$.

- **Exercice 2 :**

Par des méthodes analogues on trouve que la probabilité pour X soit compris entre 6,3mm et 6,6mm est 14,3.

- **Exercice 3 :**

Si X est de moyenne m et d'écrit-type σ, alors $Y = \dfrac{X-m}{\sigma}$ suit une loi centrée réduite. Donc,

$$\text{si } P(X \leq 165) \text{ alors } P\Big(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{165-m}{\sigma}\Big) = 0,56.$$

Or on peut lire dans la table de Gauss $F(0,15) = 0,5596$.

De meme, si $P(X \geq 180)$ alors :

$$P\Big(\frac{X-m}{\sigma} \geq \frac{180-m}{\sigma}\Big) = 0,1.$$

Donc,

$$P\Big(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{180-m}{\sigma}\Big) = 0,9.$$

et l'on peut lire de méme $F(1,28) = 0,8997$.

Pour trouver m et σ il suffit de résoudre le système d'équation :

$$\frac{165-m}{\sigma} = 0,15 \text{ et } \frac{180-m}{\sigma} = 1,28$$

d'où $\sigma \simeq 13,27$. $m \simeq 163cg$.Alors :

$$P(X \geq 182) = P\Big(\frac{X-m}{\sigma} \geq \frac{182-m}{\sigma}\Big) = 1 - F(1,43) = 0,0764.$$

Sur 10000 personnes on estime le nombre de personnes à soigner de l'ordre de 764 personnes, en fait la théorie de l'estimation donnera une fourchette.

• **Exercice 4 :**

1. Loi binomiale $B(365; \frac{4}{365})$, approchée par la loi de poisson de paramètre 4, d'espérance et variance 4.
2. Loi binomiale $B(6; \frac{1}{2})$ d'espérance 3 et variance $\frac{3}{2}$.
3. Loi hypergéométrique.