



Série d'exercice N°2

Notions de bases et introduction au calcul des probabilités

• **Exercice 1 :**

Soit $a = P(A)$, $b = P(B)$ et $c = P(A \cap B)$.

1. Exprimer

$$P(\bar{A}), P(\bar{A} \cup B), P(\bar{A} \cap B), P(\bar{A} \cup \bar{B}) \text{ en fonction de } a, b \text{ et } c.$$

2. Montrer que :

$$\begin{aligned} P(A \cap B) - P(A)P(B) &= P(\bar{A})P(B) - P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A)P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}). \end{aligned}$$

3. Montrer la formule suivante :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C).$$

• **Exercice 2 :**

Un atelier comporte 3 machines A, B et C .

Les probabilités s de défaillance sont respectivement

$$P(A) = 0,1; P(B) = 0,2; P(C) = 0,3.$$

- Quelle est la probabilité d'avoir une machine en panne ?.

• **Exercice 3 :**

Une boîte A contient 1 boule blanche et 3 boules rouge.

Une boîte B contient 5 boules blanches et 3 boules rouges.

On tire au hasard une boule de A et une boule de B , puis on les change de boîte.

(a) Quelle est la probabilité pour qu'après l'échange la boîte A ne contienne que des boules rouges ?.

(b) Quelle est la probabilité pour qu'après l'échange chaque boîte ait retrouvé, en nombre de boules de chaque couleur, sa composition initiale.

• **Exercice 4 :**

On considère les différentes répartitions possibles des sexes des n enfants d'une famille.

Soit l'ensemble des états et soient les événements :

H : "la famille a des enfants des 2 sexes".

F : "la famille a au plus une fille".

(a) Décrire ; calculer $P(H)$, $P(F)$ et $P(H - F)$.

(b) H et F sont-ils indépendants ? (on considérera $n = 2$, $n = 3$ puis n quelconque).

• **Exercice 5 :**

On prend 5 cartes au hasard dans un jeu de 32.

(a) Quelle est la probabilité qu'elles soient toutes de hauteurs différentes ?.

(b) Quelle est la probabilité d'avoir un full ? (c'est-à-dire 2 cartes d'une m me hauteur et les 3 autres cartes d ?une autre m me hauteur).

• **Exercice 6 :**

Dans un jeu de 32 cartes, on a remplacé une autre carte que l'as de pique par un autre as de pique. Une personne prend au hasard 3 cartes du jeu.

- Quelle est la probabilité qu'elle s'aperçoive de la supercherie ?.

• **Exercice 7 :**

On lance 4 dés et on considère les éléments $\{A_i\}$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ associés au nombre de faces distinctes obtenues.

- Calculer les $P(A_i)$.

• **Exercice 8 :**

10 livres discernables sont rangés sur une étagère.

- Quelle est la probabilité pour que 3 livres donnés soient placés l'un à côté de l'autre ?.

• **Exercice 9**

On a mélangé 10 paires de chaussettes et on choisit au hasard 4 chaussettes.

- Quelle est la probabilité d'obtenir :

(a) 2 paires ?.

(b) au moins une paire ?.

(c) exactement une paire ?.

• **Exercice 10 :**

Un domino porte 2 nombres de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, éventuellement identiques.

(a) Combien y-a-t-il de dominos dans un jeu ?.

(b) Quelle est la probabilité que 2 dominos tirés au hasard soient compatibles ?.

(c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un double parmi 5 dominos tirés au hasard ?.

• **Exercice 11 :**

Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On tire 3 fois de suite une boule avec remise.

- Quelle est la probabilité d'obtenir 3 nombres dans un ordre :

(a) strictement croissant ?.

(b) croissant au sens large ?.

• **Exercice 12 :**

On compose au hasard un numéro de téléphone à 8 chiffres.

- Quelle est la probabilité que :

(a) tous les chiffres soient distincts ?.

(b) le produit des chiffres soit divisible par 2 ? Par 3 ?.

(c) les chiffres forment une suite strictement croissante ?.

• **Exercice 13 :**

Un ascenseur prend 6 personnes au rez-de-chaussée d ? un immeuble de 8 étages. Quelle est la probabilité que :

(a) 2 personnes descendent au m me étage, les autres descendent chacune a des étages différents et différents du précédent ?.

(b) 1 personne descende à un étage, 2 à un autre et 3 à un autre ?.

• **Exercice 14 :**

Un sac contient 10 billes : x blanches et les autres rouges ($x \in \{2, \dots, 8\}$).

(a) Calculer la probabilité pour que, en tirant simultanément 2 billes du sac, celles-ci soient les 2 de m me couleur.

(b) Quel doit être le nombre x pour que cette probabilité soit minimale et quel est ce minimum ?.