حل السلسلة رقم 03

التمرين الخامس:

لتكن لدينا المصفوفة A $\quad A=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 2 & 7\end{pmatrix}$

3- أثبت أن المصفوفة A قابلة للقلب، وأوجد A^{-1}

حساب محدد المصفوفة A

$$\det(A)=\det\begin{pmatrix}1 & 5\\ 2 & 7\end{pmatrix}=1.7-2.5=-3$$

بمان المحدد لا يساوي الصفر المصفوفة قابلة للقلب اي يوجد A^{-1}

$A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}\left(C_A^T\right)$ بحيث C_A^T المصفوفة المرافقة للمصفوفة A

$$C_A=\begin{pmatrix}+\Delta_{11} & -\Delta_{12}\\ -\Delta_{21} & +\Delta_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}+7 & -2\\ -5 & +1\end{pmatrix}$$

$$C_A^T=\begin{pmatrix}7 & -5\\ -2 & 1\end{pmatrix}$$

ومنه مقلوب المصفوفة هو $A^{-1}=\frac{1}{-3}\begin{pmatrix}7 & -5\\ -2 & 1\end{pmatrix}$

4- أوجد حلول الجملة (S) بطريقتين مختلفتين حيث:

$$S:\quad A\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 3\end{pmatrix}$$

$$S:\quad Ax=b\Rightarrow x=A^{-1}b$$

ومنه $\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\frac{1}{-3}\begin{pmatrix}7 & -5\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\ 3\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-13}{-3}\\ \frac{-5}{-3}\end{pmatrix}$$

التمرين السادس:

حل الجمل التالية:

$$\begin{cases}5x-4y=19\\ 6x+5y=13\end{cases}\;;\;\begin{cases}8x-5y=6\\ 12x+y9=9\end{cases}\;;$$

$$\begin{cases}3x-y+0z=1\\ 2x+4y+5z=-2\\ 3x+y+2z=3\end{cases}\;;$$

$$\begin{cases} 5x - 4y = 19 \\ 6x + 5y = 13 \end{cases}$$

لنحسب محدد الجملة $\Delta_s = \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 49$

الجملة تقبل حل وحيد الثنائية (x, y) بحيث:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 19 & -4 \\ 13 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{147}{49} = 3, \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 19 \\ 6 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{-49}{49} = -1,$$

$$\begin{cases} 3x - y + 0z = 1 \\ 2x + 4y + 5z = -2 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

لنحسب محدد الجملة $\Delta_s = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -2$

الجملة تقبل حل وحيد الثنائية (x, y) بحيث:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-16}{-2} = 8, \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-46}{-2} = 23,$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{44}{-2} = -11,$$

التمرين السابع:

حل الجمل التالية:

$$s_1 \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + z = -2 \end{cases} \quad ; \quad s_3 \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ x + y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$s_1 \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + z = -2 \end{cases} \quad ;$$

لنحسب محدد الجملة $\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

الجملة تقبل عدد لانهائي وامل لا تقبل حلول

بمان اذا قمنا بطر ح المعادلة الاولى او الثانية مع المعادلة الثالثة نجد تناقض اذن الجملة لا تقبل حلول

$$s_3\begin{cases}-2x+y+z=1\\ x-2y+z=2\\ x+y-2z=4\end{cases}$$

²

لنحسب محدد الجملة $\Delta_s=\begin{vmatrix}-2 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 1\\ 1 & 1 & -2\end{vmatrix}=0$

الجملة تقبل عدد لانهائي وامل لا تقبل حلول

اذا قمنا بجمع جميع المعادلات نجد 0=0 اذن الجملة تقبل عدد لا نهائي من الحلول