Théorie des mécanismes

TD 3 : Mobilité et hyperstatisme d'un mécanisme

Exercice 1 : Liaisons en parallèle

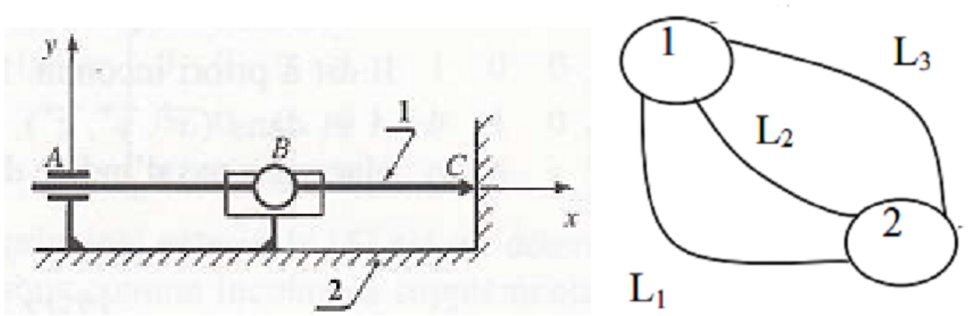

Figure 3-6 Exemple de liaisons en parallèle avec hc≠0

Liaison L1 : liaison pivot glissant (A, x) ;

Liaison L2 : liaison linéaire circulaire d'axe (B, x) ;

Liaison L3 : liaison ponctuelle de normale (c, -x) ;

$$\overrightarrow{AB} = b\vec{x}$$
$$\overrightarrow{AC} = c\vec{x}$$

Bilan de l'étude cinématique

n =3 : le nombre de liaisons

rc = 5 , la liaison est mobile de degré m =6-rc = 1

Nc = 11

6n-Nc = 7 > rc , donc la liaison est surabondante de degré hc = 6n-Nc - rc =2

$$\{T_c\} = {}_A\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour lever la surabandance cinématique en modifiant certaines liaisons élémentaires ; en faisant en sorte par exemple d'augmenter Nc pour que hc = 0. Dans notre cas, on remplace la liaison pivot glissant (L_1) par une liaison linéaire circulaire.

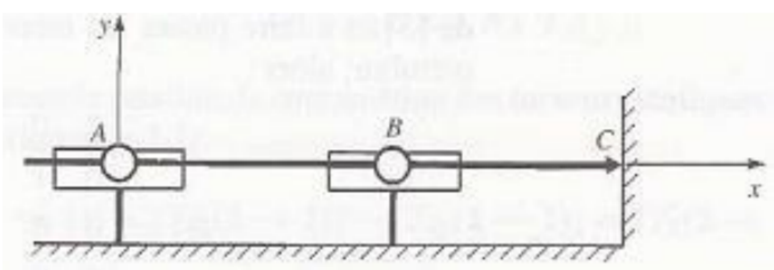

Figure 3-7 Exemple de liaisons en parallèle avec hc=0

Théorie des mécanismes

TD 3 : Mobilité et hyperstatisme d'un mécanisme

Bilan de l'étude statique

rs = 5, la liaison équivalente est partielle

Ns = 7: la liaison équivalente est hyperstatique

d'ordre h= Ns - rs = 2

l'hyper-statisme sera levé par la détermination des inconnues supplémentaires : M_{A1} *et* N_{A1}.

$$\{T_s\} = {}_A\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & M_A - M_{A1} \\ Z & N_A - N_{A1} \end{pmatrix}$$

Pour rendre le mécanisme isostatique, on remplace la liaison pivot glissant (L_1) par une liaison linéaire circulaire.

Donc, $M_{A1} = 0$ *et* $N_{A1} = 0$.

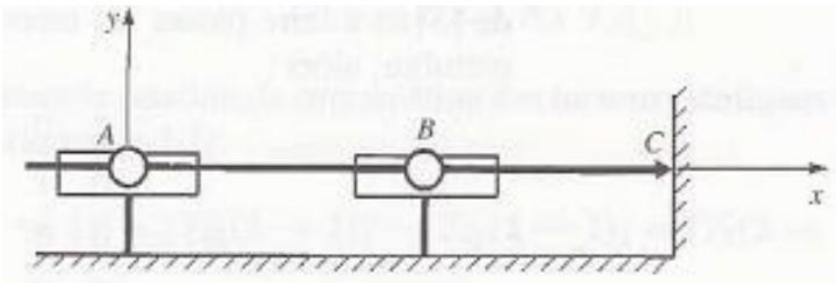

Figure 3-8 Exemple de liaisons en parallèle avec h=0

Exercice 2 : Liaisons en série

Etablir le schéma cinématique de la roulette de pied de chaise.

Figure 3-9 Exemple de liaisons en série

$\overrightarrow{AB} = l_1.\vec{z}$ et $\overrightarrow{BC} = l_2.\vec{x} + l_3.\vec{z}$

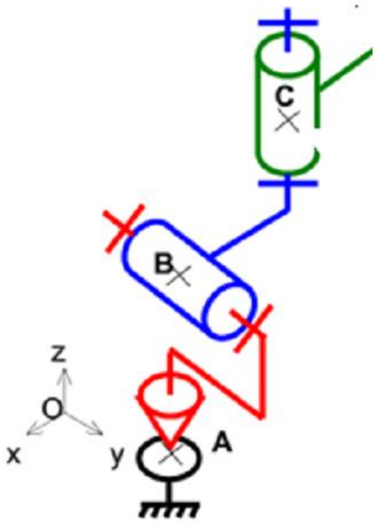

Figure 3-10 Schéma cinématique de liaisons en série

Exercice 3: Chaîne cinématique ouverte

Un support de charge ou « chandelle » est constitué d'un bâti 0, d'une tige pivotante 1 et d'une tête articulée 2.

Faire l'analyse cinématique du mécanisme.

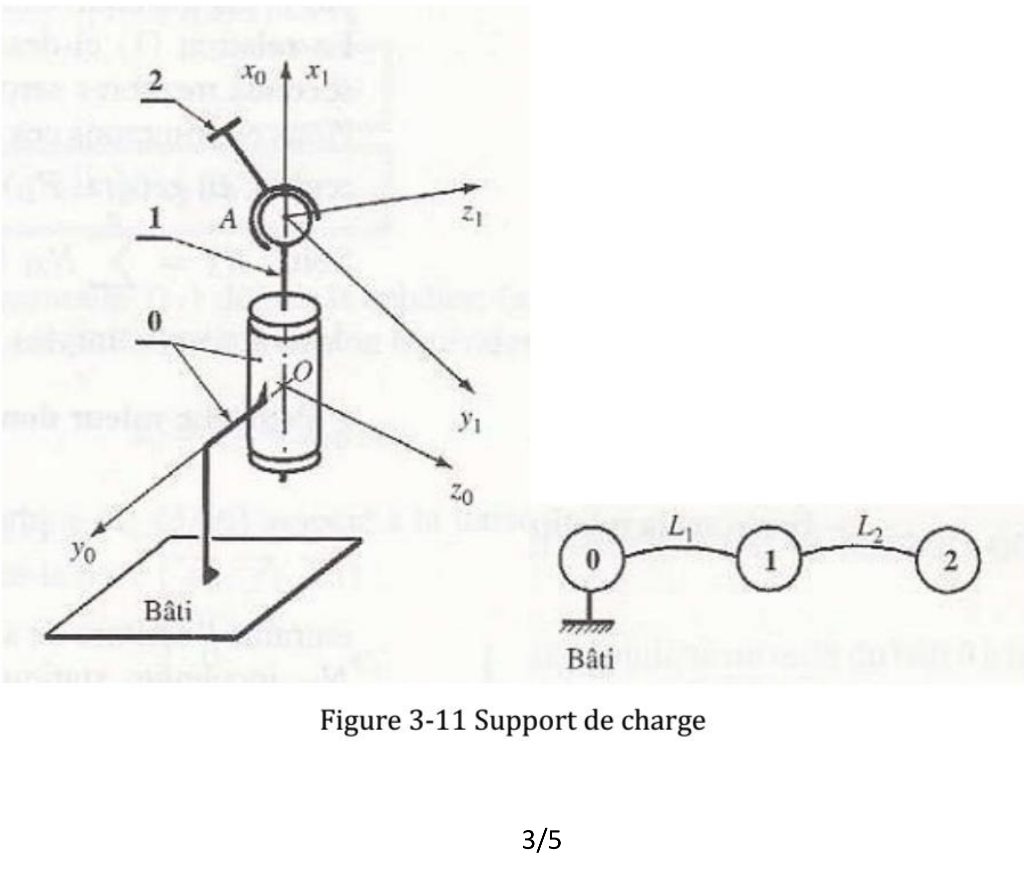

Figure 3-11 Support de charge

Théorie des mécanismes

TD 3 : Mobilité et hyperstatisme d'un mécanisme

Solution

Paramétrage des positions relatives des pièces de 0 à 2

Ro(O,x0, y0,z0) est un repère lié au bâti 0.

R1(A,x1, y1,z1) est un repère lié à la tige pivotante 1.

R2(A,x2, y2,z2) est un repère (non représenté) lié à la tête articulée 2.

L1 : Liaison (0 -1), liaison pivot d'axe (O,x0)

L2 : Liaison (1 -2), liaison sphérique de centre A.

Paramétrage : x1=x0

(y0,y1)=α

$\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{x_0}$ (a=cte)

Etude cinématique

Liaison L1

$$\left\{T_c(1/0)\right\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x(1/0) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})}$$, donc Nc1 =1

Liaison L2

$$\left\{T_c(2/1)\right\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_x(2/1) & 0 \\ \omega_y(2/1) & 0 \\ \omega_z(2/1) & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})}$$, donc Nc2 =3

$$\left\{T_c(2/1)\right\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x(2/1) & 0 \\ \omega_y(2/1) & -a\omega_z(2/1) \\ \omega_z(2/1) & a\omega_y(2/1) \end{Bmatrix}_{(\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})}$$

Le torseur cinématique associé à la liaison équivalente.

$$\left\{T_c(2/0)\right\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})}$$

Le mouvement de 2 par rapport 0 est un mouvement composé, donc :

$$\sum_1^2 \left\{Tc(i/i-1)\right\} = \left\{Tc(2/0)\right\} \quad pour \;\; 1 \le i \le 2$$

De cette expression, on obtient :

$$\begin{aligned} \omega_x(1/0)+\omega_x(2/1) &= \omega_x \\ \omega_y(2/1) &= \omega_y \\ \omega_z(2/1) &= \omega_z \\ 0 &= v_x \\ -a\omega_z(2/1) &= v_y \\ a\omega_y(2/1) &= v_z \end{aligned}$$

$$\left\{T_c(2/0)\right\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ \omega_y & -a\omega_z \\ \omega_z & a\omega_y \end{Bmatrix}_{(\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})}$$

La mobilité cinématique mc = mcu + mci =Nc = Nc1 + Nc2 = 4.

La mobilité cinématique utile de la liaison équivalente mcu = 3 car il n'existe que 3 inconnues cinématiques indépendantes dans l'expression de $\left\{T_c(2/0)\right\}$, ce sont: $\omega_x, \omega_y, \omega_z$

La mobilité cinématique interne mci de la chaîne s'obtient par : mci = mc – mcu= 1.

Cette mobilité peut se déterminer en faisant les deux solides (2 et 0) immobiles l'un par rapport à l'autre et en observant les mouvements internes possibles.