

**Unité d'enseignement : UEF 3.1.1**

**Crédits : 4**

**Coefficient : 2**

# ***Théorie des mécanismes***

# ***Théorie des mécanismes***

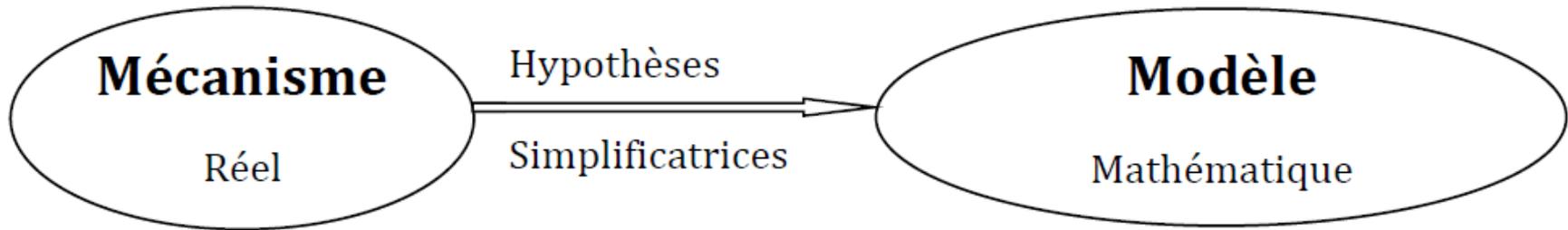
## ***Chapitre 2 : Modélisation des mécanismes***

Dans le but d'analyser et de comprendre le fonctionnement d'un système mécanique, il est souvent plus facile d'en faire une représentation schématique. Ce chapitre est consacré à donner pour un système mécanique : chaînes et schémas cinématique, et le graphe associé, ses objectifs sont :

- Modéliser les mécanismes ;
- Déterminer le torseur cinématique d'une liaison ;
- Déterminer le torseur d'action mécanique transmissible.

## 2.1. Modélisation

La modélisation est l'établissement d'une image (ou modèle) simplifiée de la réalité, souvent représentée sous forme de schéma.



La modélisation d'un mécanisme permet de mettre en évidence :

- Le fonctionnement,
- Les efforts mis en jeu,
- Les mouvements relatifs de ses composants,
- Les vitesses afin de déterminer les lois entrées/sorties et les puissances transmises.

## **2.2. Hypothèses**

L'établissement d'un modèle d'un mécanisme s'appuie sur deux groupes d'hypothèses relatives aux pièces et aux liaisons.

**a. Hypothèses relatives aux pièces :** Les pièces sont des solides :

- Indéformables (ou rigides),
- Homogènes (corps dont les constituants sont de même nature),
- De géométries parfaites.

**b. Hypothèses relatives aux Liaisons :** Les liaisons sont considérées :

- Parfaites (ou théoriques), c'est-à-dire, les surfaces de contacts sont géométriquement parfaites (cylindre, plan, sphère, ...),
- Sans jeu,
- Sans frottement,
- Bilatérales (le contact se fait dans les deux sens).

## **2.2. Hypothèses**

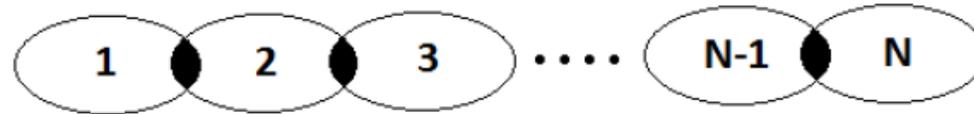
L'établissement d'un modèle d'un mécanisme s'appuie sur deux groupes d'hypothèses relatives aux pièces et aux liaisons.

### **c. Mécanisme parfait**

Un mécanisme est dit parfait s'il est constitué par des solides rigides et des liaisons parfaites. Toute dissipation d'énergie dans ce mécanisme est nulle et son rendement est supposé égale à un. Dans la pratique, il est impossible d'avoir un mécanisme parfait, mais on l'adopte en raison de la simplicité de ces modèles permettant l'étude de son comportement.

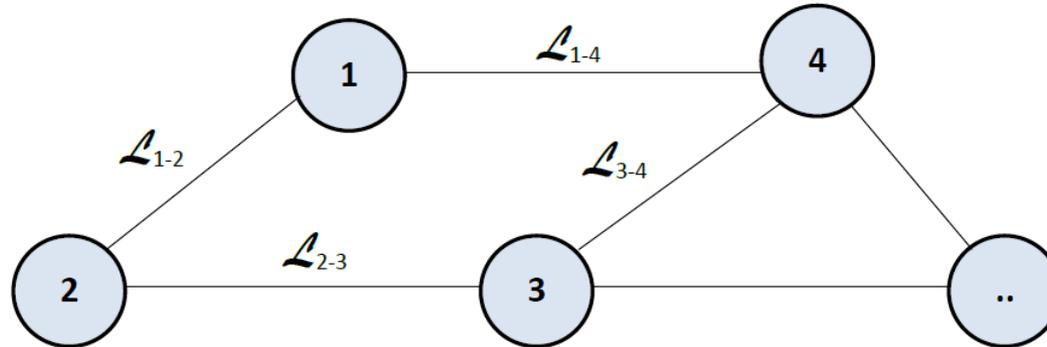
### 2.3. Graphe associé à un système mécanique

Soit un système mécanique composé de  $N$  pièces et de  $L$  liaisons :



Ce système peut être représenté par un graphe tel que :

- Le sommet représente la pièce 'i' ( $i=1, N$ )
- L'arc représente la liaison 'k' ( $k=1, L$ )



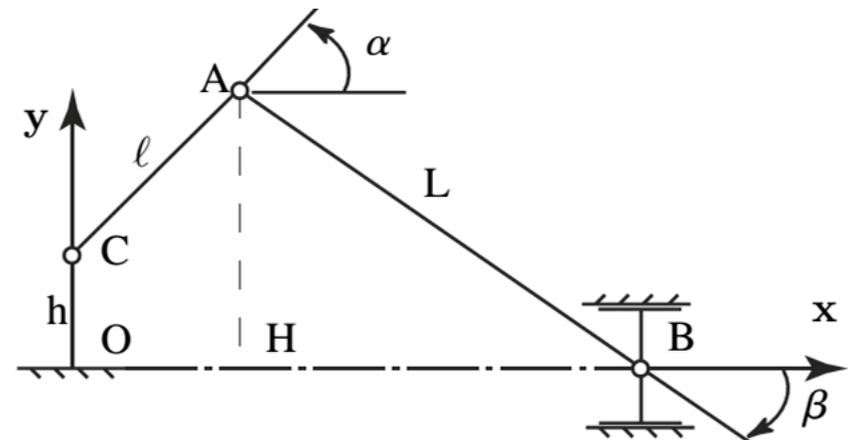
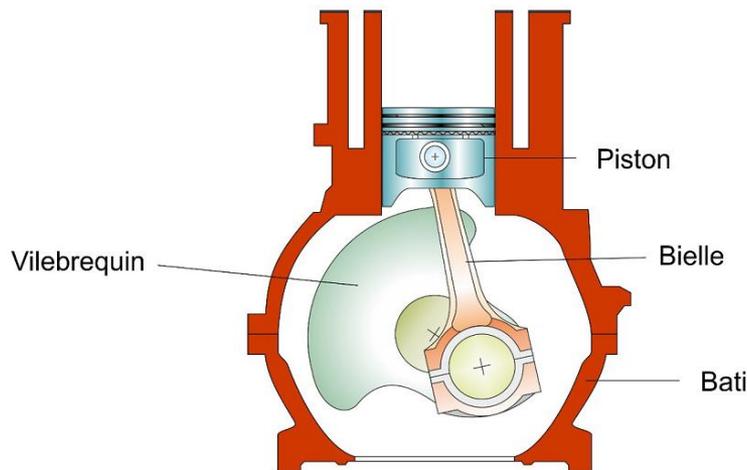
Les solides sont schématisés par des cercles et les liaisons par des arcs de courbe joignant ces cercles. Une spécification précise des liaisons.

### 2.3. Graphe associé à un système mécanique

#### Exemple 2.1 : Bielle-manivelle

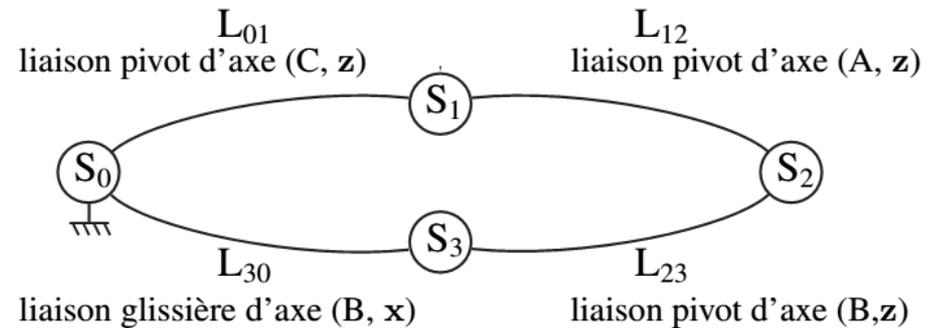
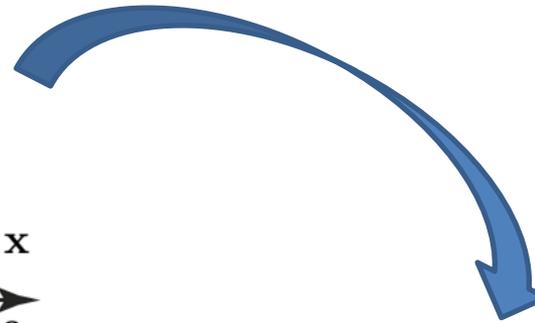
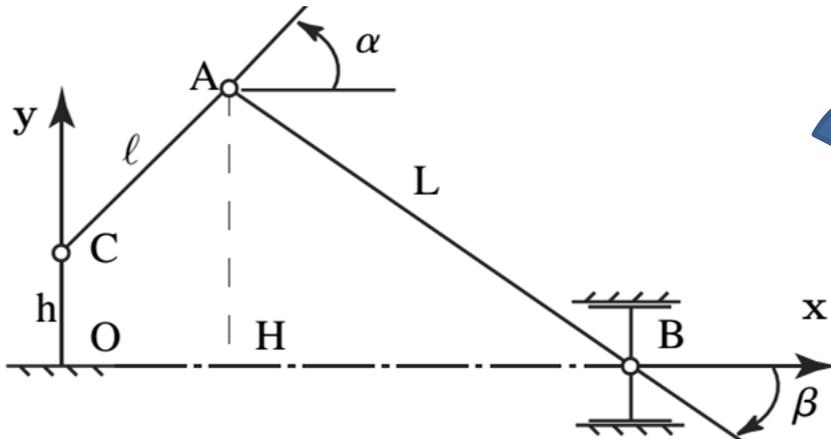
Nous proposons dans cet exemple de considérer le système bielle-manivelle classique. Le solide  $S_1$  est en rotation (liaison pivot en C), le solide  $S_2$  est en liaison pivot en A et le solide  $S_3$  (un piston par exemple) est en translation le long de l'axe (O, x).

Dans le cas général, la liaison entre le piston et le bâti est aussi de type pivot glissant (qui autorise une rotation et une translation) mais nous sommes dans le cas particulier d'un problème plan et par conséquent il ne reste comme mouvement possible que la translation.



2.3. Graphe associé à un système mécanique

**Exemple 2.1 : Bielle-manivelle**



## 2.3. Graphe associé à un système mécanique

### 2.3.1. Classe d'équivalence

Une classe d'équivalence est l'ensemble des pièces d'un même système mécanique qui sont en liaison d'encastrement d'une façon permanente.

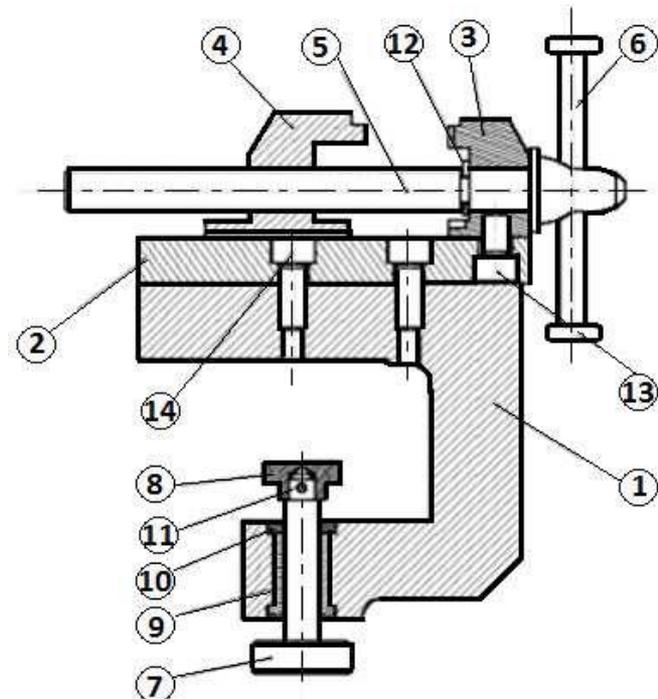
Cette classe d'équivalence peut être représentée par l'une des pièces de la classe et le comportement de cette classe est le même que celui de cette pièce.

#### **Exemple 2.2 :** *Etau*

Pour le système ci-contre (l'étau), l'ensemble de pièces :

$$C = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 9 ; 10 ; 13 ; 14 \}$$

est une classe d'équivalence.



## 2.3. Graphe associé à un système mécanique

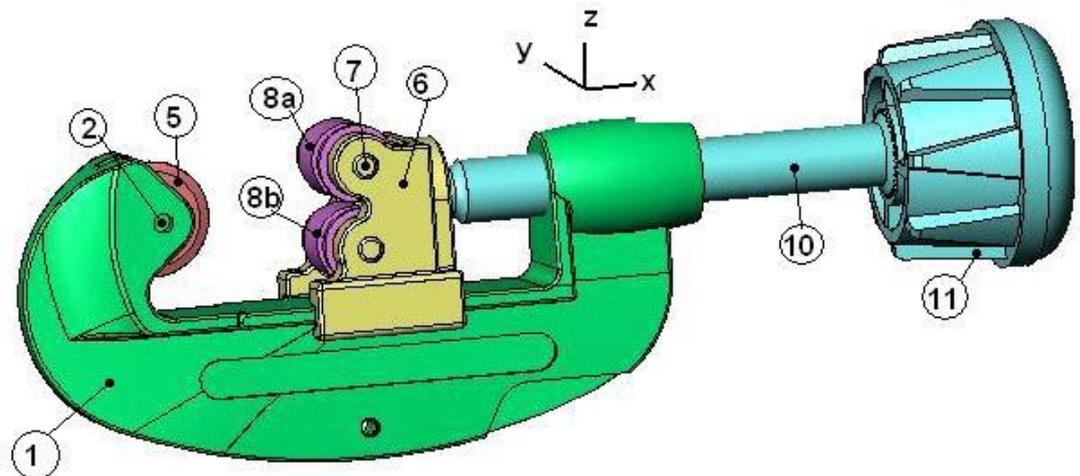
### 2.3.2. Construction du graphe d'un mécanisme

Pour construire le graphe d'un mécanisme il faut suivre ces deux étapes :

- création des classes d'équivalence et représenter chaque classe par un élément qui lui appartient ;
- construction du graphe de telle façon que les éléments mobiles et les éléments représentant les classes d'équivalence sont les sommets et les liaisons entre ces éléments sont les arcs.

#### **Exemple 2.3 :** Coupe tube

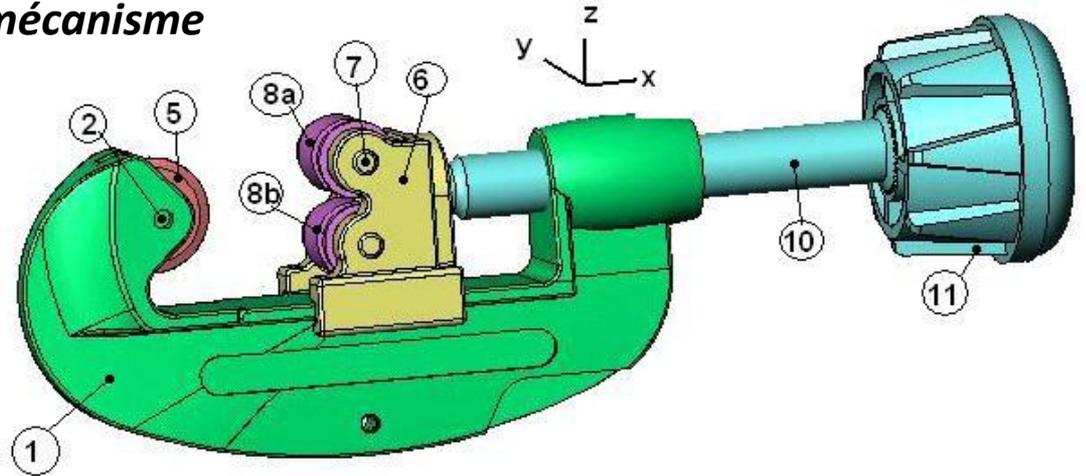
On considère le dessin d'ensemble d'un coupe tube, construire le graphe associé au système (le graphe de liaisons).



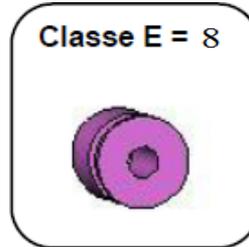
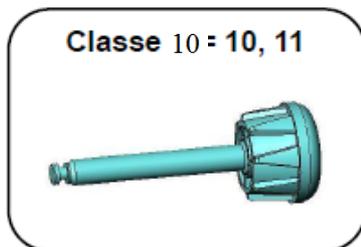
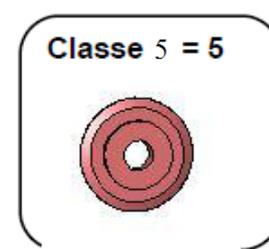
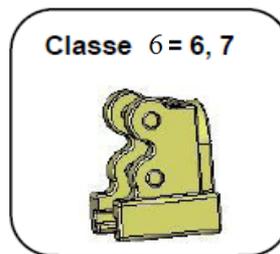
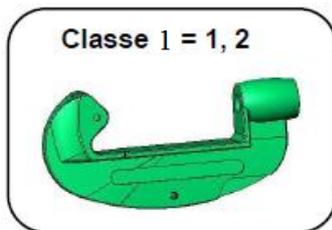
**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.2. Construction du graphe d'un mécanisme**

**Exemple 2.3 :** Coupe tube



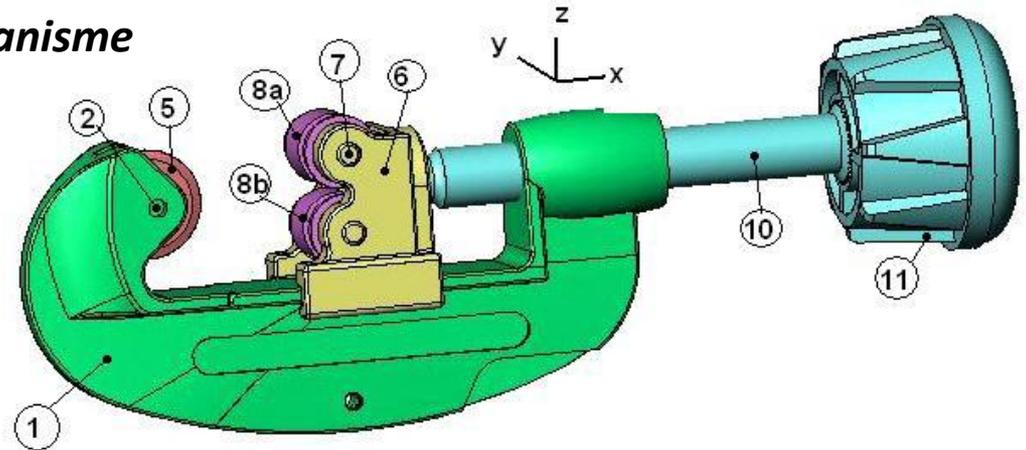
a) Définir les classes d'équivalence :



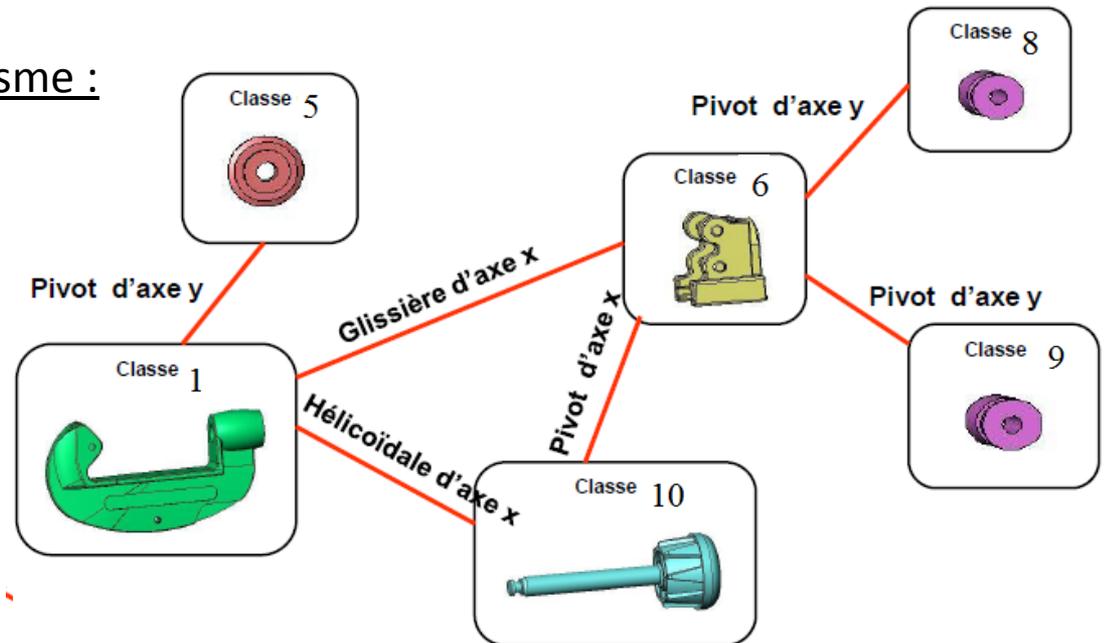
**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.2. Construction du graphe d'un mécanisme**

**Exemple 2.3 :** Coupe tube



b) Graphe de liaisons du mécanisme :



**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.2. Construction du graphe d'un mécanisme**

**Exemple 2.4 : Moteur thermique**

a) Classes d'équivalence :

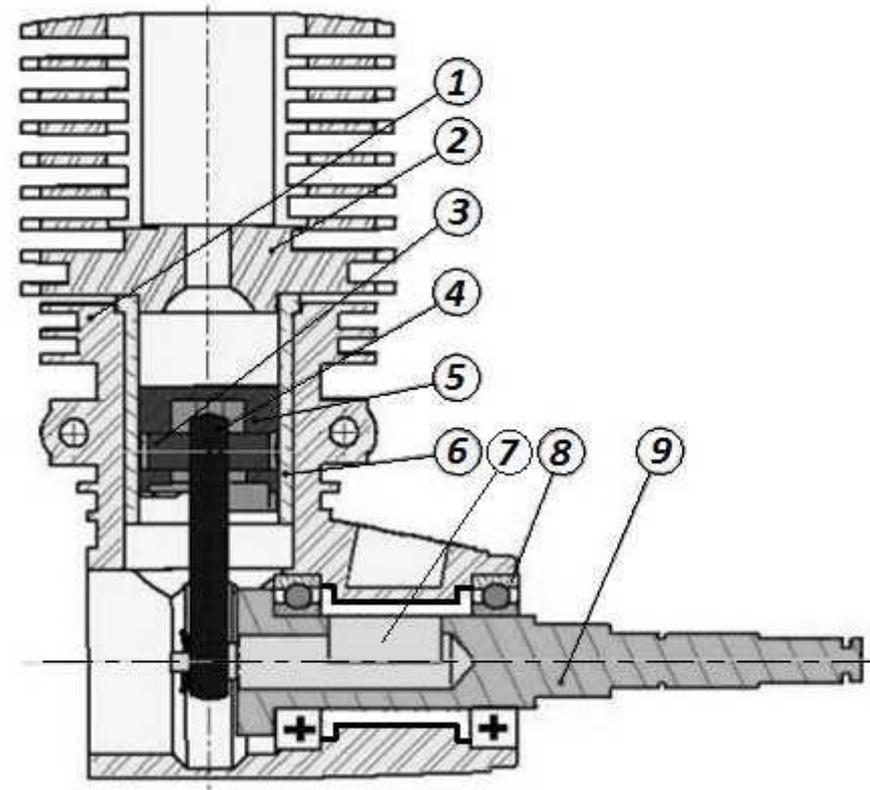
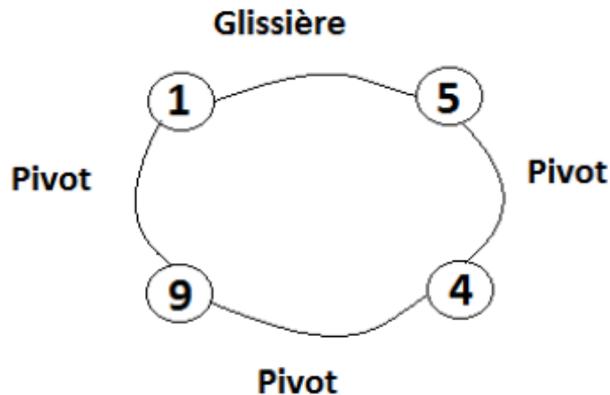
$$(1) = \{1, 2, 6, 8\}$$

$$(5) = \{5, 3\}$$

$$(4) = \{4\}$$

$$(9) = \{7, 9\}$$

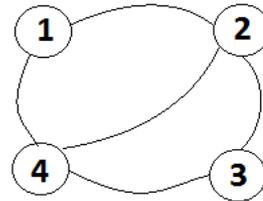
b) Graphe de liaisons du mécanisme :



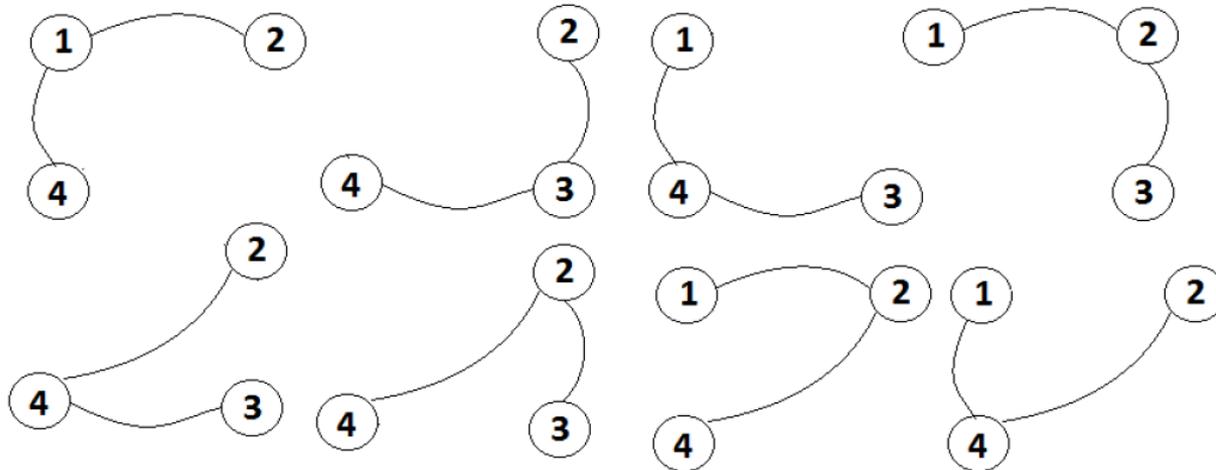
**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.3. Arbres, cycles et cycles indépendants**

Soit le graphe d'un mécanisme suivant :



**a. Un arbre** est un **extrait** du graphe, c'est un chemin parcouru **une seule fois** et il est **non fermé** :

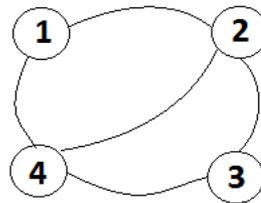


**Arbres extraits du graphe**

## 2.3. Graphe associé à un système mécanique

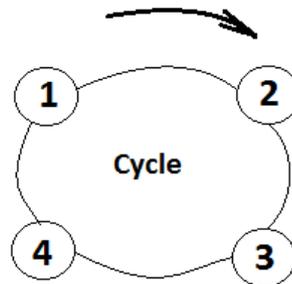
### 2.3.3. Arbres, cycles et cycles indépendants

Soit le graphe d'un mécanisme suivant :



**b.** Un **cycle** est un **extrait** du graphe, c'est chemin **fermé** parcouru **une seule fois**, c.-à-d., on ne passe pas par le même arc deux fois.

Sens choisi de parcours

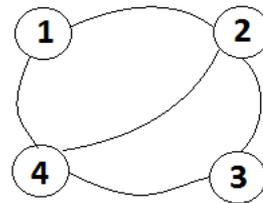


Cycle extrait du graphe

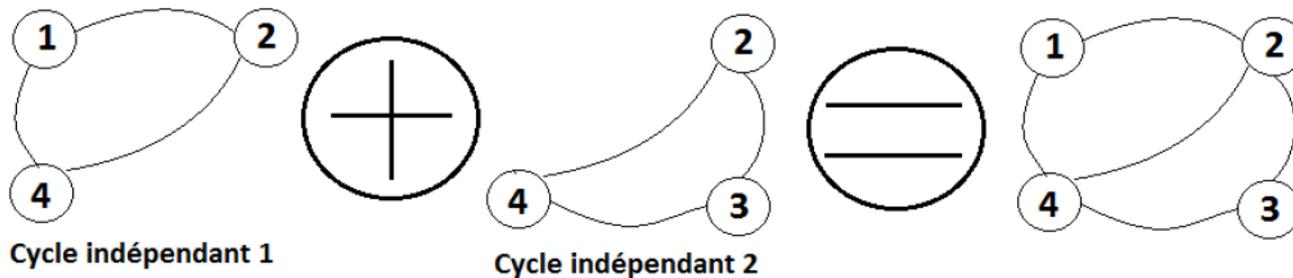
**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.3. Arbres, cycles et cycles indépendants**

Soit le graphe d'un mécanisme suivant :



c. Un **cycle indépendant** est le cycle **élémentaire extrait** du graphe, ces cycles indépendants une fois assemblés doivent donner le graphe duquel ils dérivent, c.-à-d., l'ensemble minimal de cycles extraits d'un graphe suffisant pour le reconstruire :



**Remarque :** en mécanique des mécanisme, on cherchera toujours les cycles indépendants.

## 2.3. Graphe associé à un système mécanique

### 2.3.4. Nombre cyclomatique d'un graphe

Le nombre cyclomatique noté  $\gamma$  caractérise le nombre de cycles indépendants :

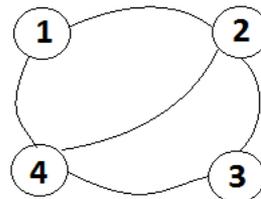
$$\gamma = L - N + 1$$

L : Nombre de liaisons

N : Nombre de pièces

#### **Exemple 2.5 :**

On calcul le nombre cyclomatique du graphe précédent :



$$N = 4 \quad \text{et} \quad L = 5 \quad \text{alors} \quad \gamma = 5 - 4 + 1 = 2$$

donc, le nombre de cycles indépendants est **2**

## **2.3. Graphe associé à un système mécanique**

### **2.3.5. Schéma cinématique d'un système mécanique**

Dans une chaîne cinématique il y a **entrée** et **sortie** du mouvement :

- Les **éléments d'entrée** sont auxquels le mouvement est donné à l'aide d'actionneurs (moteurs, vérins,...) ;
- Les **éléments de sortie** sont par lesquels se produisent les mouvements désirés.

Le nombre de pièces et de liaisons n'est pas suffisant pour étudier un mécanisme, en effet :

- les dimensions des pièces influant sur le mouvement ;
- et les natures des différentes liaisons est aussi nécessaire.

Un outil qui remplirait toutes ces données ne serait que le schéma cinématique.

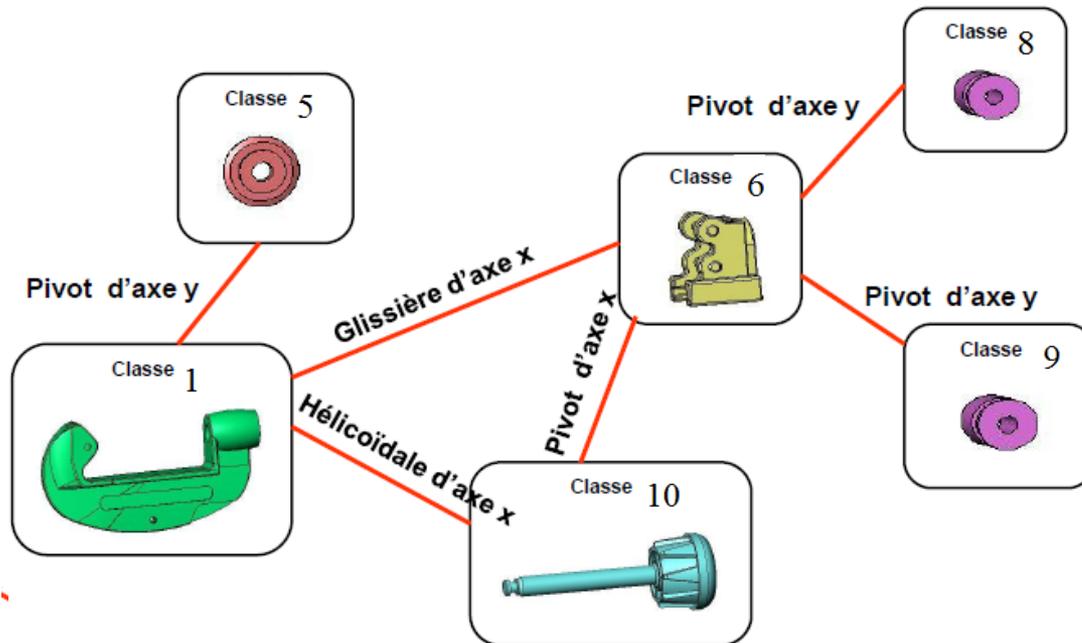
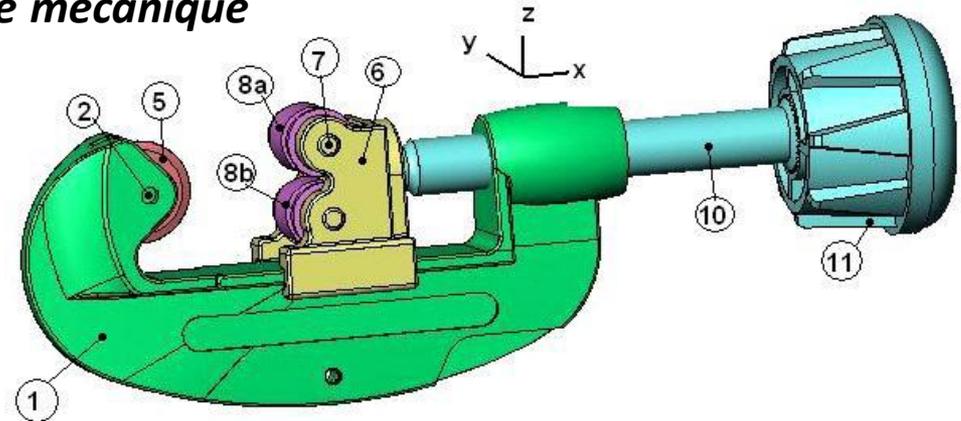
**Remarque :** Lorsque le schéma cinématique ne comporte que des données justes nécessaires à l'étude du mouvement, on dit que c'est un **schéma cinématique minimal**.

**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

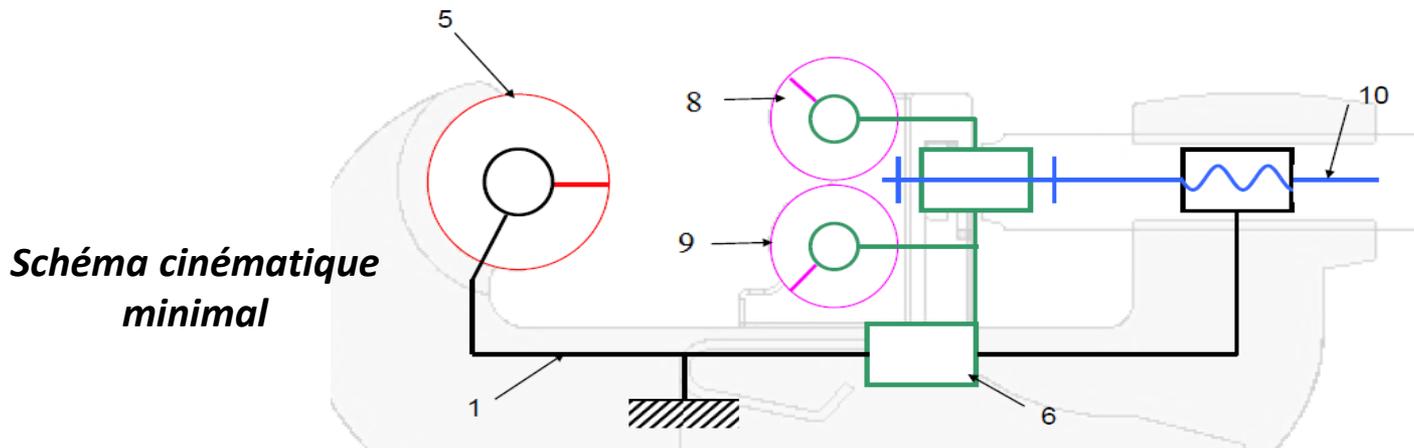
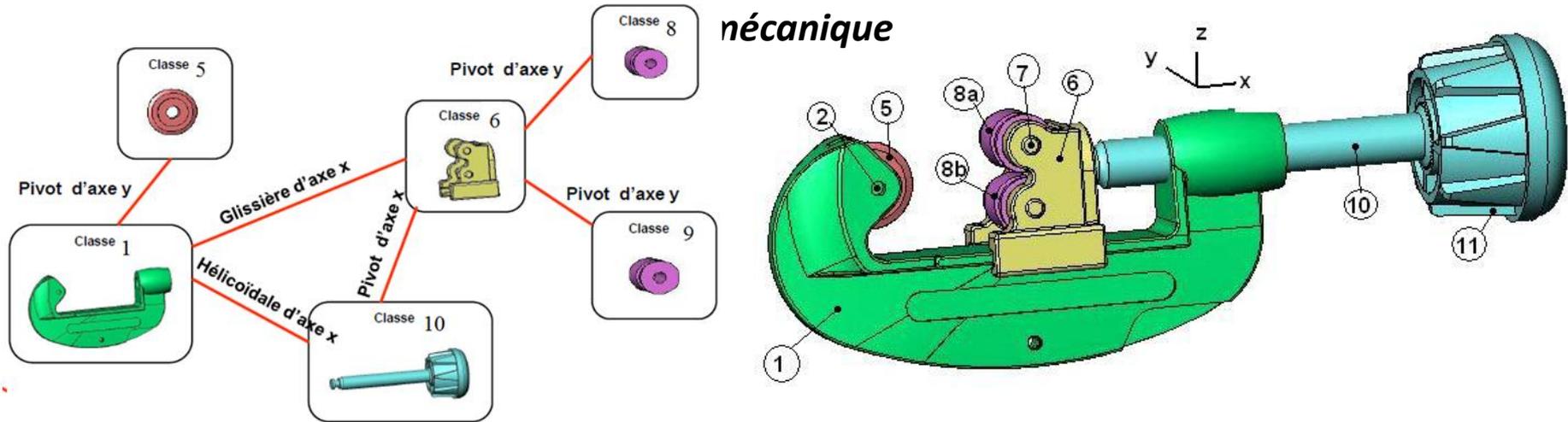
**2.3.5. Schéma cinématique d'un système mécanique**

**Exemple 2.6 :**

On reprend le coupe tube :



**2.3. Graphe associé à un système mécanique**



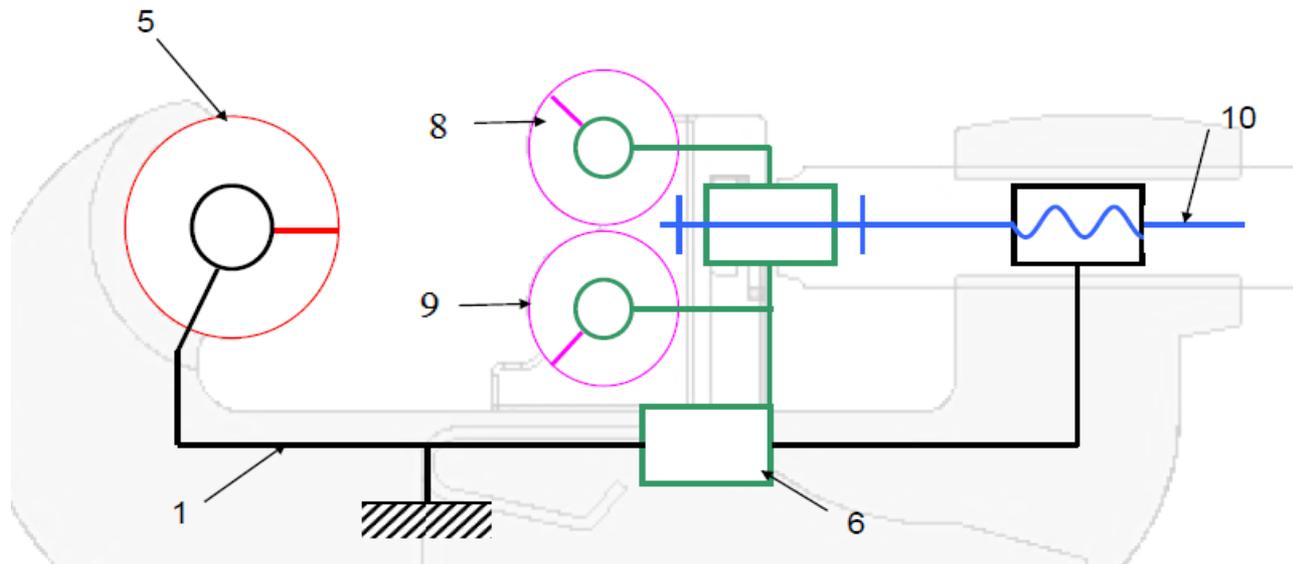
L'idéal est de réaliser le schéma cinématique en couleur (1 couleur pour chaque classe)

## 2.3. Graphe associé à un système mécanique

### 2.3.5. Schéma cinématique d'un système mécanique

#### Exemple 2.6 :

On reprend le coupe tube :



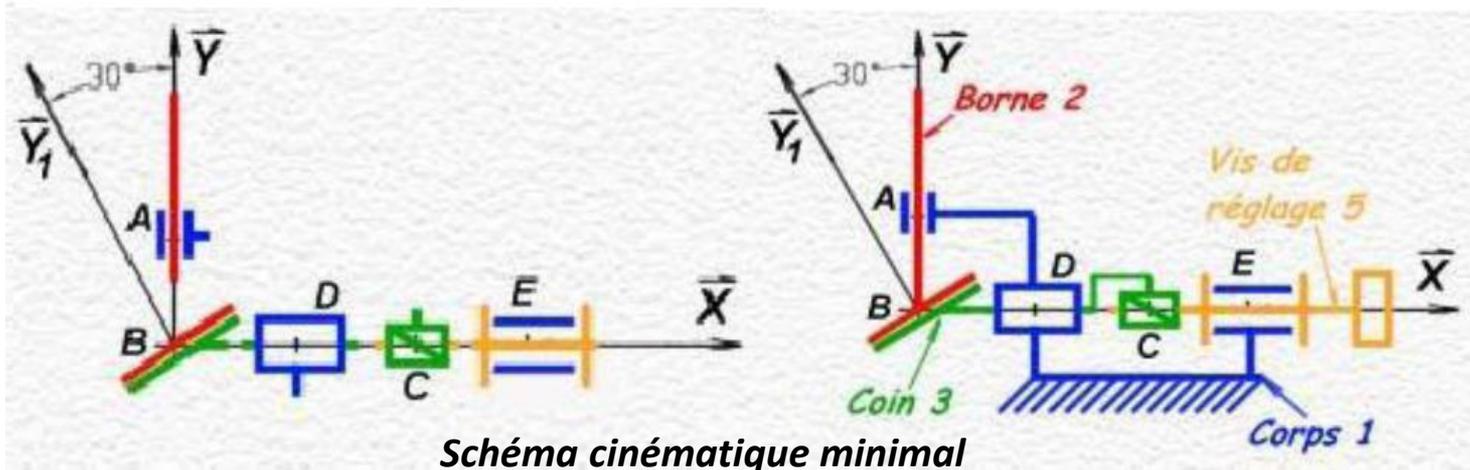
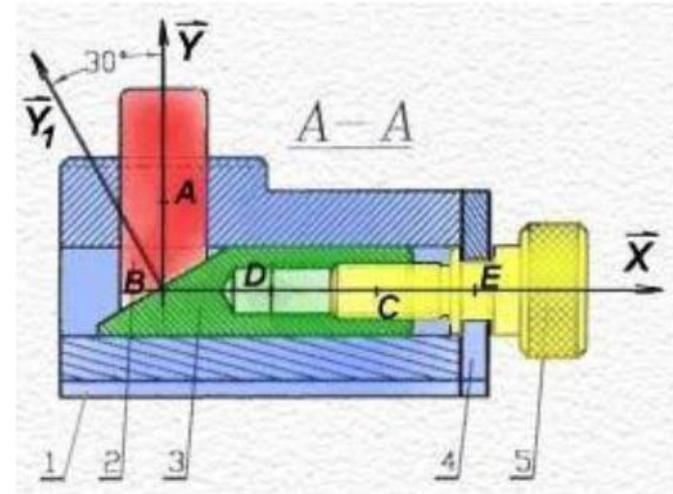
**Remarque :** Pour terminer, on peut placer sur le schéma des informations complémentaires pour en faciliter la lecture : repères des pièces, mouvements, points particuliers, entrée, sortie, commentaires, etc.

**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.5. Schéma cinématique d'un système mécanique**

**Exemple 2.7 : Appuis ajustable**

Tracer le schéma cinématique sans et avec des informations complémentaires.

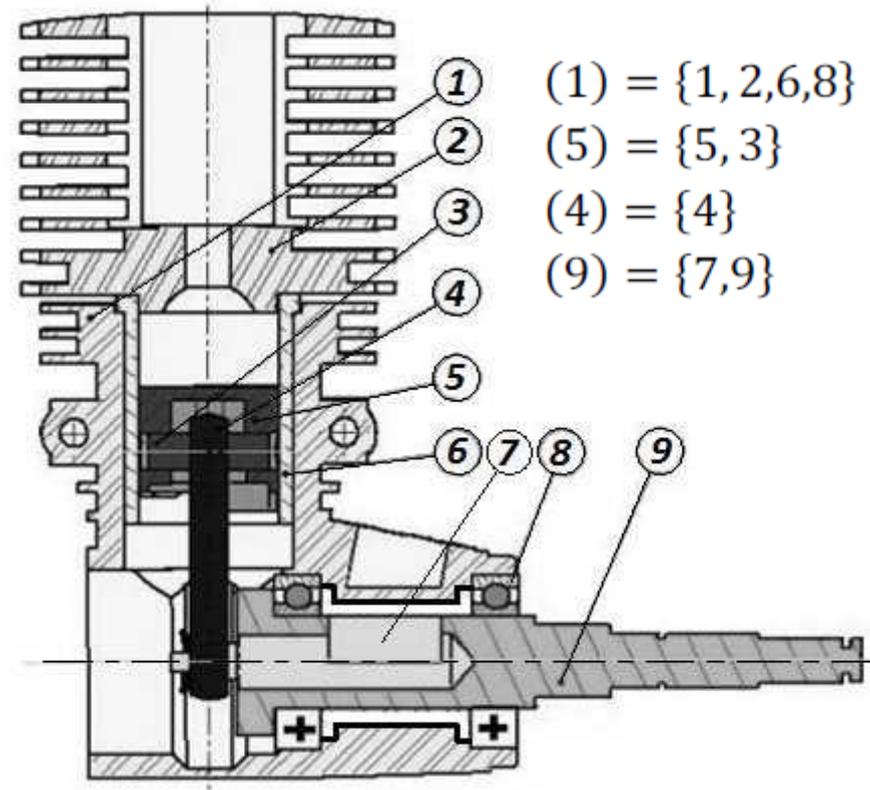
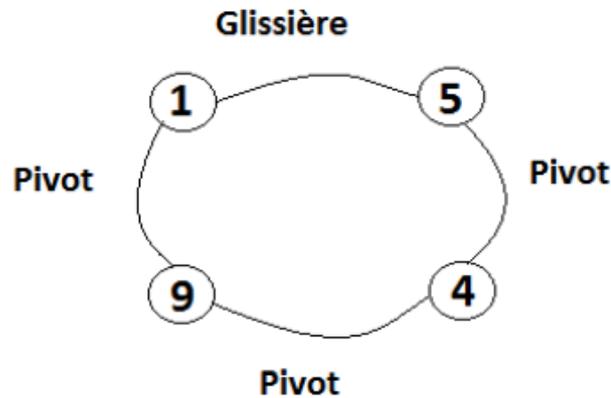


**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.5. Schéma cinématique d'un système mécanique**

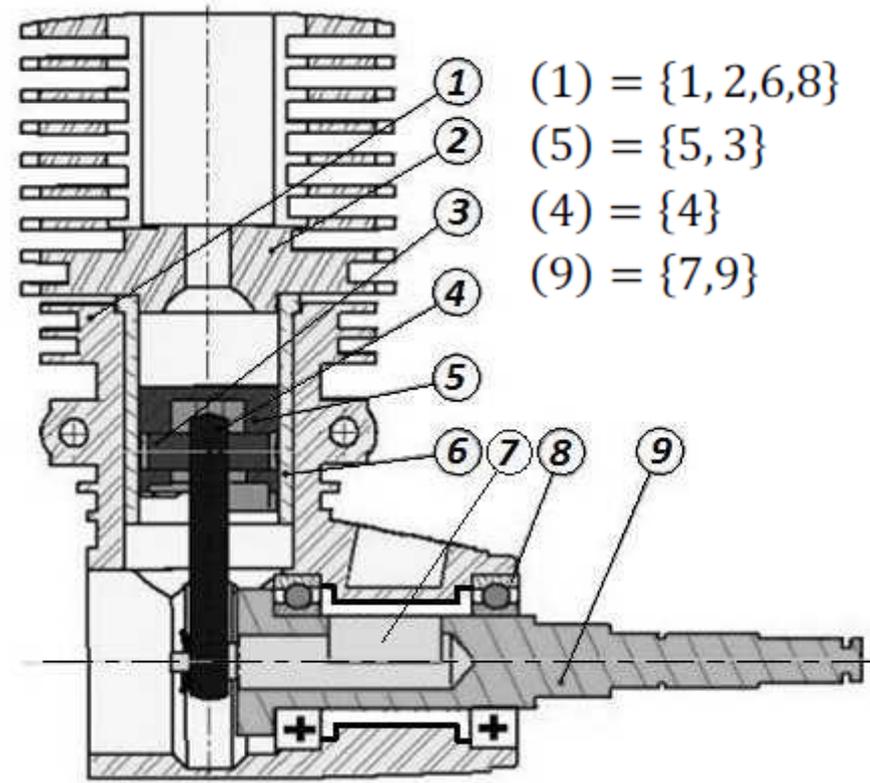
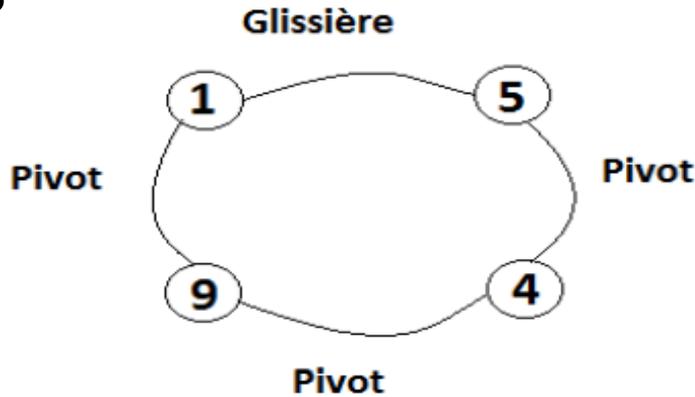
**Exemple 2.8 :**

On reprend le moteur thermique :

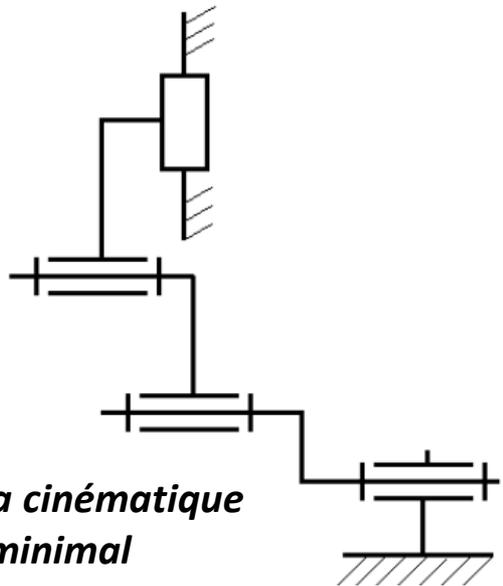


**2.3. Graphe associé à un système mécanique**

**2.3.5** *Glissière* / *mécanisme*



- (1) = {1, 2, 6, 8}
- (5) = {5, 3}
- (4) = {4}
- (9) = {7, 9}



*Schéma cinématique minimal*