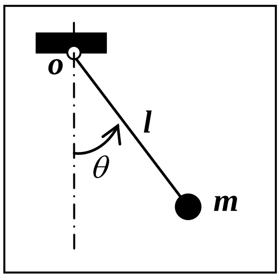
Université de Khemis Miliana
Faculté des Sciences et de la Technologie
L3 Construction Mécanique

جامعـــة خميـــس مليانـــة
كليّة العلـــــوم والتكنولـــوجيا
ليسانس 3 إنشاء ميكانيكي

Examen : **Dynamique Des Structures** Date : 04/06/2023 Durée : 1 h 30 min

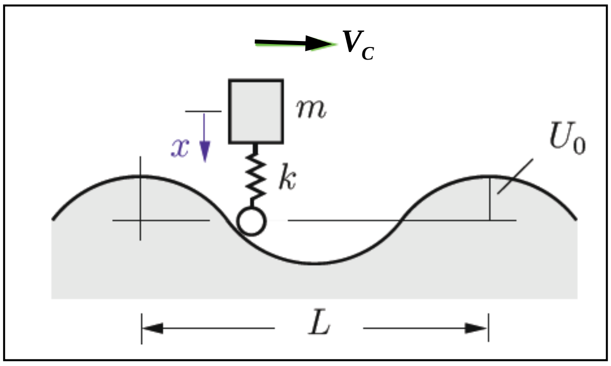
Exercice 1 : **(6 pts)**

Quelle longueur ***l*** doit avoir un pendule simple pour que la période ***T*** de son oscillation soit égale à ***1*** seconde ? ($J_o = m\,l^2$, $m = 1$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2)



Exercice 2 : **(7 pts)**

Un ensemble roue, pneu et suspension de véhicule peut être modélisé comme un système masse-ressort à un seul degré de liberté. La masse ***m*** de l'ensemble est mesurée à environ ***30 kg***. On observe que sa fréquence (propre) d'oscillation est de ***10 Hz***.



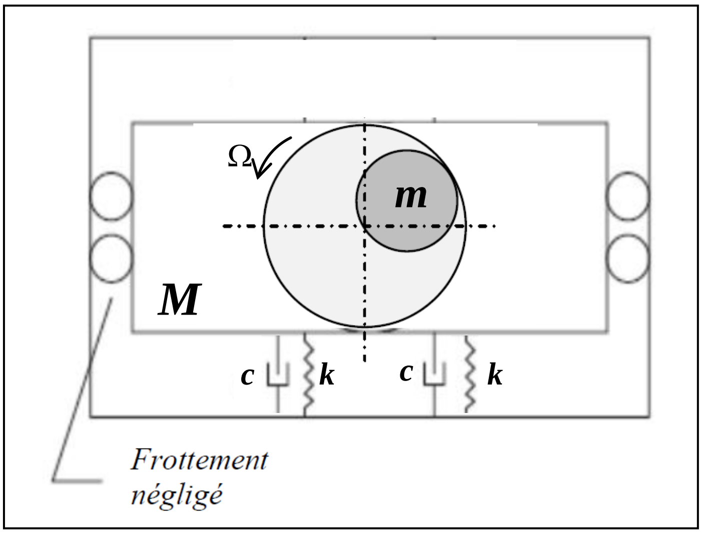
1. *Quelle est la rigidité approximative de l'ensemble de la suspension* ?

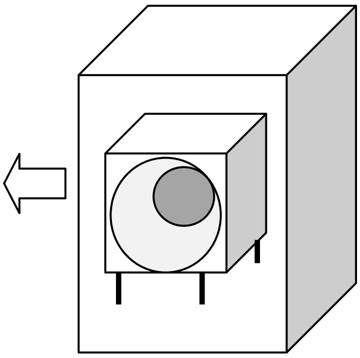
2. Si le véhicule roule sur une route dont la surface a une rudesse sinusoïdale avec une période de ***L = 4 m***, *déterminer la vitesse* ***Vc*** *du véhicule qui produit la condition de résonance.*

Exercice 3 : **(7 pts)**

Un modèle simplifié d'une machine à laver est illustré à la figure ci-dessous. Une quantité de vêtements mouillés forme une masse déséquilibrée, ***m = 10 kg***, dans la machine. La masse totale ***M***, y compris ***m***, est de ***25 kg*** et le centre de ***m*** est décalé de ***20 mm*** par rapport au centre du tambour. Le système contient quatre ressorts et quatre amortisseurs. La raideur de chaque ressort est ***k = 300 N/m*** et coefficient d'amortissement de chaque amortisseur est ***c = 14 N.s/m***

En supposant que le cycle d'essorage tourne à ***300 tr/min*** , *calculer l'amplitude du mouvement de la masse* ***M*** *due au balourd en rotation de* ***m*** .





Rappel :

$$E_{ct} = \frac{1}{2} m\, v^2 \qquad ; \qquad E_{cr} = \frac{1}{2} J_o\, \omega^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k\, x^2 \qquad ; \qquad E_{pp} = m\, g\, \Delta_z$$

-) Le Lagrangien : $L = E_c - E_p$

-) Equations de Lagrange-Euler :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \;\; ; \;\; f = \frac{\omega}{2\,\pi} \;\; ; \;\; T = \frac{2\,\pi}{\omega} \;\; ; \;\; \omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \;\; ; \;\; \lambda = \frac{c}{2\,m} \;\; ; \;\; \xi = \frac{\lambda}{\omega_0}$$

-) La dissipation : $D = \frac{1}{2}\, c\, \dot{x}^2$

-) Force d'amortissement : $F_a = c\, \dot{x}$

-) Régime apériodique : $x(t) = e^{-\lambda\, t}\left(a\, e^{\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\; t} + b\, e^{-\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\; t}\right)$

-) Régime critique : $x(t) = e^{-\lambda\, t}(a + d\, t)$

-) Régime pseudo-périodique : $x(t) = x_1(t) + x_2(t) = e^{-\lambda\, t}\left(a\;\cos\omega_a\, t + b\;\sin\omega_a\, t\right)$

$$x(t) = C\, e^{-\lambda\, t}\, \sin\,(\omega_a + \varphi)$$

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \text{et} \qquad \varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

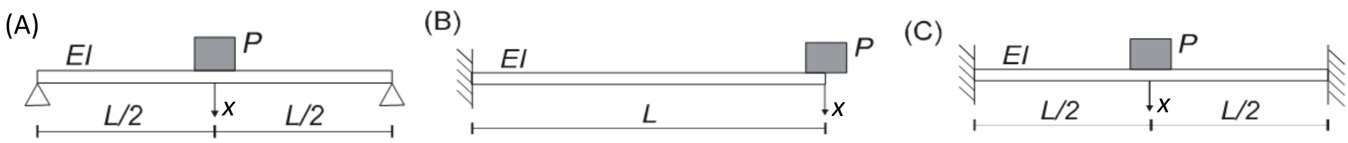
-) Force centrifuge : $F_c = m\, r\, \Omega^2$

-) La solution générale : $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$

$$x_p(t) = A\;\cos(\Omega\, t - \psi)$$

$$F(t) = F_0 \cos(\Omega\, t) \qquad F_m = \frac{F_0}{m} \qquad tg\,\psi = \frac{2\;\lambda\,\Omega}{\omega_0^2 - \Omega} \qquad A_0 = \frac{F_m}{\omega_0^2}$$

$$A(\Omega) = \frac{F_m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + \left(2\;\lambda\,\Omega\right)^2}} \qquad A(\Omega) = \frac{A_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2\;\xi\right)^2 \left(\frac{\Omega}{\omega_0^2}\right)^2}}$$



$$k = \frac{48\,E\,I}{L^3} \qquad k = \frac{3\,E\,I}{L^3} \qquad k = \frac{192\,E\,I}{L^3}$$