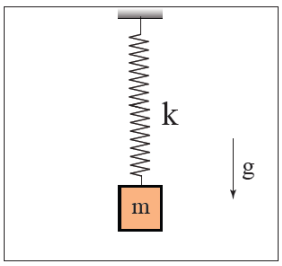
Université de Khemis Miliana
Faculté des Sciences et de la Technologie
L3 Construction Mécanique

جامعة خميس مليانة
كلية العلوم والتكنولوجيا
ليسانس 3 إنشاء ميكانيكي

Examen : Dynamique Des Structures **Date : 30/05/2022** **Durée : 1 h**

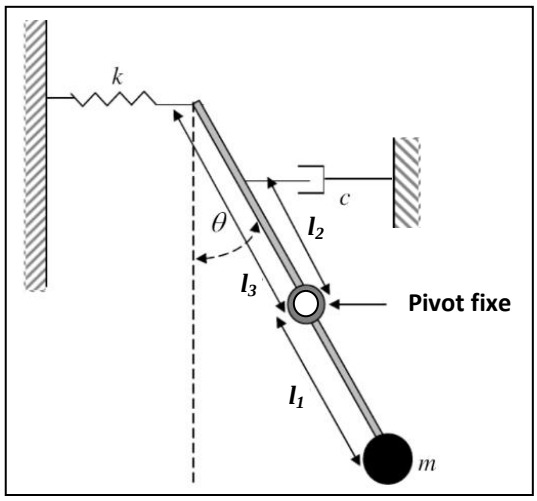
Exercice 1 : (4 pts)

Sur la terre, un système masse/ressort vertical à une pulsation propre $\omega_{0\ terre}$. Quel sera le rapport entre les deux pulsations : une calculée sur la terre et l'autre calculée sur la lune $\left(R = \dfrac{\omega_{0\ terre}}{\omega_{0\ lune}} = ? \right)$ pour le même système ? (sachant que $\dfrac{g_{terre}}{g_{lune}} = 6$)



Exercice 2 : (8 pts)

Une commande à pédale dans de nombreuses applications peut être représentée par le système représenté sur la figure ci-contre : un bras (de masse négligeable) pivotant, un ressort à une extrémité et une masse à l'autre. Un amortisseur visqueux est également relié au bras. Notez que l'angle $\boldsymbol{\theta}$ peut être considéré comme petit et $\boldsymbol{J_O = m\, l_1^2}$.



1. Vérifier si l'équation du mouvement est :

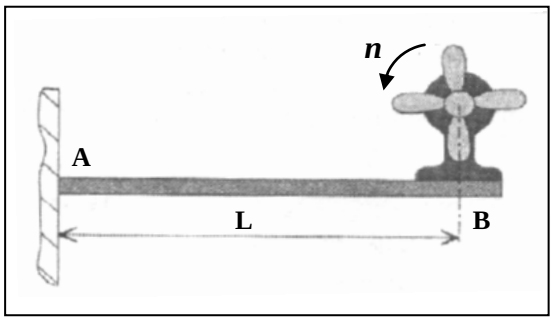
$$\boldsymbol{m\, l_1^2\, \ddot{\theta} + c\, l_2^2\, \dot{\theta} + k\, l_3^2\, \theta = 0}$$

2. Déterminer - la pulsation propre
- le facteur d'amortissement
- la pseudo-pulsation

Exercice 3 : (8 pts)

Un ventilateur de ***40 kg*** est fixé à l'extrémité ***B*** d'une poutre horizontale encastrée en ***A*** dans un mur. Le déséquilibrage des pales est équivalent à une masse de ***1 kg*** situé à ***100 mm*** de l'axe de rotation.

On veut ajouter un système d'amortissement pour que l'amplitude de vibration (en régime permanent) du ventilateur ne dépasse pas ***1 cm*** lorsqu'il fonctionne à ***n = 1000 tr / min***.



L = 1,2 m ; **E = 200 . 10^9 N/m^2** ; **I = 1,3 . 10^{-6} m^4**

Question : Déterminer le coefficient d'amortissement **c** .

Rappel :

$$E_{ct} = \frac{1}{2} m\, v^2 \quad ; \quad E_{cr} = \frac{1}{2} J_o\, \omega^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k\, x^2 \quad ; \quad E_{pp} = m\, g\, \Delta_z$$

-) Le Lagrangien : $L = E_c - E_p$

-) Equations de Lagrange-Euler :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \; ; \; f = \frac{\omega}{2\pi} \; ; \; T = \frac{2\pi}{\omega} \; ; \; \omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \; ; \; \lambda = \frac{c}{2m} \; ; \; \xi = \frac{\lambda}{\omega_0}$$

-) La dissipation : $D = \frac{1}{2} c\, \dot{x}^2$

-) Force d'amortissement : $F_a = c\, \dot{x}$

-) Régime apériodique : $x(t) = e^{-\lambda t}\left(a\, e^{\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}\, t} + b\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}\, t}\right)$

-) Régime critique : $x(t) = e^{-\lambda t}(a + d\, t)$

-) Régime pseudo-périodique : $x(t) = x_1(t) + x_2(t) = e^{-\lambda t}\left(a\, \cos\omega_a t + b\, \sin\omega_a t\right)$

$$x(t) = C\, e^{-\lambda t}\, sin\, (\omega_a + \varphi)$$

$C = \sqrt{a^2 + b^2}$ et $\varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

-) Force centrifuge : $F_c = m\, r\, \omega^2$

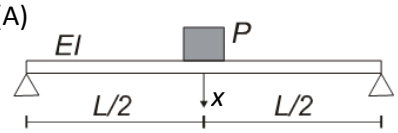
-) La solution générale : $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$

$$x_p(t) = A\, \cos(\omega t - \psi)$$

$F(t) = F_0 \cos(\omega t)$; $B = f_0 = \frac{F_0}{m}$; $tg\,\psi = \frac{2\,\lambda\,\omega}{\omega_0^2 - \omega}$; $A(\omega) = \frac{B}{\sqrt{(\omega^2{}_0 - \omega^2)^2 + (2\lambda\omega)^2}}$

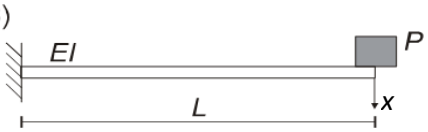
$A_0 = \frac{F_0}{k}$; $A(\omega) = \frac{A_0}{\sqrt{\left(1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2\right)^2 + (2\xi)^2(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$

(A)



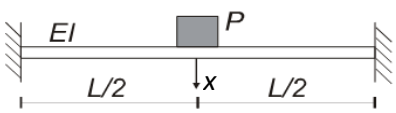
$k = \frac{48\, E\, I}{L^3}$

(B)



$k = \frac{3\, E\, I}{L^3}$

(C)



$k = \frac{192\, E\, I}{L^3}$