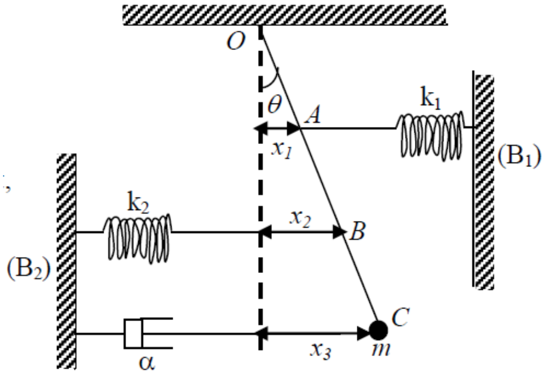
TD N° 1 – Partie 2

Systèmes libres amortis à un degré de liberté (1 DDL)

Exercice 1 :

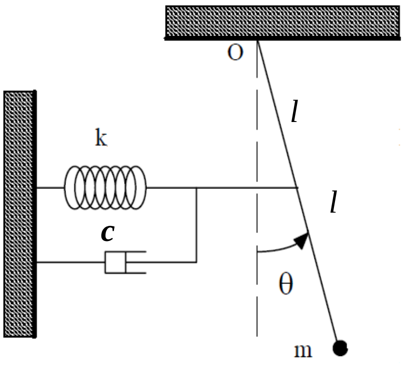
Une masse ***m*** est soudée à l'extrémité d'une tige de longueur ***l*** et de masse négligeable. L'autre extrémité de cette tige est articulée au point ***O***. La tige est liée au point ***A*** au bâti (B_1) par un ressort de raideur k_1. Au point ***B***, la tige est reliée au bâti (B_2) par un ressort de raideur k_2. La masse m est liée au bâti (B_2) par un amortisseur de coefficient de frottement ***c***. ***OA=l/3*** et ***OB=2l/3***.



1- Trouver l'équation différentielle du mouvement.

2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un faible amortissement, le facteur d'amortissement, la pulsation propre et la pseudo-pulsation.

Exercice 2 :



1- Trouver l'énergie cinétique ***Ec***, l'énergie potentielle ***Ep*** et le Lagrangien ***L*** ;

2- Trouver la fonction de dissipation ***D***, puis, l'équation de mouvement en utilisant l'équation de ***Lagrange-Euler*** ;

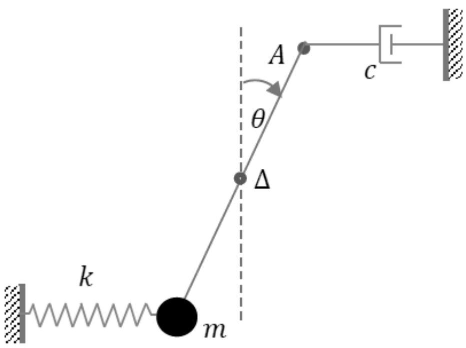
3- Trouver la nature du mouvement sachant que le coefficient de frottement ***c = 2 N.s/m*** ;

4- Trouver le temps τ au bout duquel l'amplitude est divisée par **3**.

On donne : $m = 1\ kg\ ;\ l = 2\ m\ ;\ k = 2\ N/m\ ;\ g = 10\ m/s^2$

Exercice 3 :

On considère le système mécanique ci-contre constitué d'une tige de longueur ***L*** et de masse négligeable pouvant tourner dans un plan vertical autour de son axe fixe Δ.



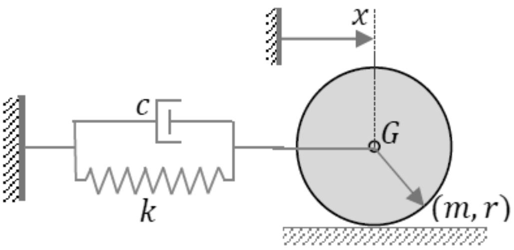
Le point ***A*** est relié à un bâti fixe par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux ***c*** . A l'autre extrémité de la tige on trouve une masse ponctuelle ***m*** qui est reliée à un second bâti fixe par un ressort de raideur ***k***. *On se place dans le cas des oscillations libres de faible amplitude*.

1- Etablir l'équation différentielle du mouvement satisfaite par θ ;

2- Lorsque le système est abandonné sans vitesse initiale, il effectue des oscillations amorties de période $T = 0{,}1\ s$, dont l'amplitude diminue de ***moitié*** au bout de ***5 périodes***. Calculer le coefficient d'amortissement c sachant que $m = 500\ g$.

Exercice 4 :

Un disque de masse m, de rayon r et de moment d'inertie $J_G = 1/2\ m\ r^2$.



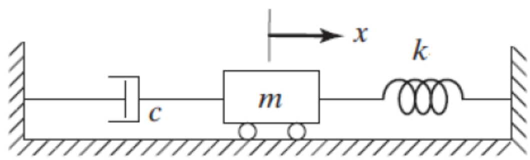
1- Trouver l'équation du mouvement du système en supposant que le disque roule sans glissement ;

2- Quelle est la valeur de c qui correspond à l'amortissement critique ?

3- L'amortissement est critique, le disque est relâché à partir de $x(0) = x_0$ sans vitesse initiale, trouver le déplacement du centre du disque.

Exercice 5 :

On considère le système représenté sur la figure ci-contre.



1- Ecrire l'équation du mouvement.

2- Si on donne : $m = 1\ kg$, $k = 100\ N/m$ et $c = 5\ N.s/m$

a- Calculer la pulsation propre du système.

b- Calculer le coefficient d'amortissement critique.

c- Calculer le facteur d'amortissement.

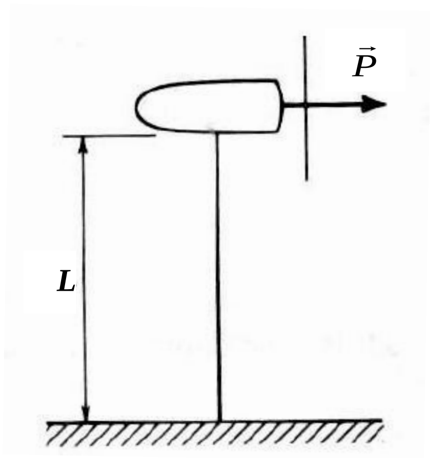
d- Calculer la pseudo-pulsation.

e- Ecrire la réponse du système pour les conditions initiales suivantes :

à $t = 0$, $x(0) = 10\ cm$ et $v(0) = 600\ m/min$.

Exercice 6 :

Une turbine éolienne est modélisée par une masse concentrée en tête d'une colonne de masse négligeable de hauteur L. Une force latérale $P = 981\ N$ est exercée selon l'axe de la turbine. Elle est maintenue préalablement par un câble d'attache et le déplacement horizontal statique est de $3\ cm$.



Le câble d'attache est instantanément coupé et les vibrations résultantes sont enregistrées. A la fin de ***2 cycles*** complets, le temps est de $1{,}25\ s$ et l'amplitude est de $2\ cm$.

Déterminer : **1-** La pulsation ω_0 ;

2- La rigidité k et la masse effective m ;

3- L'amortissement c.