ANA3BOLA

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
république Algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
ministère de l Enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique

المعهد: علوم وتقنيات الأنشطة البدنية والرياضية
السنة: الأولى ليسانس
الفوج:06
الموضوع:

معادلة الانحدار البسيط

اعداد الطالب:
- ✓ بارة نسيم
- ✓ علي قارة فارس

أستاذ المقياس:
- ✓ أ. نجايمي

الإنحدار الخطي

الانحدار الخطي Linear Regression

- الانحدار أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار.
- ويعرف المتغير الأول بالمتغير التابع dependent ويرمز له بالحرف Y، في حين يعرف المتغير الآخر بالمتغير المستقل Independent ويرمز له بالحرف X.
- تهدف دراسة الانحدار التنبؤ بقيمة متغير Y بمعرفة متغير X. إذاً الغاية من استخدام أسلوب تحليل الانحدار الخطي دراسة وتحليل أثر متغير كمي على متغير كمي آخر.
- ويعتمد نموذج الانحدار دائماً على علاقة السببية، بمعنى ان يكون التغير في المتغير المستقل مسبب رئيسي للتغير في المتغير التابع.

الانحدار الخطي البسيط

$$Y = a + b\,X$$

وتحسب a, b تبعاً للآتي :

$$b = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum (X)^2 - (\sum X)^2}$$

$$a = \frac{\sum Y - b\sum X}{n}$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e \qquad (٥-٦)$$

حيث أن:

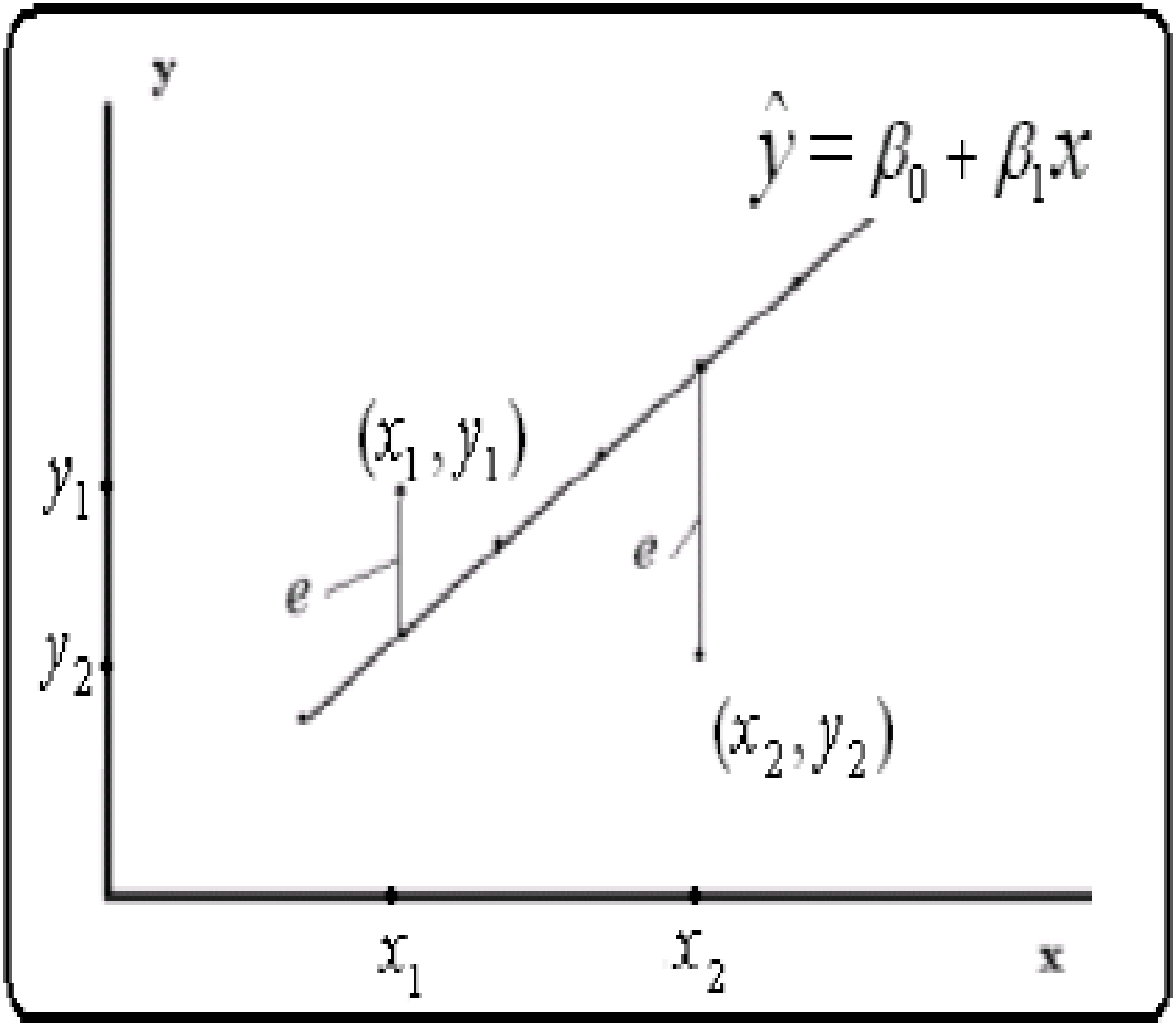
y : هو المتغير التابع (الذي يتأثر)

x : هو المتغير المستقل (الذي يؤثر)

β_0 : هو الجزء المقطوع من المحور الرأسي y ، وهو يعكس قيمة المتغير التابع في حالة انعدام قيمة المتغير المستقل x ، أي في حالة $x = 0$

β_1 : ميل الخط المستقيم $(\beta_0 + \beta_1 x)$ ، ويعكس مقدار التغير في y إذا تغيرت x بوحدة واحدة.

e : هو الخطأ العشوائي، والذي يعبر عن الفرق بين القيمة الفعلية y ، والقيمة المقدرة $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$ ، أي أن : $e = y - (\beta_0 + \beta_1 x)$ ، ويمكن توضيح هذا الخطأ على الشكل التالي لنقط الانتشار.


y
$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$
(x_1, y_1)
y_1
e
y_2
e
(x_2, y_2)
x_1
x_2
x

الإنحدار الخطي

معادلة خط الانحدار

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

b : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار Y على X (أو Y/X)

- وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين :

حيث :

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} =$$

لإيجاد قيمة مقدرة جديدة $\hat{y}_h$ نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x_h في معادلة تقدير خط الانحدار Y/X

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض

الإنحدار الخطي

مثال تطبيقي للانحدار الخطي

لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي **(y)**بالإنتاج **(x)**لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي :

y	6	8	9	8	7	6	5	6	5	5
x	10	13	15	14	9	7	6	6	5	5

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط، وتوقع قيمة الاستهلاك عندما يصل إنتاج **16,000,000** برميل .

- **الحل :**

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2-(\sum x)^2}=\frac{6320-(90)(65)}{9420-90^2}=\frac{6320-5850}{9420-8100}=\frac{470}{1320}=0.36$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{65-(0.36\times 90)}{10}=3.26$$

	x	y	xy	x^2
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
$\sum$	90	65	632	942
	$=\sum x$	$=\sum y$	$=\sum xy$	$=\sum x^2$

∴معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة :

$$\hat{y}=3.26+0.36\,x$$

الإنحدار الخطي

مثال تطبيقي للانحدار الخطي

- ولتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج **16000000** برميل، نحول وحدة هذه القيمة من برميل إلى مليون برميل بالقسمة على مليون أي أن القيمة المستخدمة في توقع الاستهلاك هي $x_h = 16$
- وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$\hat{y}_h = a + bx_h$$

$$= 3.26 + 0.36(16) = 9.02$$

أي أن الاستهلاك قد يصل إلى **9.02** مليون برميل، أي ما يعادل **9020000** برميل خلال السنة.

خاتمة

معادلة الانحدار البسيط تلعب دوراً أساسياً في تحليل العلاقة بين متغيرين .فهي تمثل نموذجاً رياضياً بسيطاً يصف العلاقة بين متغير تابع ومتغير مستقل بطريقة كمية .يتيح استخدام هذه المعادلة تحديد مدى تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع وتوقع قيم المتغير التابع بناءً على قيم المتغير المستقل .تُستخدم معادلة الانحدار البسيط في مجالات متعددة مثل الاقتصاد والإحصاء والعلوم الاجتماعية والطب لفهم العلاقات بين المتغيرات وتوقع النتائج المستقبلية بناءً على البيانات المتاحة.

قائمة المراجع

- الإحصاء التطبيقي في العلوم الإنسانية والاجتماعية "للدكتور جمال عبد الحميد، يشرح بالتفصيل معادلة الانحدار البسيطة وتطبيقاتها في البحث الاجتماعي والإنساني

- .كتاب "التحليل الإحصائي بالاستخدام "SPSSللدكتور محمد حميد البشير، يتناول موضوع معادلة الانحدار البسيطة بشكل عملي باستخدام برنامج التحليل .SPSS