Exercice 1

Montrer que dans un groupe $(G, .)$

1. l'élément neutre est unique dans G ,
2. pour tout x dans G , l'inverse de x est unique,
3. $xy = xz \Rightarrow y = z$,
4. $(xy)^{-1} = y^{-1}x^{-1}$.

Exercice 2

On considère le groupe diédral D_3 engendré par les deux éléments b, c tels-que

$$D_3 = \langle b, c \rangle \text{ et } c^2 = b^3 = (bc)^2 = E,$$

1. Quel est l'ordre de ce groupe?
2. Identifier tous les éléments de ce groupe.
3. Donner la table de **Cayley** de ce groupe.
4. Rappeler le théorème de Lagrange. Combien de sous groupe propre y-a-t-il?
5. Déterminer les classes de conjugaison de ce groupe.

Exercice 3

1. Donner la table de **Cayley** du groupe C_{3v} .
2. Déterminer tous les sous groupes de C_{3v} .

Exercice 4

On considère le groupe de permutation S_3

1. Donner tous les éléments de ce groupe.
2. Donner sa table de Cayley.
3. Est ce que ce groupe est commutatif? justifier votre réponse.
4. En déduire l'inverse de chaque élément de S_3

Exercice 5

On considère le groupe $C_{3v} = \{E, C_3^1, C_3^2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$.

1. Déterminer les classes de symétrie de ce groupe
2. vérifier que deux éléments de la même classe ont le même ordre

Exercice 7

$$G = C_{3v}, G' = \{1, -1\}, f: (G, \cdot) \rightarrow (G', \cdot) \text{ tel-que}$$
$$f(E) = f(C_3^1) = f(C_3^2) = 1 \text{ et } f(\sigma_1) = f(\sigma_2) = f(\sigma_3) = -1$$

Montrer que f est un homomorphisme de groupe.

Exercice 8

Montrer que C_{3v} est isomorphe à S_3 .