UDBKM- Khemis-Miliana
Département des sciences de la matière
S2-2020-2021

Module : Géométrie différentielle
M1 : Physique Théorique
Dr. L. Slimane

Série d'exercices (Surfaces)

Exercice n°1 : Considérons la surface paramétrée par $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $f(u,v) = (u^2, v^2, uv)$.

Etudier la régularité de cette surface.

Exercice n°2 : L'hélicoïde est paramétré par $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

$$f(u,v) = (v\cos u,\ \ v\sin u,\ \ u)\,.$$

1. Calculer les coefficients de la première forme fondamentale.
2. Déterminer les points où la surface est régulière et donner le vecteur normal dans ce cas.

Exercice n°3: Considérons la surface paramétrée par :

$$f(u,v) = \left(u, v, \sqrt{1-(u^2+v^2)}\right) \quad \text{avec} \quad u^2+v^2 < 1.$$

1. Que représente géométriquement cette surface.
2. Montrer que cette surface est régulière.

Exercice n°4 : On prend deux nombres réels $R > r > 0$. Considérons le tore de révolution paramétrée par : $f : [0,2\pi[\times [0,2\pi[\to \mathbb{R}^3$

$$f(u,v) = ((R + r\cos u)\cos v, \qquad (R + r\cos u)\sin v, \quad r\sin u)$$

1. Calculer l'aire de cette surface.
2. Que représentent géométriquement les courbes :
   $C_1 = \{f(0,v),\ v \in [0,2\pi[\,\}$ et $C_2 = \{f(u,0),\ u \in [0,2\pi[\,\}$.
3. Montrer que la surface est régulière et donner le vecteur normal au point $P = f(u,v)$.
4. Donner les coefficients de la deuxième forme fondamentale et discuter l'allure géométrique locale.