UDBKM- Khemis-Miliana **Module : Géométrie différentielle (S2)**

Département des sciences de la matière **M1 : Physique Théorique**

Dr. L. Slimane

Série d'exercices n°1 (Courbes)

Exercice n°1 : Soit a, b deux constantes strictement positives. Donner la forme géométrique des courbes suivantes :

1. $\gamma(t) = (\mathrm{a}\cos t\,,\ b sin\, t), \quad t \in [0\,, 2\pi]$.
2. $\gamma(t) = (\mathrm{a}\cosh t\,,\ b\sinh t\,), \quad t \in [0\,, 2\pi]$.

Exercice n°2 : Calculer la longueur de l'astroïde de paramétrage :

$$\gamma(t) = (\cos^3(t),\ \sin^3(t)), \quad t \in [0\,, 2\pi].$$

Exercice n°3 : Calculer la longueur de cycloïde :

$$\gamma(t) = (t - \sin t, \quad 1 - \cos t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Exercice n°4 : Déterminer les points non réguliers des courbes paramétrées suivantes

1. $\gamma: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2,\ \ \gamma(t) = \big((t+1)e^t,\ t^2 e^t\big)$.
2. $\gamma: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2,\ \ \gamma(t) = \left(\frac{4t-3}{t^2+1}, \frac{2t-1}{t^2+2}\right)$.
3. $\gamma: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, \quad \gamma(t) = (t - sint,\ 1 - cost)$.

Exercice n°5 : Soit $\gamma(t) = (4\cos t\,, 5 - 5\sin t, \quad -3\cos t), \quad t \in [0, +\propto [$.

1. Déterminer si la courbe γ est normale.
2. Trouver un paramétrage normal.
3. Donner le repère de Frenet.
4. Calculer la courbure et la torsion.

Exercice n°6 (supplémentaire): Soient $R\ et\ a$ deux réels avec $R > 0$. On considère la courbe paramétrée suivante :

$$\gamma: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \qquad \gamma(t) = \left(R\cos\frac{t}{\sqrt{R^2+a^2}},\ R\sin\frac{t}{\sqrt{R^2+a^2}}, \quad a\frac{t}{\sqrt{R^2+a^2}}\right).$$

1. Que représente géométriquement cette courbe ?
2. Déterminer si la courbe γ est normale.
3. Trouver un paramétrage normal si la courbe n'est pas normale.
4. Donner le repère de Frenet.
5. Calculer la courbure et la torsion.