III.7. Travaux dirigés : Résolution numérique des équations non linéaires

Exercice III. 01:

Soit l'équation suivante : $x^3 - x - 1 = 0$

1. Montrer que cette équation possède une solution dans l'intervalle [1,2].
2. Est-ce-que cette solution est unique ?
3. Calculer une approximation de cette solution en utilisant la méthode de Dichotomie avec une précision de 10^{-2}

Exercice III. 02 :

Utiliser la méthode de la bissection pour approcher la solution de l'équation :

$f(x) = 1 - e^x = 0$, dans l'intervalle [0,1] pour une précision $\varepsilon = 10^{-3}$.

Exercice III. 03 :

Soit l'équation suivante : $f(x) = x - 0.8 - 0.2\sin(x) = 0$, en utilisant la méthode de Newton-Raphson, résoudre l'équation dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ avec la précision $\varepsilon = 10^{-5}$ et $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Exercice III. 04 :

On veut évaluer $\sqrt{a}$ en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

1. Ecrire l'équation itérative.
2. Si a=7 et l'intervalle $I = [1, 4]$
   a. Vérifier que la méthode de Newton-Raphson converge vers une solution unique.
   b. Donner les quatre premières itérations pour les deux cas : $x_0 = 1$ et $x_0 = 3$.

Exercice III. 05 :

Soit l'équation suivante : $\mathrm{f(x)} = \cos(x) - x = 0$.

1. Montrer que cette équation possède une solution dans l'intervalle [0,1].
2. Trouver la fonction du point fixe g(x) qui assure la convergence de la fonction f (x).
3. Approcher la solution avec une précision $\varepsilon = 10^{-5}$ et lorsque: $x_0 = 0.5$.

Exercice III. 06 :

On veut résoudre l'équation : $x^3 - x - 1 = 0$, par la méthode du point fixe dans l'intervalle [1,2].

1. Montrer que la fonction $x = g(x) = \sqrt[3]{x+1}$ vérifie les conditions de convergence.
2. Calculer la solution approximative avec la précision $\varepsilon = 10^{-2}$et $x_0 = 1.5$.
3. Comparer le nombre d'itérations obtenu avec celui de l'exercice 1. Que peut-on conclure ?