

## II.8. Travaux dirigés: Intégration numérique

### Exercice : II.1

Soit l'intégrale suivante :

$$J = \int_0^2 \sqrt{x} dx$$

1. En utilisant la méthode des Trapèzes, Calculer l'intégrale  $J$ .
2. En utilisant la méthode des Simpson, Calculer l'intégrale  $J$ .
3. Comparer les deux résultats avec la valeur exacte (calcul direct)

### Exercice : II-2

On donne

$$J = \int_0^{\pi} \sin(x^2) dx$$

1. Déterminer l'intégrale  $J$ , par la méthode des Trapèzes généralisée avec 5 puis 10 intervalles.
2. Comparer les résultats avec la valeur exacte, sachant que la valeur exacte est 0,7726.

### Exercice : II-3

On donne l'intégrale suivante :

$$J = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

1. Calculer l'intégrale  $J$ , en utilisant de Simpson généralisée avec 4 puis 8 intervalles.
2. Comparer les résultats obtenus avec la valeur exacte.
3. Calculer l'erreur maximale commise pour les deux cas précédents.

### Exercice : II-4

Soit la fonction  $f(x)$  définie par le tableau suivant :

|          |   |          |          |          |         |
|----------|---|----------|----------|----------|---------|
| $x_i$    | 0 | $\pi/8$  | $\pi/4$  | $3\pi/8$ | $\pi/2$ |
| $f(x_i)$ | 0 | 0.382683 | 0.707107 | 0.923880 | 1       |

1. Calculer l'intégrale :  $J = \int_0^{\pi/2} f(x) dx$  en utilisant la méthode de

- a) Trapèzes généralisée.
  - b) Simpson généralisée
2. Sachant que  $f(x) = \sin(x)$ , comparer alors les résultats obtenus avec la valeur exacte.
  3. Déterminer le nombre d'intervalles  $n$  nécessaire pour obtenir une erreur de  $10^{-6}$  en utilisant la méthode de Simpson généralisée.