

## V.10. Travaux dirigés N° 04: Résolution numérique des systèmes d'équations linéaires : Méthodes itératives

### Exercice V.10.1 :

On donne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} -2x_1 & + & 10x_3 = & 7 \\ 10x_1 & -x_2 & & = & 9 \\ -x_1 & 10x_2 & -2x_3 = & 10 \end{cases}$$

1. Réécrire le système linéaire de façon qu'il soit à diagonale dominante
2. Calculer les trois premières itérations, en utilisant la méthode Jacobi puis celle de Gauss-Seidel, en prenant:  $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ .

### Exercice V.10.2 :

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} 3x_1 & + & x_2 & -x_3 = & 2 \\ x_1 & +5x_2 & +2x_3 = & 17 \\ 2x_1 & -x_2 & -6x_3 = & -18 \end{cases}$$

1. Déterminer les 5 premières itérations des méthodes de Jacobi et de Gauss Seidel, on prend:  $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ .
2. Sachant que la solution exacte est:  $x = (1,2,3)^T$ , que peut-on conclure ?

### Exercice V.10.3 :

Soit le système linéaire.

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

3. Approcher la solution du système avec la méthode de Gauss-Seidel avec 3 itérations à partir de  $X^{(0)} = (2,2,2)^t$ .
4. Décomposer la matrice A puis résoudre le système donné.
5. Trouver l'inverse de A en utilisant la décomposition LU.

### Exercice V.10.4 :

En utilisant la méthode de Jacobi puis celle de Gauss-Seidel, calculer les 3 premières itérations en prenant:  $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ .

$$\begin{cases} 2x_1 & -x_2 & +x_3 = & -1 \\ 3x_1 & -3x_2 & +9x_3 = & 0 \\ 3x_1 & +2x_2 & +5x_3 = & 10 \end{cases}$$

Pourquoi ces deux méthodes convergent, et quelle méthode converge plus rapide que l'autre.