حل السلسلة رقم 02: طرق حل مسائل البرمجة الخطية (الطريقة البيانية)

1- ليكن لدينا البرنامج الرياضي التالي:

$MAXZ= 20X_1+30X_2$

$$\begin{cases} 2X_1+X_2 \leq 1000 \\ 3X_1+6X_2 \leq 2400 \\ X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{cases}$$

التمثيل البياني للقيود: أي رسم القيود على معلم متعامد ومتجانس

أ- **القيد الأول:** $2X_1+X_2 \leq 1000$

يتم تحويل المتراجحة الى معادلة خطية أي: $2X_1+X_2 = 1000$

نضع:

(01)

X_1	0	500
X_2	1000	0

ب- **القيد الثاني:** $3X_1+6X_2 \leq 2400$

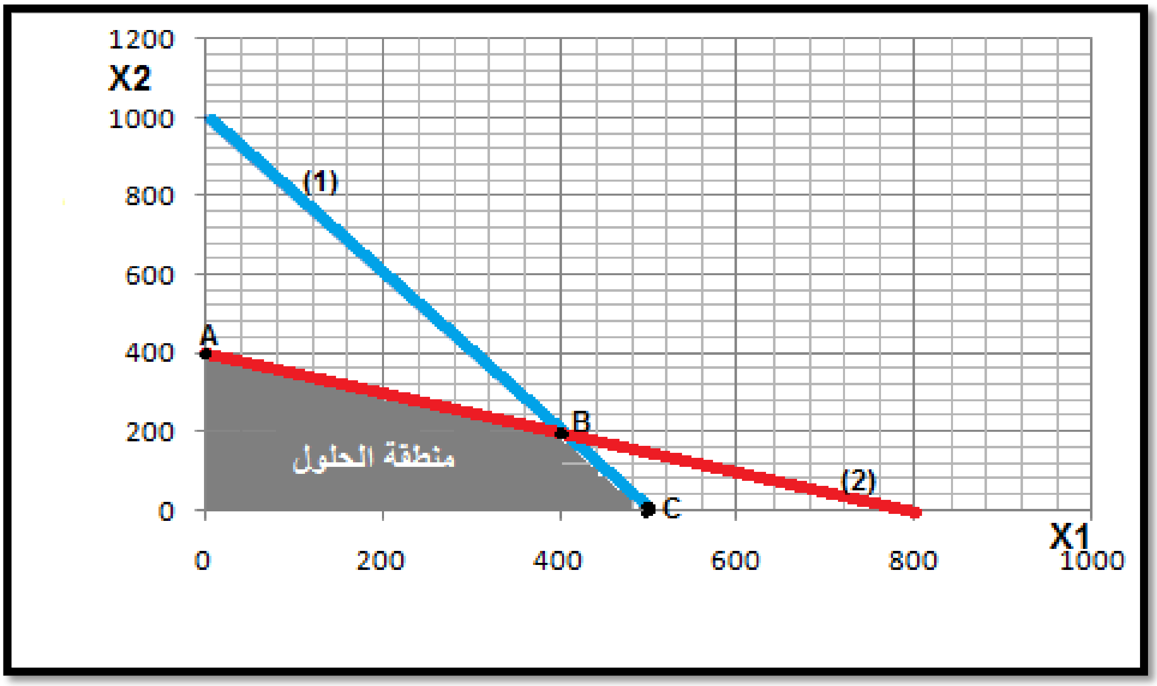
يتم تحويل المتراجحة الى معادلة خطية أي: $3X_1+6X_2 = 2400$

نضع:

(02)

X_1	0	800
X_2	400	0

وبعد تمثيل القيدين على معلم متعامد ومتجانس نحصل على الشكل التالي



حل السلسلة رقم 02: طرق حل مسائل البرمجة الخطية (الطريقة البيانية)

تحديد منطقة الحلول المقبولة:

نسمي المنطقة باللون الرمادي منطقة الحلول المقبولة، وهي تحتوي عدد لا نهائي من النقاط والتي توزع داخل المنطقة أو على حدودها أو على النقاط الراسية C . B . A ما يهمنا هو إيجاد النقطة التي تعطي ل Z أعظم قيمة ، وهاته النقطة تتواجد على أحد رؤوس منطقة الحلول المقبولة، ولهذا سنقوم بحساب إحداثيات النقط الراسية ليتم تعويضها في دالة الهدف ومن ثم اختيار النقطة الرأسية التي تعطي ل Z القيمة الأمثل.

تحديد إحداثيات النقط الراسية وتقييم Z

من الشكل أعلاه تتضح لنا إحداثيات النقاط:

A(0,400)=> Z= 20(0) + 30(400) => **Z= 12000**

C(500,0)=> Z= 20(500) + 30(0) => **Z= 10000**

أما بالنسبة للنقطة B فهي عبارة عن تقاطع المستقيمين (1) و (2) وعليه يتم حل جملة المعادلة لايجاد إحداثيات هذه النقطة.

$$\begin{cases} 2X_1+X_2 = 1000 \text{ ....}*(-6) \\ 3X_1+6X_2 = 2400 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (6−) وجمع المعادلتين نحصل على:

$(-12X_1-6X_2)+ 3X_1 + 6X_2 = -6000+2400$

$-9X_1= -3600 \Rightarrow \mathbf{X_1=400}$

بتعويض قيمة X_1 في إحدى المعادلتين (ولتكن المعادلة الأولى) نحصل على:

$2(400)+X_2= 1000 \Rightarrow X_2= 1000-800 \Rightarrow \mathbf{X_2=200}$

ومنه:

B(400,200)=> Z= 20(400) + 30(200) => **Z= 14000**

وعليه فان الحل الأمثل هو النقطة : B(400,200)

وبعد إيجاد الحل الأمثل للنموذج ، يمكن ان نخلص إلى أن البرنامج الإنتاجي الأمثل للمؤسسة هو كالتالي

$X_1=400$ أي على المؤسسة إنتاج 400 من المنتج الأول.

$X_2=200$ أي على المؤسسة إنتاج 200 من المنتج الثاني.

تحقيق قيود النموذج:

$$\begin{cases} 2(400)+200 = 1000 \text{ ....قيد محقق} \\ 3(400)+6(200) = 2400\text{.........قيد محقق} \end{cases}$$

وعليه يتضح أن جميع قيود النموذج محققة أي لا يوجد مادة بلاستيك متبقية ولا ساعات عمل ضائعة.

حل السلسلة رقم 02: طرق حل مسائل البرمجة الخطية (الطريقة البيانية)

02- ليكن لدينا البرنامج الرياضي التالي:

$MAXZ = 180X_1 + 400X_2$

$$\begin{cases} 2X_1 + 5X_2 \leq 160 \\ 4X_1 + 6X_2 \leq 240 \\ X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{cases}$$

التمثيل البياني للقيود:

أ- **القيد الأول:** $2X_1 + 5X_2 \leq 160$

يتم تحويل المتراجحة الى معادلة خطية أي: $2X_1 + 5X_2 = 160$

نضع:

(01)

X_1	0	80
X_2	32	0

ب- **القيد الثاني:** $4X_1 + 6X_2 \leq 240$

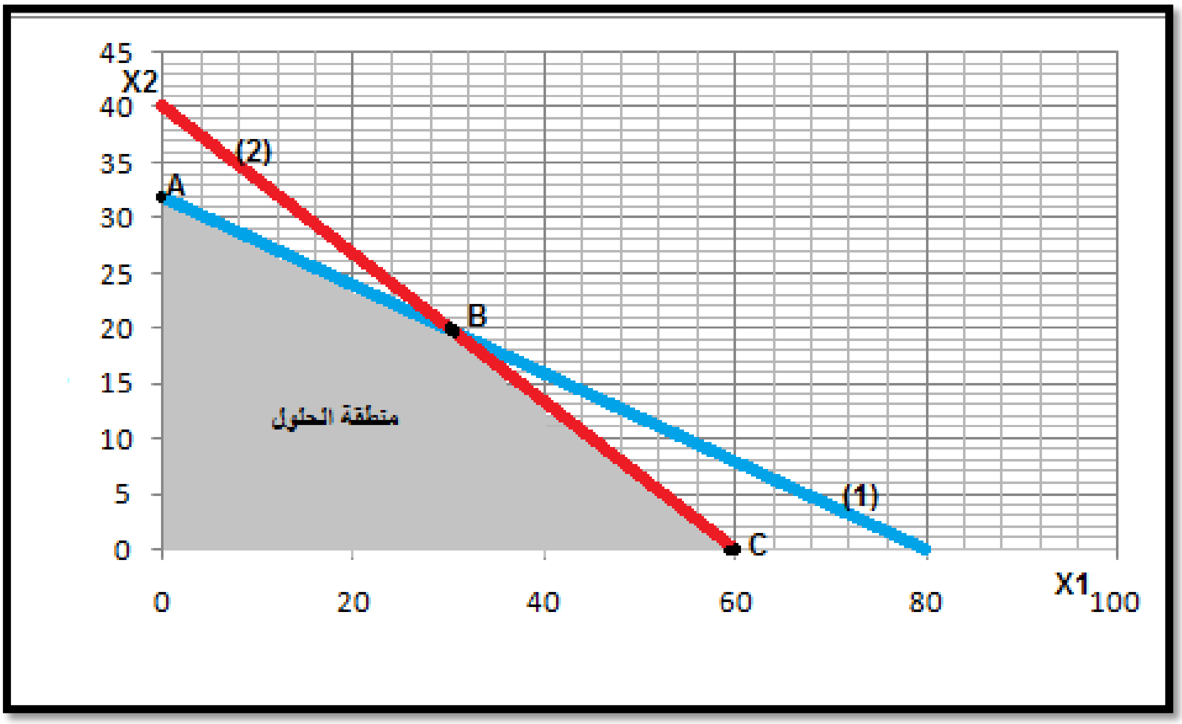
يتم تحويل المتراجحة الى معادلة خطية أي: $4X_1 + 6X_2 = 240$

نضع:

(02)

X_1	0	60
X_2	40	0

وبعد تمثيل القيدين على معلم متعامد ومتجانس نحصل على الشكل التالي



حل السلسلة رقم 02: طرق حل مسائل البرمجة الخطية (الطريقة البيانية)

تحديد منطقة الحلول المقبولة:

نسمي المنطقة باللون الرمادي منطقة الحلول المقبولة، وهي تحتوي عدد لا نهائي من النقاط والتي توزع داخل المنطقة أو على حدودها أو على النقاط الراسية A . B . C

تحديد إحداثيات النقط الراسية وتقييم Z

من الشكل أعلاه تتضح لنا إحداثيات النقاط:

$A(0,32) \Rightarrow Z = 180(0) + 400(32) \Rightarrow \mathbf{Z = 12000}$

$C(60,0) \Rightarrow Z = 180(60) + 400(0) \Rightarrow \mathbf{Z = 10800}$

أما بالنسبة للنقطة B فهي عبارة عن تقاطع المستقيمين (1) و (2) وعليه يتم حل جملة المعادلة لايجاد إحداثيات هذه النقطة.

$$\begin{cases} 2X_1+5X_2 = 160 \ \ldots\ldots\ldots * (-2) \\ 4X_1+6X_2 = 240 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (−2) وجمع المعادلتين نحصل على:

$(-4X_1-10X_2) + 4X_1 + 6X_2 = -320+240$

$-4X_2 = -80 \Rightarrow \mathbf{X_2=20}$

بتعويض قيمة X_2 في إحدى المعادلتين (ولتكن المعادلة الأولى) نحصل على:

$2X_1+5(20) = 160 \Rightarrow 2X_1 = 160-100 \Rightarrow \mathbf{X_1=30}$

ومنه:

$B(30,20) \Rightarrow Z = 180(30) + 400(20) \Rightarrow \mathbf{Z = 13400}$

وعليه فان الحل الأمثل هو النقطة : $B(30,20)$

وبعد إيجاد الحل الأمثل للنموذج ، يمكن ان نخلص إلى أن البرنامج الإنتاجي الأمثل للمؤسسة هو كالتالي

$X_1=30$ أي على المؤسسة إنتاج 30 من المنتج الأول.

$X_2=20$ أي على المؤسسة إنتاج 20 من المنتج الثاني.

تحقيق قيود النموذج:

$$\begin{cases} 2(30)+5(20) = 160 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \text{قيد محقق} \\ 4(30)+6(20) = 240 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{قيد محقق} \end{cases}$$

وعليه يتضح أن جميع قيود النموذج محققة أي لا يوجد طاقات عاطلة من الخشب والحديد.

حل السلسلة رقم 02: طرق حل مسائل البرمجة الخطية (الطريقة البيانية)

03- ليكن لدينا البرنامج الرياضي التالي:

$MinZ = 100X_1+500X_2$

$$\begin{cases} 3/2X_1+X_2 \geq 30 \\ X_1+2X_2 \geq 36 \\ X_1 \geq 8 \\ X_2 \geq 6 \\ X_1 \geq 0 \ X_2 \geq 0 \end{cases}$$

التمثيل البياني للقيود:

أ- **القيد الأول:** $3/2X_1+X_2 \geq 30$

يتم تحويل المتراجحة الى معادلة خطية أي: $3/2X_1+X_2 = 30$

نضع:

(01)

X_1	0	20
X_2	30	0

ب- **القيد الثاني:** $X_1+2X_2 \geq 36$

يتم تحويل المتراجحة الى معادلة خطية أي: $X_1+2X_2 = 36$

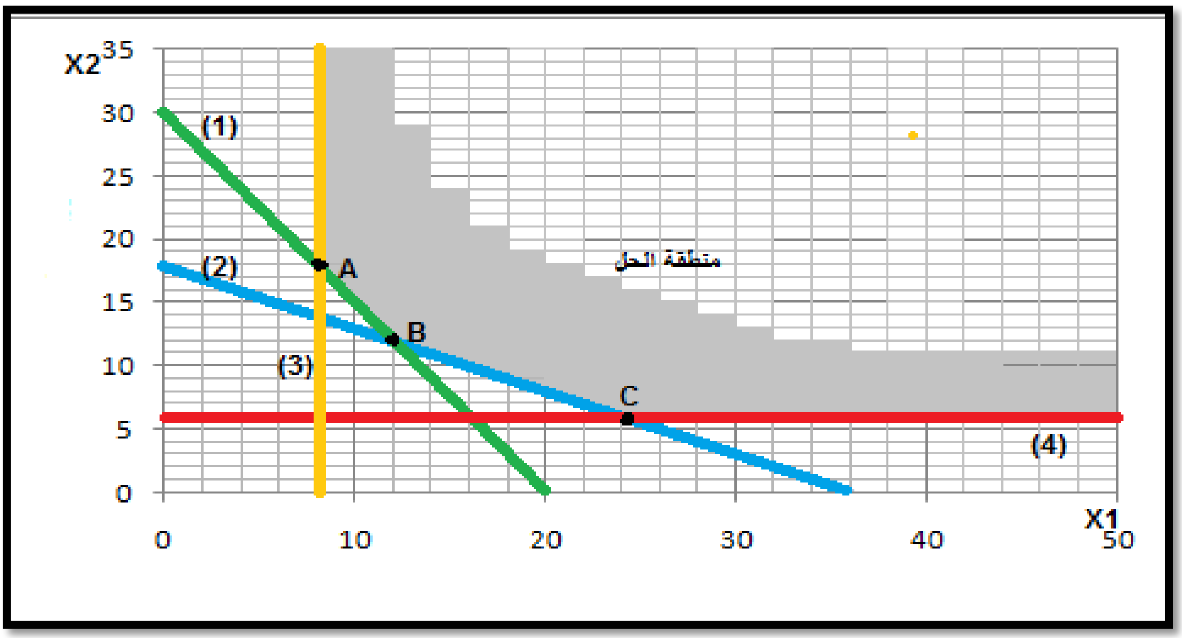
نضع:

(02)

X_1	0	36
X_2	18	0

هذا اضافة الى تحويل القيدين الاخيرين الى معادلات $X_1=8 ...(03)$ $X_2=6.....(04)$

وبعد تمثيل جميع القيود على معلم متعامد ومتجانس نحصل على الشكل التالي



دحمان

حل السلسلة رقم 02: طرق حل مسائل البرمجة الخطية (الطريقة البيانية)

تحديد منطقة الحلول المقبولة:

نسمي المنطقة باللون الرمادي منطقة الحلول المقبولة، وهي تحتوي عدد لا نهائي من النقاط والتي توزع داخل المنطقة أو على حدودها أو على النقاط الراسية A . B . C

تحديد إحداثيات النقط الراسية وتقييم Z

- **النقطة A** : فهي عبارة عن تقاطع المستقيمين (1) و (3)

$$\begin{cases} 3/2X_1+X_2 = 30 \\ X_1 = 8 \end{cases}$$

بتعويض قيمة X_1 في المعادلة الاولى نجد

$$3/2(8)+X_2=30 \Rightarrow X_2=18$$

ومنه:

$A(08,18) \Rightarrow Z= 100(08) + 500(18) \Rightarrow$ **$Z= 9800$**

- **النقطة B** : فهي عبارة عن تقاطع المستقيمين (1) و (2) وعليه يتم حل جملة المعادلة لايجاد إحداثيات هذه النقطة.

$$\begin{cases} 3/2X_1+X_2 = 30 \ldots\ldots\ldots *(-2) \\ X_1+2X_2 = 36 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (‎-2) وجمع المعادلتين نحصل على:

$(-3X_1-2X_2)+ X_1 + 2X_2 = -60+36$

$-2X_1= -24 \Rightarrow \mathbf{X_1=12}$

بتعويض قيمة X_1 في إحدى المعادلتين (ولتكن المعادلة الثانية) نحصل على:

$12+2 X_2= 36 \Rightarrow 2 X_2= 36-12 \Rightarrow \mathbf{X_2=12}$

ومنه:

$B(12,12) \Rightarrow Z= 100(12) + 500(12) \Rightarrow$ **$Z= 7200$**

- **النقطة C** : فهي عبارة عن تقاطع المستقيمين (2) و (4)

$$\begin{cases} X_1+2X_2 = 36 \\ X_2 = 6 \end{cases}$$

بتعويض قيمة X_2 في المعادلة الاولى نجد

$$X_1+2(6)=36 \Rightarrow X_1=24$$

ومنه:

$C(24,06) \Rightarrow Z= 100(24) + 500(06) \Rightarrow$ **$Z= 5400$**

وعليه فان الحل الأمثل هو النقطة : C(24,06) (تدنئة Min) فيصبح برنامج نقل الوحدات للموسسة كالتالي:

$X_1=24$ اي على المؤسسة نقل 24 وحدة من المستودع الاول

$X_2=6$ اي على المؤسسة نقل 06 وحدة من المستودع الثاني