

Chapitre 1

Généralités sur le noyau atomique

1.1 Constituants et dimensions du noyau atomique

La matière est constituée d'atomes en forme de sphères de rayon de l'ordre de 10^{-10} m. Chaque atome contient des électrons (é) et un noyau de dimension de l'ordre de 10^{-15} m [1]. Le noyau est constitué de nucléons (protons et neutrons). Le noyau atomique associé à un élément X est représenté par le symbole ${}^A_Z X_N$, où A représente le nombre de masse ou nombre de nucléons (protons + neutrons), Z représente le numéro atomique également nombre de protons ou d'électrons et N représente le nombre de neutrons.

Parmi les nucléides connus, on distingue [2] :

- les isotopes : même nombre atomique Z mais N différent et A différent, exemple : ${}^{16}_8 O_8$ et ${}^{15}_8 O_7$.

- les isobares : même nombre de masse A mais Z différent et N différent, exemple : ${}^{15}_8 O_7$ et ${}^{15}_7 N_8$.

- les isotones : même nombre de neutrons N mais A et Z différent, exemple : ${}^{15}_8 O_8$ et ${}^{17}_9 F_8$.

Les masses de particules constituant un atome sont :

- électron : $m_e = 9.109389 \times 10^{-31} kg$

- proton : $m_p = 1.672623 \times 10^{-27} kg$

- neutron : $m_n = 1.677428 \times 10^{-27} kg$
- la charge élémentaire vaut : $e = 1.602177 \times 10^{-19} C$

Par ailleurs, l'unité de masse atomique est notée u est égale 1/2 de la masse d'un atome de carbone, on a :

$$\begin{aligned} 1u &\simeq 1.660540 \times 10^{-27} kg \\ &\simeq 931.5 Mev/c^2 \end{aligned}$$

1.2 Stabilité des noyaux

La stabilité des noyaux varie avec le changement des valeurs de N , Z comme illustré à la figure 1-1 de la ligne de stabilité (vallée de stabilité des noyaux) [4].

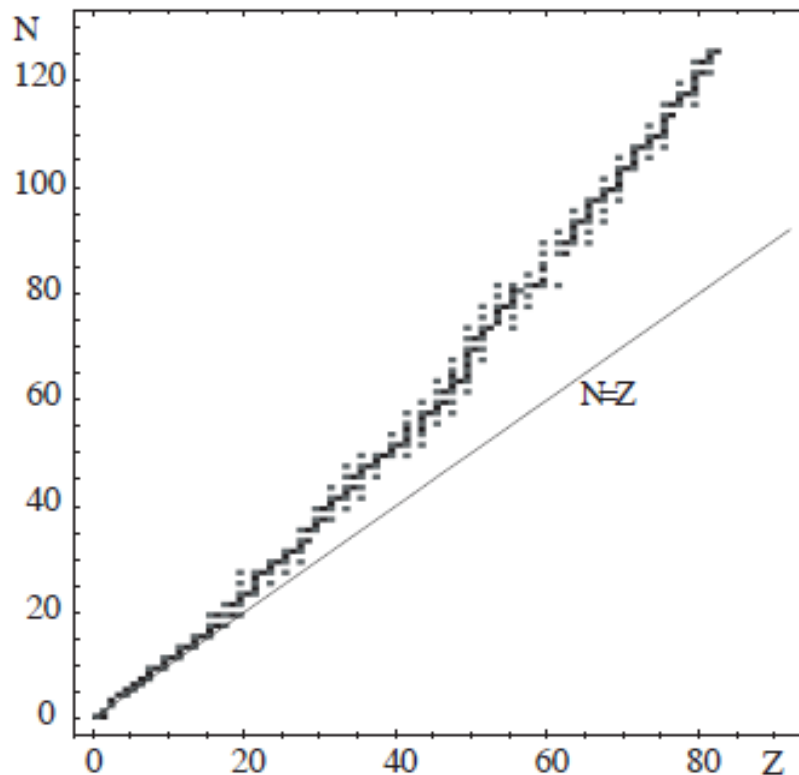


FIG. 1-1: Répartition des noyaux sur le plan Z -N.

Les noyaux stables sont répartis étroitement autour d'une courbe dans le plan $Z - N$. On note que cette courbe tend vers la droite $Z = N$ pour les petites valeurs de Z , mais s'en écarte pour les Z plus élevés, et que le nombre de neutrons peut alors être jusqu'à 50% plus élevé que le nombre de protons [4].

Les noyaux légers stables sont situés sur la ligne moyenne de stabilité ($Z \leq 20$), la stabilité est obtenue quand N est supérieur à Z ou $N \simeq 1.7 Z$. Les noyaux instables ou radioactifs se répartissent autour de la vallée de stabilité.

Les nombres magiques, sont des noyaux plus stables, possèdent un nombre de protons ou de neutron égale : (Z ou N) = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Exemple : ${}_{40}^{90}\text{Zr}_{50}$, ${}_{58}^{140}\text{Ce}_{82}$.

Les noyaux doublement magiques sont : (Z et N) = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Exemple : ${}^4_2\text{He}_2$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$.

1.3 Rayon et densité nucléaire

Le noyau est représenté comme une goutte de matière nucléaire. Le rayon moyen du noyau est approximativement donné par l'expression [1,3] :

$$R_0 \simeq r_0 A^{1/3} \quad (1.1)$$

où $r_0 = 1.2 \text{ fm}$ pour l'ensemble des noyaux.

La densité nucléaire est donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} d_N &= \frac{A}{V} & (1.2) \\ &\simeq 10^{14} \text{ g/cm}^3 \\ &\simeq 10^{38} \text{ nucléon/cm}^3 \end{aligned}$$

V représente le volume du noyau et A est le nombre de masse.

Par ailleurs, la densité de la charge nucléaire est donnée par [3] :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp \frac{r-R_c}{0.228a}} \quad (1.3)$$

avec :

$$\begin{cases} R_c = r_0 A^{1/3} \\ r_0 = 1.1 \times 10^{-13} \text{ cm} \\ a = 2.2 \times 10^{-13} \text{ cm} \end{cases}$$

Cette fonction est représentée sur la figure (1-2).

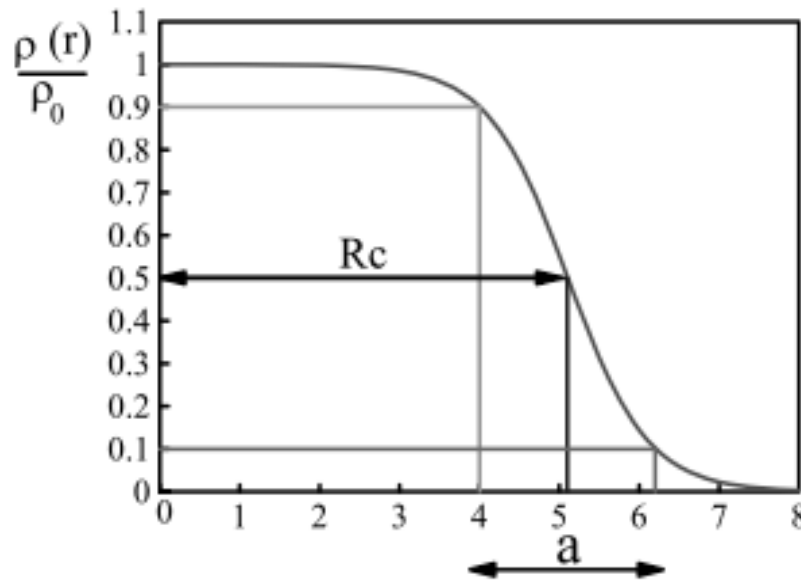


FIG. 1-2: Densité de la charge nucléaire en fonction du rayon de nucléon

On constate alors que l'allure de la densité de la figure (1-2), est pratiquement constante à l'intérieur du noyau puis diminue jusqu'à pratiquement s'annuler en surface.

1.4 Energie de liaison

Les nucléons d'un noyau sont fortement liées de sorte qu'on doit fournir de l'énergie pour les séparer. L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie nécessaire pour dissocier le noyau pris au repos en protons et en neutrons, elle est donnée par [9] :

$$B(A, Z) = [Zm_p + Nm_n - M_{noy}(A, Z)] c^2 \quad (1.4)$$

où $M_{noy}(A, Z)$ est la masse atomique d'un noyau.

L'expérience montre que la masse d'un noyau est inférieure à la somme des masses de ses constituants pris isolément, soit :

$$M_{noy}(A, Z) < Zm_p + Nm_n$$

il y a donc un défaut de masse $\Delta M_{noy}(A, Z)$ défini par :

$$\Delta M_{noy}(A, Z) = (Zm_p + Nm_n) - M_{noy}(A, Z) \quad (1.5)$$

L'énergie de liaison par nucléon (B_L/A) est obtenue en divisant l'énergie de liaison du noyau par le nombre de nucléons, elle est donnée par :

$$\frac{B_L}{A} = \frac{B(A, Z)}{A} \quad (1.6)$$

Cette énergie est représenté sur la figure (1-3), nous constatons que l'allure de cette énergie est faible pour la zone des noyaux légers $A < 15$ puis se croit et deviens maximale pour les éléments aux alentours du ^{56}Fe , et elle décroît légèrement pour les noyaux lourds.

Nous pouvons également définir l'énergie de liaison d'un atome comme :

$$B_e(A, Z) = [M_{noy}(A, Z) + Zm_e - M_{at}(A, Z)] c^2 \quad (1.7)$$

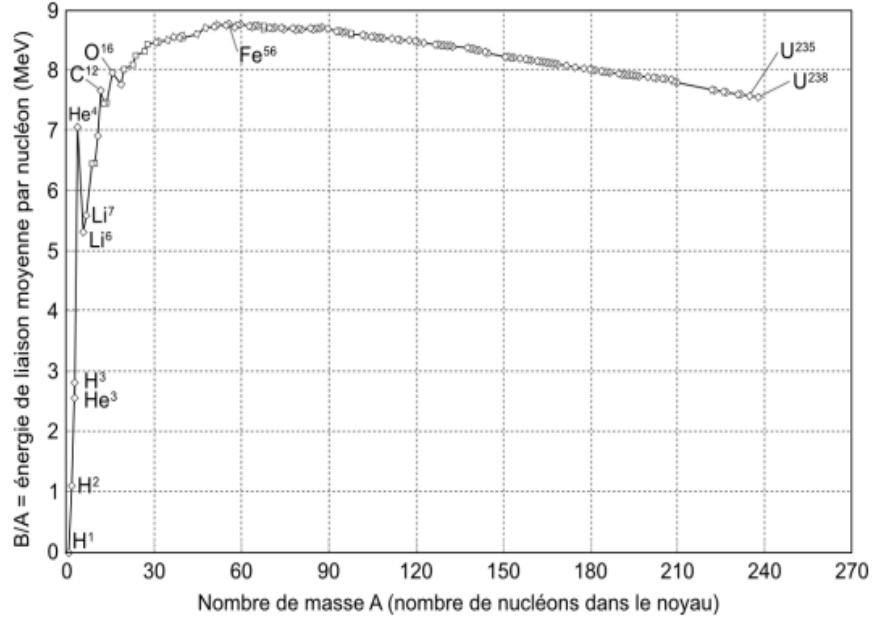


FIG. 1-3: Energie de liaison par nucléon représentée en fonction du nombre de masse A pour différents noyaux stables [6].

où $M_{at}(A, Z)$ est la masse d'un atome, elle est donnée par :

$$M_{at}(A, Z) = M_{noy}(A, Z) c^2 + Z m_e c^2 - B_e(A, Z) \quad (1.8)$$

$$= Z(m_p + m_e) c^2 + N m_n c^2 - B(A, Z) - B_e(A, Z)$$

$$= Z M_H c^2 + N m_n c^2 - B(A, Z) - B_e(A, Z) \quad (1.9)$$

où M_H représente la masse atomique de l'hydrogène.

Nous pouvons également introduire la notion de l'excès de masse pour exprimer l'énergie de liaison par :

$${}^A_Z \Delta_N = M_{at}(A, Z) - A \quad (1.10)$$

L'énergie de liaison en excès de masse s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned}
B(A, Z) &= Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - M_{noy}(A, Z) c^2 \\
&= Z({}_1^1\Delta_0 + 1) c^2 + N({}_0^1\Delta_1 + 1) c^2 - \left(\frac{A}{Z}\Delta_N + A\right) c^2 \\
&= Z{}_1^1\Delta_0 c^2 + N{}_0^1\Delta_1 c^2 - \frac{A}{Z}\Delta_N c^2
\end{aligned} \tag{1.11}$$

avec :

$$\begin{cases}
{}_1^1\Delta_0 c^2 = 7.28903 \text{ Mev} \\
{}_0^1\Delta_1 c^2 = 8.07137 \text{ Mev}
\end{cases}$$

1.5 Energie de séparation

L'énergie de séparation d'un nucléon ($S(A, Z)$) est le travail nécessaire pour arracher un proton ou un neutron du noyau [9, 10]. Pour établir son expression, nous pouvons à titre d'exemple de celle du proton écrire :

$$S_p(A, Z) = M_{noy}(A-1, Z-1) c^2 + m_p c^2 - M_{noy}(A, Z) c^2 \tag{1.12}$$

En tenant en compte l'expression (1.4), cette dernière s'écrit comme :

$$\begin{aligned}
S_p(A, Z) &= -B(A-1, Z-1) c^2 + (Z-1)m_p c^2 + Nm_n c^2 + m_p c^2 + B(A, Z) - Zm_p c^2 - Nm_n c^2 \\
&= B(A, Z) - B(A-1, Z-1)
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Nous pouvons, en outre, l'exprimer en fonction des excès de masse comme suit :

$$S_p(A, Z) = \frac{A-1}{Z-1} \Delta_N c^2 + {}_1^1\Delta_0 c^2 - \frac{A}{Z} \Delta_N c^2 \tag{1.14}$$

En suivant la même procédure que celle du calcul de S_p , nous pouvons déterminer les expressions de l'énergie de séparation du neutron et de la particule Alpha, elles sont

données respectivement par :

$$\begin{aligned} S_n(A, Z) &= M_{noy}(A-1, Z)c^2 + m_n c^2 - M_{noy}(A, Z)c^2 \\ &= -B(A-1, Z)c^2 + Zm_p c^2 + (N-1)m_n c^2 + m_n c^2 + B(A, Z) - Zm_p c^2 - Nm_n c^2 \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$= B(A, Z) - B(A-1, Z) \quad (1.16)$$

et

$$\begin{aligned} S_\alpha(A, Z) &= M_{noy}(A-4, Z-2)c^2 + m_\alpha c^2 - M_{noy}(A, Z)c^2 \\ &= B(A, Z) - B(A-4, Z-2) - B_\alpha(4, 2) \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$= \frac{A-4}{Z-2} \Delta_{N-2} c^2 + \frac{4}{2} \Delta_2 c^2 - \frac{A}{Z} \Delta_N c^2 \quad (1.18)$$

Nous notons que l'énergie de séparation varie d'un noyau à un autre et elle nous donne des informations sur la stabilité du noyau.

1.6 Centre de masse et cinétique des réactions nucléaires

1.6.1 Système du laboratoire

Soit la réaction nucléaire d'un noyau atomique provoquée par l'interaction d'une particule projectile (autre noyau, particule α , électron, nucléon, rayonnement γ). Cette réaction s'écrit :

$$a + X \rightarrow b + Y \quad \text{en abrégé} \quad X(a, b)Y \quad (1.19)$$

où a est la particule projectile (particule incidente), X est le noyau cible (état initial ou voie d'entrée), b est la particule sortante (légère) et Y est le noyau résiduel (état final ou voie de sortie)

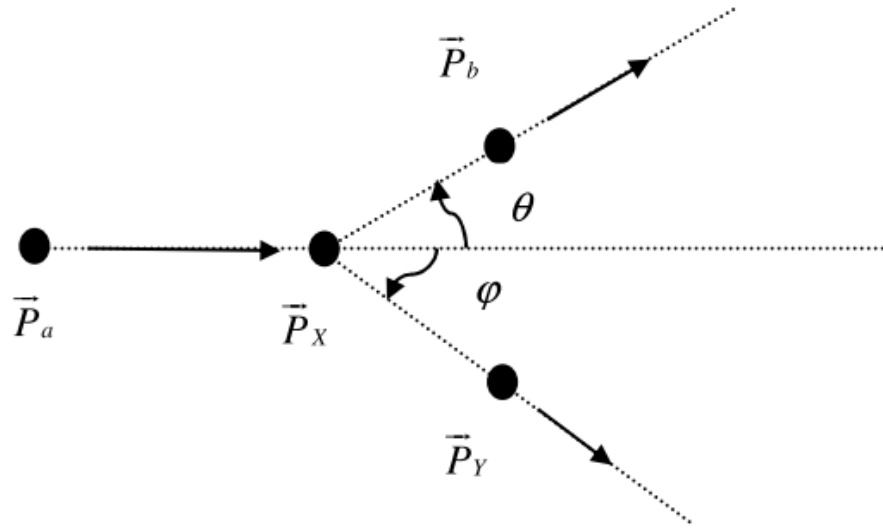


FIG. 1-4: Réaction nucléaire de deux corps

Conservation de l'énergie totale

La loi non relativiste de la conservation de l'énergie totale pour la réaction (1.19) s'écrit :

$$(T_a + m_a c^2) + (T_X + m_X c^2) = (T_b + m_b c^2) + (T_Y + m_Y c^2)$$

où m_a , m_X , m_b et m_Y sont les masses au repos des particules, T_a , T_b et T_Y sont les énergies cinétiques des particules. On suppose que le noyau cible est au repos dans le système laboratoire ($T_X = 0$).

Le bilan énergétique (Q) est donné par :

$$Q = E_{réactifs} - E_{produits} \quad (1.20)$$

$$= (m_a + m_X - m_b) c^2 \quad (1.21)$$

- si $Q < 0$, la réaction est endoénergétique, elle nécessite un apport d'énergie.
- si $Q = 0$, diffusion élastique ($a + X \rightarrow b + Y$), $T_f = T_i$.
- si $Q > 0$, la réaction est exoénergétique, elle libère de l'énergie.

Conservation de la quantité du mouvement

Le principe de la conservation de la quantité de mouvement donne :

$$\vec{P}_a = \vec{P}_b + \vec{P}_Y \quad (1.22)$$

en exprimant l'impulsion en fonction de l'énergie cinétique ($T = P^2/2m$) nous pouvons écrire :

$$2m_a T_a + 2m_b T_b - 4\sqrt{m_a T_a m_b T_b} \cos \theta = 2m_Y T_Y$$

Dans le cas où $Q < 0$ et pour que la réaction soit possible, il faut que la particule ait une énergie cinétique minimum. Cette énergie s'appelle l'énergie de seuil, soit :

$$T_{a \text{ seuil}} = \frac{-Q(m_X + m_a)}{m_X} \quad (1.23)$$

- pour $T_a > T_{a \text{ seuil}}$, réaction possible.
- pour $T_a < T_{a \text{ seuil}}$, réaction impossible.

1.6.2 Système du centre de masse "cm"

Le système du centre de masse est un référentiel pour lequel la somme des quantités de mouvement des particules de la voie d'entrée avec la voie de sortie est nulle. Il permet aussi d'exprimer les positions des particules les unes en fonction des autres. La position du repère du centre de masse s'écrit alors :

$$(m_a + m_X) \vec{r}_{CM} = m_a \vec{r}_a + m_X \vec{r}_X \quad (1.24)$$

Nous pouvons écrire la vitesse du centre de masse, en considérant le noyau cible au repos, comme :

$$\vec{V}_{cm} = \frac{m_a}{m_a + m_X} \vec{V}_a \quad (1.25)$$

1.7 Section efficace

La section efficace (σ) a pour but d'étudier la probabilité d'interaction entre les particules ou noyaux d'un faisceau et la matière qui compose une cible. Unité de section efficace est le barn tel que [2] : $1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2$.

Considérons un faisceau de particules se dirigeant vers une cible (Fig. 1-5) et soit un détecteur de surface S situé à une distance d de la cible, intercepte toutes les particules émises à l'intérieur de l'angle solide $d\Omega$.

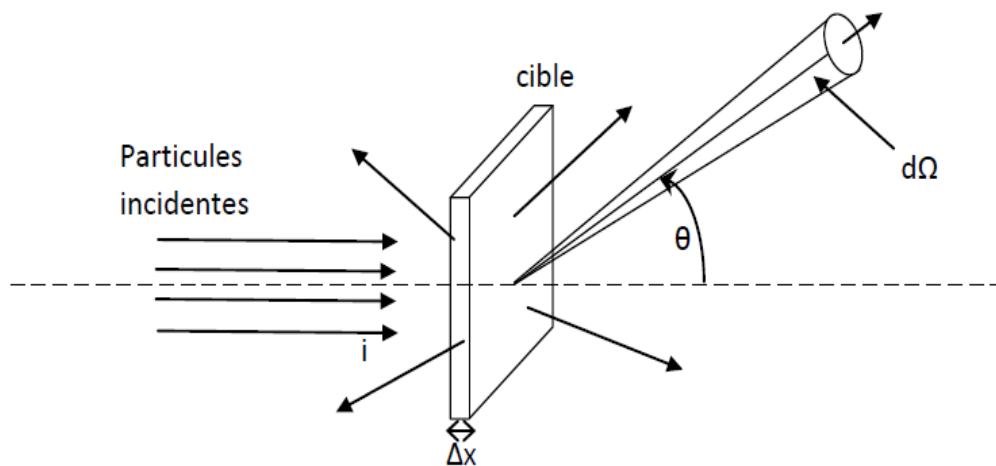


FIG. 1-5: Schéma de mesure de la section efficace de particules émises par unité de temps.

L'expression du nombre de particules émises ou détectés par seconde s'écrit [2, 5] :

$$N_{ém/t} = N \times \Delta x \times \phi \times \sigma \quad (1.26)$$

où :

$N_{ém/t}$ est le nombre de particules émises par unité de temps dans l'angle solide.

N est le nombre de noyaux cible par centimètre cube.

Δx est l'épaisseur de la cible.

ϕ est le nombre de particules incidentes par seconde.

σ est la section efficace de la réaction.

Nous pouvons écrire pour dN particules comme suit :

$$\begin{aligned} dN_{ém/t} &= N \times \Delta x \times \phi \times d\sigma \\ &= N \times \Delta x \times \phi \times \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \end{aligned} \quad (1.27)$$

$d\Omega \simeq \frac{ds}{d^2}$ Stéradian (*sr*) (si $ds \ll d^2$).

1.8 Section efficace différentielle de Rutherford

Dans l'expérience qui a été réalisé en 1911 par Geiger et Mandsen, des particules alpha (α) bombardaient une cible constituée d'une feuille d'or.

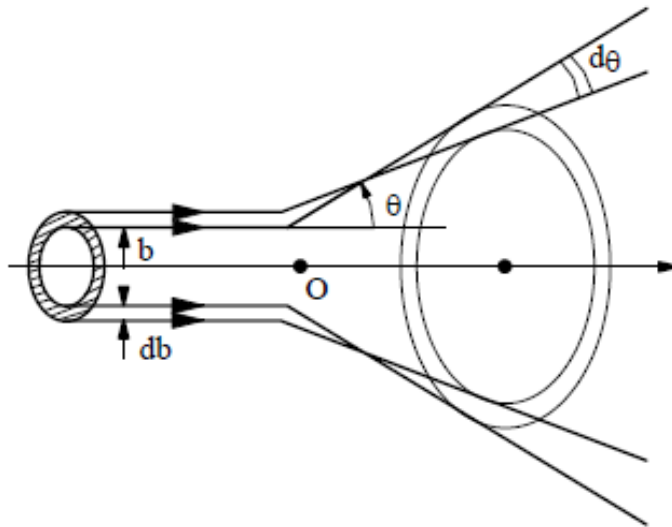


FIG. 1-6: Schéma d'illustration des trajets de diffusion de la particule alpha par un noyau.

- le paramètre d'impact b indiquant à quelle distance d'un noyau cible passerait les particules α dévié.
- d est la cible d'approche.
- a est la distance maximale d'approche des α d'un noyau.

- E est l'énergie cinétique des α .

Dans le cas de la diffusion coulombienne (potentiel $\frac{1}{r}$) on démontre facilement que :

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{a}{2b} \quad (1.28)$$

avec

$$a = \frac{zZe^2}{E_\alpha} \quad (1.29)$$

Une déviation de la particule d'un angle compris entre θ et $\theta + d\theta$ correspond à la déviation de particules à l'intérieur d'un angle solide $d\Omega$ de centre du noyau, on a :

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta \quad (1.30)$$

Cette déviation correspond aussi des particules incidentes qui sont passées à l'intérieur de la couronne de surface :

$$ds = 2\pi b db \quad (1.31)$$

où :

$$ds = d\sigma \quad (1.32)$$

La section efficace différentielle angulaire est le rapport

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{2\pi b |db|}{2\pi \sin \theta |d\theta|} \\ &= \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \end{aligned} \quad (1.33)$$

avec $d\theta < 0$ pour $db > 0$.

La section efficace coulombienne de Rutherford est :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1.34)$$

1.9 Exercices

Exercice 1. Le rayon du noyau atomique est donné par la formule semi-empirique $R = r_0 A^{1/3}$ où A représente le nombre de masse et $r_0 = 1.5 fm$. Quelle est la densité de la matière nucléaire exprimée en g/cm^3 et en *nucléons/cm³*.

Exercice 2. Montrer que l'énergie totale de liaison B d'un noyau (A, Z) peut se calculer en utilisant une table de masses atomiques moyennant une légère approximation. Envisager l'exemple du noyau ${}^{57}_{26}Fe$ pour justifier numériquement cette approximation. On donne :

- Formule semi-empirique donnant l'énergie totale de liaison des électrons d'un atome de numéro atomique Z : $B_e(Z) \approx 15.73 \times Z^{7/3} eV$.

- $M({}^1H) = 1.007825 u$, $M({}^{57}_{26}Fe) = 56.935398 u$, $M(n) = 1.0086654 u$.

Exercice 3. Dans le cadre de la mécanique classique, on définit le centre de masse de deux particules de masse m_a et m_x et de position \vec{r}_a et \vec{r}_x par :

$$\vec{R} = (m_a \times \vec{r}_a + m_x \times \vec{r}_x) / (m_a + m_x)$$

1. Calculer la vitesse du centre de masse en fonction de la particule incidente dans le laboratoire.
2. Calculer dans le référentiel du centre de masse l'impulsion totale.
3. Exprimer les énergies cinétiques \vec{T}'_a et \vec{T}'_x dans le centre de masse en fonction de T_a .
4. Donner l'expression de l'énergie cinétique totale disponible dans le centre de masse avant la réaction.

Exercice 4. La réaction nucléaire ${}^{32}S(d, p){}^{33}S$ a une section efficace totale de $14 mb$ lorsque les deutons incidents possèdent une énergie de $4 MeV$. Calculer le nombre de protons émis par seconde si le faisceau de deutons incidents a une intensité de $1 \mu A$, et si la cible de ${}^{32}S$ a une densité surfacique $(\rho \Delta x)$ de $100 \mu g/cm^2$.

Exercice 5. La réaction nucléaire ${}^{59}Co(p, n){}^{59}Ni$ a une section efficace totale de $3 mb$ pour des protons incidents de $2.3 MeV$. On envoie un faisceau de protons d'intensité $0.1 \mu A$ sur une cible de ${}^{59}Co$, et l'on détecte les neutrons à l'aide d'un compteur qui

permet d'enregistrer les particules dans un angle solide de 0.02 stéradian. On compte 1000 neutrons en 2 minutes. Quelle est la densité surfacique de la cible en $\mu\text{g}/\text{cm}^2$? (On admettra que l'émission de neutron est isotrope).

Exercice 6. Calculer la section efficace différentielle de Rutherford pour la diffusion élastique, à un angle de 90° dans le laboratoire, de particules α de 5MeV d'énergie cinétique sur une cible d'Or $^{197}_{79}\text{Au}$.

Exercice 7. On envoie un faisceau de proton de 1MeV sur une cible d' $^{40}_{18}\text{Ar}$ et on observe les protons diffusés élastiquement à l'angle $\theta = 165^\circ$.

1. Sachant que l'intensité du faisceau incident est de $1.6\mu\text{A}$, que la cible a une épaisseur $0.2\mu\text{g}/\text{cm}^2$, que le nombre de proton détectés est de 12 par seconde dans un détecteur de surface utile 1cm^2 situé à 10cm de la cible. Calculer la section efficace différentielle de diffusion Coulombienne (expérimentale).

2. Comparer ce résultat au résultat théorique.

Exercice 8. On produit la réaction $^{19}\text{F}(d,p)^{20}\text{F}$ à l'aide d'un faisceau de deutons dont l'intensité est de $0.64\mu\text{A}$. La cible est constituée de fréon (C_2H_6) à une pression de 1mm de mercure et à la température de 0°C . Combien peut-on compter de protons par seconde dans un détecteur de 1cm^2 de surface, situé à 12cm de la cible, sachant que celle-ci a une épaisseur de 2mm que la section différentielle vaut $0.45\text{mb}/\text{str}$ pour $\theta = 90^\circ$.

1.10 Solutions des exercices

Exercice 1

Calcul de la densité nucléaire en g/cm^3 et en $\text{nucléons}/\text{cm}^3$.

en g/cm^3 , la densité nucléaire d'après l'expression (1.2) est :

$$\begin{aligned}
 d_N &= \frac{A_u \text{ (masse d'un noyau)}}{V \text{ (volume de ce même noyau)}} & (1.35) \\
 &= \frac{A_u}{\frac{4}{3}\pi R^3} \\
 &= \frac{1 \times 1.66 \times 10^{-24}}{\frac{4}{3} \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{-13})} \\
 &= 2.3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3
 \end{aligned}$$

en $nucléons/cm^3$, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 d_N &= \frac{A_{nucléon}}{V} \\
 &= 1.38 \times 10^{38} \text{ nucléons/cm}^3
 \end{aligned}$$

Exercice 2

D'après l'expression (1.4), l'énergie de liaison d'un noyau est :

$$\begin{aligned}
 B(A, Z) &= [Zm_p + Nm_n - M_{noy}(A, Z)] c^2 \\
 &= [Z(m_p + m_e) + Nm_n - (M_{noy}(A, Z) + Zm_e)] c^2 & (1.36)
 \end{aligned}$$

En utilisant l'énergie de liaison des électrons d'un atome de l'expression (1.7) :

$$B_e(A, Z) = [M_{noy}(A, Z) + Zm_e - M_{at}(A, Z)] c^2 \quad (1.37)$$

et pour $(A, Z) = 1$, on obtient :

$$B_e(1) = (m_p + m_e - M_H) c^2 \quad (1.38)$$

ce qui implique que :

$$(m_p + m_e) c^2 = M_H c^2 + B_e(1) \quad (1.39)$$

on remplace cette dernière expressions dans (1.36), il vient :

$$B(A, Z) = [ZM_H + Nm_n - M_{at}(A, Z)]c^2 + ZB_e(1) - B_e(Z) \quad (1.40)$$

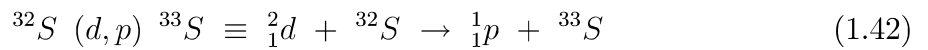
$$\simeq [ZM_H + Nm_n - M_{at}(A, Z)]c^2 \quad (1.41)$$

on constate à travers de l'expression (1.40) que les énergies de liaisons des électrons en eV sont négligeables devant le premier terme en MeV . Le calcul numérique de cette énergie de liaison, d'un noyau en utilisant les masses atomiques et envisageant le noyau ${}^{57}_{26}Fe$, donne :

$$\begin{aligned} B(A, Z) &= [26M_H + 31m_n - M_{at}(A, Z)]c^2 + 26(15.73) - 15.73 \times 26^{7/3} \\ &\simeq 500 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Exercice 4

Nous avons la réaction :



calculons le nombre de protons émis par seconde, et qui est d'après l'expression (1.26) :

$$N_{p/s} = N \times \Delta x \times \phi_d \times \sigma \quad (1.43)$$

on sait que la charge Q déposée sur la cible est donnée par :

$$Q = I_d \times t \quad (1.44)$$

$$= n \times Z_d \times e \quad (1.45)$$

avec n représente le nombre total de particules incidentes arrivant sur la cible et Z_d désigne à la charge d'une particule ($Z_d = 1$).

le flux ϕ_d s'écrit :

$$\phi_d = \frac{n}{t} \quad (1.46)$$

$$= \frac{I_d}{Z_d \times e} \quad (1.47)$$

soit n' est le nombre total de noyau contenant dans la cible de masse m , on peut écrire :

$$n' = \frac{\rho \times V \times \eta}{A} \quad (1.48)$$

avec η est le nombre d'Avogadro.

d'où :

$$N = \frac{n'}{V} \quad (1.49)$$

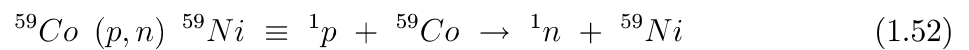
$$= \frac{\rho \times \eta}{A} \quad (1.50)$$

en remplaçant les expressions (1.47) et (1.50), il vient :

$$\begin{aligned} N_{p/s} &= \frac{I_d \times \rho \times \Delta x \times \eta \times \sigma}{Z_d \times e} \quad (1.51) \\ &= 1.65 \times 10^5 \text{ p/s} \end{aligned}$$

Exercice 5

Nous avons la réaction :



calcul de la densité surfacique de la cible ($\rho\Delta x$) en $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ d'après l'expression (1.26), on peut écrire :

$$dN_{n/s} = N \times \Delta x \times \phi_p \times d\sigma_T \quad (1.53)$$

où $dN_{n/s}$ est le nombre de neutrons émis par seconde dans l'angle solide et qui se développe

comme :

$$dN_{n/s} = N \times \Delta x \times \phi_p \times \frac{d\sigma_T}{d\Omega} d\Omega \quad (1.54)$$

avec $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$ est la section efficace différentielle, puisqu'on a isotrope $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$ est constante.

la section efficace totale s'écrit :

$$\sigma_T = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} \int_0^\pi d\Omega \quad (1.55)$$

$$= \frac{d\sigma_T}{d\Omega} \int_0^\pi 2\pi \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{d\sigma_T}{d\Omega} \times 4\pi \quad (1.56)$$

la section efficace différentielle s'écrit à partir de cette dernière expression :

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{\sigma_T}{4\pi} \quad (1.57)$$

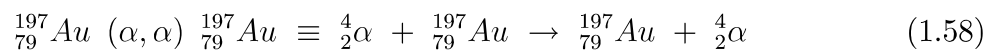
On remplace les expressions (1.47), (1.50) et (1.57) dans (1.54), on obtient :

$$\rho \Delta x = \frac{dN_{n/s} \times 4\pi \times Z_p \times e \times A}{I_p \times \sigma_T \times d\Omega \times \rho}$$

$$= 270 \mu\text{g}/\text{cm}^2$$

Exercice 6

Calcul de la section efficace différentielle de Rutherford $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta=90^\circ}^{Ruth}$ de la réaction nucléaire de diffusion élastique suivante :



En utilisant l'expression (1.34) qui est :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta=90^\circ}^{Ruth} = \left(\frac{zZe^2}{4\bar{E}_\alpha}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\bar{\theta}}{2}} \quad (1.59)$$

où \bar{E}_α est l'énergie cinétique de particules α exprimées dans le centre de masse (C.M), donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} \bar{E}_\alpha &= \frac{1}{2}m_\alpha \bar{v}_\alpha^2 \\ &= E_\alpha \left(\frac{m_{Au}}{m_\alpha + m_{Au}}\right)^2 \end{aligned} \quad (1.60)$$

et $\bar{\theta}$ est l'angle de diffusion dans C.M. puisque $\frac{m_\alpha}{m_{Au}} \ll 1$ et $\tan \theta = \frac{\sin \bar{\theta}}{\cos \bar{\theta} + \frac{m_\alpha}{m_{Au}}}$ on peut écrire $\tan \theta = \frac{\sin \bar{\theta}}{\cos \bar{\theta}}$, ceci nous permet mettre :

$$\theta = \bar{\theta} \quad (1.61)$$

En injectant les expressions (1.60) et (1.61) dans (1.59), on obtient :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta=90^\circ}^{Ruth} = 5.56 \text{ barn/sr}$$