تعتبر البرمجة الخطية منهج علمي أو طريقة رياضية لاتخاذ القرارات التي تتعلق بإدارة الأعمال، والتي تستخدم لإيجاد التخصيص الأمثل للموارد المحدودة على الاستخدامات البديلة على نحو الذي يحقق هدفا معينا بأحسن صورة ممكنة، لتصبح حقل من علم الإدارة الذي يعنى بإيجاد أفضل حل أو المثالية (**Optimal**) في الاستخدام الأفضل والفعال للموارد المحدودة، حيث تبدأ بتحديد المشكلة بدقة وصياغتها، ثم الشُّروع ببناء نموذجٍ رياضيٍ يكشف عن المشكلةِ والأهداف المراد تحقيقها بالاعتماد على المتباينات والمعادلات، وتنتهيبجلاد حلٍ ّ لمنموذج ّالرياضي المعبر عن المشكلة المطروحة.

المطلب الأول: مفهوم وفرضيات البرمجة الخطية.

أولا: مفهوم البرمجة الخطية

تعتبر البرمجة الخطية من نماذج بحوث العمليات التي تعي الامثلية، أي النماذج التي تعالج ندرة الموارد، إذن هي طريقة رياضية حديثة لتخصيص الموارد النادرة والمحدد من اجل تحقيق أهداف معينة حيث يكون من المستطاع التعبير عن الأهداف والقيود التي تحد من القدرة على تحقيقها، وتعرف البرمجة الخطية أيضا بعدة تعاريف منها:

- ❖ طريقة رياضية فعالة لاختيار الخطة المثلى، فهي إجراء للبحث عن الحل الأفضل لمشاكل الأعمال التي تتضمن تفاعل متغيرات متعددة، و التي تشمل اختيار أفضل مزيج للموارد التي تؤدي إلى أقصى الأرباح أو أقل التكاليف.
- ❖ أسلوب من أساليب الكمية التي تصمم وتستخدم بغرض مساعدة المنظمة في تخصيص مواردها المحدودة.
- ❖ أسلوب رياضي لتعظيم أو تخفيض أحد المتغيرات التابعة التي تعتبر دالة لعدد من المتغيرات المستقلة، عندما تكون هذه الأخيرة خاضعة لعدة قيود؛ ويمكن تعريفها أيضا :
- ❖ أسلوب رياضي لتخصيص الموارد النادرة أو المحدودة لتحقيق هدف محدد، حيث يمكن التعبير عن كل من الهدف والقيود التي تحيط بتحقيقه في صورة متباينات ومعادلات خطية.
- ❖ هي عبارة عن طريقة أو أسلوب رياضي يستخدم للمساعدة في التخطيط واتخاذ القرارات المتعلقة بالتوزيع الأمثل للموارد المتاحة، وذلك بهدف زيادة الأرباح أو تخفيض التكاليف.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن كلمة برمجة (Programming) ليست لها علاقة ببرمجة الحاسوب، ولكنها كلمة مرادفة للتخطيط، وتعني وضع المشكلة بصيغة رياضية أو نموذج رياضي وحلها.

من خلا ما سبق يمكن القول أن هناك جانبين أساسيين للمشكلة التي يتم حلها باستخدام البرمجة الخطية:

1- التوزيع الأمثل: حيث أن توزيع الموارد لا يجب أن يتم بشكل عشوائي لان هناك تكلفة معينة للحصول على هذه الموارد كما أن هناك عائد متوقع من تشغيل هذه الموارد.

2- الموارد المتاحة: أن محدودية الموارد من الحقائق التي يتعامل معها بشكل دائم متخذي القرار، وتهدف كل المؤسسات إلى تحقيق أهدافها التشغيلية في حدود الموارد المتاحة، قد تكون هذه الموارد أموال، مواد خام،آلات أو

Dr.merwan hadi

ساعات تشغيل...كما قد تكون قدرة السوق على استيعاب السلعة أو القدرة التكنولوجية للمنشاة..الخ، وتجتمع كل هذه الأنواع في خاصية المحدودية أي وجود حد أقصى من هذه الموارد خلال فترة زمنية معينة.

ثانيا: فرضيات البرمجة الخطية.

البرمجة الخطية كنموذج تستدعي بعض التبسيط مما يجعلها تحتوي فقط على جزء من خصائص المشكلة التي يمثلها وهذا التبسيط يتجلى في مجموعة من الفرضيات التي تعتمدها هذه التقنية وتتمثل هذه الفرضيات في:

1- النماذج يجب أن تكون الخطية: يقصد بالخطية وجود علاقات ذات نسب ثابتة بين المتغيرات التي تتضمنها المشكلة ويعتبر افتراض الخطية هو الافتراض الأساسي للبرمجة الخطية، ذالك انه يفترض أن تكون العلاقات بين المتغيرات خطية كشرط أساسي لإعداد نموذج البرمجة الخطية.

ويمكن النظر إلى هذه الفرضية من ناحيتين:

- **رياضيا:** تتطلب الخطية من الناحية الرياضية أن تكون كل المتغيرات الداخلة في تركيب البرنامج الخطي من الدرجة الأولى.
- **اقتصاديا** : الخطية تعني التناسب بين المدخلات و المخرجات.

وعلى الرغم من أن الخطية افتراض ضروري لإعداد نموذج البرمجة الخطية إلا أن الواقع العملي يتضمن قلة المشاكل التي يتوفر فيها هذا الافتراض و تواجه الإدارة مشاكل إحدى طرق التقريب المعروفة لتحويل العلاقات غير خطية إلى علاقات خطية بحيث يمكن تناول المشكلة باستخدام البرمجة الخطية ويجب توخي الحذر عند تطبيق طريقة معينة للتقريب بحيث لا تضر عملية التقريب بصلاحية النموذج.

2- استخدام البرمجة الخطية في حالة التأكد التام: يفترض في البرنامج الخطي بان المستقبل معروف بشكل أكيد وهذا ما يعني أن النموذج محدد فالشخص القائم بتعريف المشكلة لا تواجهه عملية التنبؤ أو التخمين حيث يفترض انه على علم بكامل المعاملات التي يتضمنها النموذج وهي المعبرة عن الربح الوحدوي من كل منتج مثلا واحتياجات وحدة المنتج من كل مورد وكذا الكمية المتاحة من كل مورد ويفترض أيضا أن تكون هذه المعاملات ذات قيمة ثابتة إلى أن (Dantzig) توصل حديثا إلى بعض الأساليب الرياضية التي تمكن من حل مشاكل البرمجة في ظل اعتبارات عدم التأكد وأطلق على هذا النوع من البرمجة بالبرمجة الاحتمالية.

3- قابلية التجزئة: يعني هذا الافتراض أن مستويات النشاط تتيح لمتغيرات البرنامج أن تأخذ قيم كسرية أي ليس بالضرورة أن تكون أعداد صحيحة لهذا يعتبر نموذج البرمجة الخطية نموذج مستمر، ويمكن استخدام البرمجة الخطية أيضا في حالة اشتراط عدم قابلية للتجزئة فإذا كان الحل متضمنا لأرقام كسرية فانه يمكن تقريبها إلى أعداد صحيحة إلا أن هناك بعض المشاكل التي قد تترتب على استخدام هدا المدخل حيث قد يؤدي التقريب إلى نتائج بعيدة كل البعد عن الحل الأمثل كما أن هناك حالات كثيرة قد لا يمكن فيها تقريب النتيجة أو أن التقريب يؤدي إلى نتائج غير مقبولة من الناحية العملية أو ينتج عنه حلول غير ممكنة وفي أي حال من هذه الحالات يجب

Dr.merwan haid

اللجوء إلى أساليب أخرى للحل مثل برمجة الأعداد الصحيحة وهي حالة خاصة من البرمجة الخطية و التي تتضمن الحصول على قيم صحيحة لكل متغيرات المسالة.

4- افتراض التناسبية: معيار الانجاز هو حاصل جمع المساهمات المختلفة،كذلك أن الكميات التي يتم استخدامها من الموارد المختلفة تتناسب مع احتياجات العوامل المختلفة من كل هذه الموارد، فمثلا إذا كنا نحتاج إلى وحدتين من المواد الأولية لإنتاج وحدة واحدة تامة الصنع من منتوج معين فإننا نحتاج إلى أربعين وحدة من المواد الأولية لإنتاج عشرين وحدة من هذا المنتوج.

5- افتراض الإضافية: يعني هذا الافتراض انه لا يوجد تداخل بين الفعاليات أو الأنشطة المختلفة كما يعني أن الأنشطة الموجودة بالنموذج تستجيب لمبدأ التجميع والذي يعني بان الأثر الكلي يتم الحصول عليه بجمع الآثار الخاصة لكل متغير، حيث مثلا إذا كان سعر بيع منتج ما بقيمة معية للوحدة الواحدة فان القيمة الكلية تساوي سعر الوحدة الواحدة في عدد الوحدات المباعة دون أي تخفيض على بيع الجملة.

6- افتراض اللاسلبية: وهذا يعني أن قيم عوامل أو متغيرات القرار يجب أن تكون موجبة، غير سالبة فالقيم السالبة للكميات المادية حالة مستحيلة، فعلى سبيل المثال لا نستطيع إنتاج عدد سالب من الكراسي أو القمصان ...الخ.

المطلب الثاني: مكونات البرمجة الخطية.

يتكون نموذج البرمجة الخطية من العناصر الأساسية التالية:

أولا: المتغيرات.

وتسمى متغيرات القرار، بتحديد قيمها نصل إلى الهدف المنشود أكبر ربح أو أقل تكلفة للمسألة المدروسة، وتخضع هذه المتغيرات لنوع معين من القياس، أي يعبر عنها بصورة كمية، هذه المتغيرات تعبر عادة عن أحد المفاهيم التالية :

- كميات إنتاج لمنتجات معينة .
- ساعات عمل في أقسام معينة من مصنع أو شركة أو مؤسسة .
- مبالغ من المال المخصص لأنشطة أو فعاليات معينة .
- مقدار من القطع الأجنبي المخصص لإستراد أصناف من السلع .
- كميات من المواد منقولة على طريق معينة , أو بوسائل نقل معينة .
- كمية المواد الأولية اللازمة لتصنيع منتج معين .

ثانيا:دالة الهدف.

هي دالة رياضية تمثل الهدف الذي نريد الوصول إليه وتحقيقه، كتحقيق أكبر ربح أو أدنى تكلفة ممكنة ويكون الشكل العام لهذه الدالة، وتصنف الأهداف التي تعالجها البرمجة الخطية إلى مجموعتين:

Dr.merwan hard

❖ **المجموعة الأولى**: تحتوي على حالة التعظيم (Maximiser) لدالة الهدف كأن نسعى إلى تحقيق أكبر ربح ممكن أو توفير أعظمي للوقت والجهد أو زيادة الدخل القومي إلى أقصى حد ممكن.

❖ **المجموعة الثانية**: تدنيت (Minimiser) دالة الهدف كأن نسعى إلى تخفيض التكاليف إلى أدنى حد ممكن، أو تقليل الخسائر قدر الإمكان.

وبذلك تتكون دالة الهدف من المتغيرات التي تشير مثلا إلى المنتجات المختلفة التي يمكن إنتاجه، على أن يكون المعامل الخاص بكل متغير هو ربح الوحدة الواحدة من المنتجات في دالة تعظيم الربح ، أو يكون عبارة عن تكلفة الوحدة الواحدة في حالة تخفيض دالة التكلفة .

ثالثا: القيود الفنية.

هي عبارة عن وجود علاقة تأثير بين المتغيرات، ويعبر عنها رياضيا بمتباينات تدعى الشروط الخطية، وتأخذ الأشكال التالية:

1- دالة الهدف من نوع تعظيم (Max) وكل القيود عبارة متباينات من الشكل "اكبر أو تساوي" ($\leq$)؛

2- دالة الهدف من نوع تدنية (Min) وكل القيود عبارة متباينات من الشكل "اقل أو تساوي" ($\geq$)؛

يطلق على الشكل الأول والثاني الشكل القانوني (Forme Canonique) لنموذج البرمجة الخطية.

3- إذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max) أو تدنية (Min) والقيود عبارة عن معادلات (=)؛

يطلق على الشكل الثالث بالشكل المعياري (Forme Standard) لنموذج البرمجة الخطية.

4- دالة الهدف تعظيم (Max) أو تدنية (Min) والقيود عبارة عن معادلات أو متباينات من الشكل (=، $\leq$، $\geq$)؛ الشكل الرابع يطلق عليه الشكل المختلط (Forme Mixte) لنموذج البرمجة الخطية.

رابعا: قيد عدم السالبية.

يشترط على المتغيرات أن تكون غير سالبة، وهذا ما يجب فرضه على جميع النماذج لأنها جميعها تعبر عن كميات إنتاج، والكميات لا يمكن أن تكون سالبة.

Dr.merwan hald

المطلب الثالث: الشكل العام لمسالة البرمجة الخطية وخطوات صياغتها.

أولا: الشكل العام للبرامج الخطية.

إذا رمزنا للمتغيرات المدروسة بـ $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ حيث يمثل (n) عدد المتغيرات، ورمزنا لدالة الهدف بـ (Z) ومن خلال ما سبق فإن الشكل العام لأي برنامج خطي يكون على النحو التالي:

$$\text{دالة الهدف} \quad \rightarrow \quad \left(\mathbf{Max} \text{ أو } \boldsymbol{Min}\right) \boldsymbol{Z = C_1x_1 + C_2x_2 + \cdots + C_nx_n}$$

$$\begin{aligned}
&\text{القيد رقم } (\mathbf{1}) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a_{11}x_1 + a_{12}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n} \left(\leq \text{ أو } \geq \text{ أو } =\right) \boldsymbol{b_1} \\
&\text{القيد رقم } (\mathbf{2}) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a_{21}x_1 + a_{22}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n} \left(\leq \text{ أو } \geq \text{ أو } =\right) \boldsymbol{b_2} \\
&\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\
&\text{القيد رقم } (\boldsymbol{m}) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a_{m1}x_1 + a_{m2}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n} \left(\leq \text{ أو } \geq \text{ أو } =\right) \boldsymbol{b_m}
\end{aligned}$$

$$\text{قيد عدم السالبية} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x_1 \geq 0, x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0}$$

حيث تمثل (C_i) في دالة الهدف أعداد حقيقية تدعى بمعاملات مساهمة المتغيرات، فمثلا في حالة التعظيم لدالة الهدف (Max) كأن نسعى إلى تحقيق أكبر ربح ممكن أو توفير أعظمي للوقت والجهد أو زيادة الدخل القومي إلى أقصى حد ممكن، فان (C_i) تمثل الربح الوحدوي من هذه الأهداف، وفي حالة تدنيت دالة الهدف (Min) كأن نسعى إلى تخفيض التكاليف إلى أدنى حد ممكن، أو تقليل الخسائر، فتمثل (C_i) التكلفة الوحدوية، وبذلك تتكون دالة الهدف من المتغيرات التي تشير مثلا إلى المنتجات المختلفة التي يمكن إنتاجها، على أن يكون عادة المعامل الخاص بكل متغير هو ربح الوحدة الواحدة من المنتجات في دالة تعظيم الربح، أو يكون عبارة عن تكلفة الوحدة الواحدة في حالة تخفيض دالة التكلفة.

أما (a_{ij}) فهي حصة كل متغير (x_i) من الموارد المتاحة في حدود (b_i).

ثانيا: خطوات صياغة مسائل البرمجة الخطية.

إن إعداد البرنامج الخطي هو أهم خطوة في البحث عن الأمثلية ويقصد به تحويل المسالة من واقع كلامي مسرود في التعابير الأدبية إلى مسالة مصاغة في قالب رياضي واضح متكون من عدد من المتغيرات بدالة الهدف وتكون في حالة تعظيم أو تدنية وعدد من القيود تكون إما في معادلات أو متباينات أو هما معا.

تتضمن عملية إعداد نموذج البرمجة الخطية أربعة خطوات يجب إتباعها وهذه الخطوات هي نفسها التي يجب إتباعها عند إيجاد أي نموذج رياضي وهي:

- التعرف على متغيرات القرار أي تحديد الأنشطة التي يستطيع متخذ القرار و يرغب في الرقابة عليها.
- تحديد دالة الهدف وتعبير عنها في صورة دالة خطية يكون الهدف إما تعظيمها أو تدنئها.
- تحديد القيود أي التعبير عن العلاقات بين متغيرات الدراسة في صورة قيود خطية وهي توضح ما تحتاج إليه كل وحدة إنتاج من مورد من الموارد المتاحة المحدودة في شكل متباينات أو معادلات خطية أو خليط منهم.
- إضافة قيد عدم السالبية الذي يبين أن متغيرات الدراسة لا يمكن أن تكون سالبة.

Dr.merwan haid

مثال 1: أسس احد المستثمرين مؤسسة لإنتاج التجهيزات المدرسية، وكانت خطته أن يبدأ بعدد محدود من المنتجات المتمثلة في الكراسي والطاولات المدرسية، عند إجراء للعملية الإنتاجية تبين أن إنتاج الكرسي الواحد يحتاج 3.5كلغ من الخشب و5كلغ من الحديد 0.1 كلغ من البراغي، وعند بيعه يحقق ربح قيمته 200 و.ن، في حين يحتاج إنتاج طاولة واحدة 5 كلغ من الخشب و7.5 كلغ من الحديد و0.2 كلغ من البراغي وعند بيعها تحقق له ربح يقدر بـ 280 و.ن، مع العلم أن صاحب المؤسسة لا يستطيع توفير إلا 500كلغ من الخشب و700 كلغ من الحديد و5 كلغ من البراغي يوميا.

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي الذي يسمح بعد حله بحساب المزيج السلعي اليومي الواجب إنتاجه لتعظيم أرباح هذا المستثمر.

الحل:

1- تحديد متغيرات النموذج: باعتبار أن المطلوب هو تحديد كمية كل منتج الذي يسمح بتعظيم الإرباح فعليه فإن المتغيرات هي:

x_1 الكمية المنتجة من الكراسي.

x_2 الكمية المنتجة من الطاولات.

2- تحديد دالة الهدف: باعتبار أن الهدف من تحديد كمية كل منتج هو تعظيم الربح الإجمالي المحقق من بيع كل المنتجات، عليه فان دالة الهدف ووفقا للمعلومات الموضحة في المثال تكون كما يلي:

$$\textbf{تعظيم الأرباح} \rightarrow \quad Max\ Z = 200x_1 + 280x_2$$

3- تحديد القيود: تتمثل القيود الفنية المفروضة على الإنتاج في هذا المثال على التحكم في المواد الأولية التي يمكن توفيرها يوميا، ولتحقيق هذه القيود يجب لن لا تحدث أي زيادة في الطلب على هذه المدخلات، وبالتالي يمكن صياغة القيود على النحو التالي:

$$\textbf{القيد الخشب} \rightarrow \quad 3.5x_1 + 5x_1 \leq 500$$

$$\textbf{القيد الحديد} \rightarrow \quad 5x_1 + 7.5x_1 \leq 700$$

$$\textbf{القيد البراغي} \rightarrow \quad 0.1x_1 + 0.2x_1 \leq 5$$

4- قيد عدم السالبية: باعتبار أن كمية الإنتاج يجب أن تكون حقيقية، يجب أن تكون موجبة في حالة الإنتاج، ومساوية للصفر في حالة عدم الإنتاج، حيث من غير المعقول أن تكون سالبة، ويكون قيد عدم السالبية على النحو التالي:

$$x_i \geq 0 \quad \text{أو} \quad x_1, x_1 \geq 0 \quad \text{أو} \quad x_1 \geq 0,\ x_1 \geq 0$$

ويمكن تلخيص ما سبق ثم بناءه كنموذج برمجة خطية لحل مشكلة تعظيم الأرباح لهذا المثال على النحو التالي:

Dr.merwan haid

$$Max\ Z = 200x_1 + 280x_2$$
$$3.5x_1 + 5x_2 \leq 500$$
$$5x_1 + 7.5x_2 \leq 700$$
$$0.1x_1 + 0.2x_2 \leq 5$$
$$x_1, x_1 \geq 0$$

مثال 2: مؤسسة لإنتاج مواد التنظيف، تنتج ثلاث أنواع من الصابون (P_1،P_2،P_3)، حيث يحتاج كل كلغ من المنتجات: مواد أولية، طاقة بشرية (ساعات عمل المستخدمين)، وطاقة ميكانيكية (ساعات عمل الآلات)؛

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي الذي يسمح بتحديد الكمية الواجب إنتاجها، من اجل تحقيق اكبر ربح ممكن في حدود القيود الموضحة في الجدول التالي:

الجدول رقم (1)

البيان	احتياجات كل منتج من مدخلات الإنتاج			الكمية المتاحة
	P1	P2	P3	
المواد الأولية	4	3	2	**5000 كلغ**
الطاقة البشرية	2	1	1	**400 ساعة عمل**
الطاقة الميكانيكية	6	2	3	**1500 ساعة عمل**
الربح المحقق	**40 و.ن**	**60و.ن**	**75و.ن**	

الحل:

دالة الهدف (تعظيم الأرباح). $\rightarrow Max\ \ Z = 40x_1 + 60x_2 + 75x_3$

قيد المواد الأولية. $\rightarrow 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 5000$

قيد الطاقة البشرية. $\rightarrow 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 400$

قيد الطاقة الميكانيكية. $\rightarrow\ 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 1500$

قيد عد السالبية. $\rightarrow \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$

المثال 3: نصح طبيب لفريق كرة قدم احد ألاعبين بإتباع حمية غذائية متكونة من اللحم والخضر الطازجة، حيث ألزمه على أن تحتوى الوجبة على الأقل على 2500 حريرة، و 200غ من البروتين، و15 غ من الكالسيوم، و53 ملغ من الحديد، وان يكون مجموع فيتامين (A) وفيتامين (B) في الوجبة اقل من 25 ملغ، كما أن الطبيب نصح ألاعب أن لا تتجاور عدد الحريرات في الوجبة 5000 حريرة.

Dr.merwan haid

*الخصائص الغذائية للحم والخضر ممثلة في الجدول التالي:

	250غ من اللحم	500غ من الخضر
الحريرات	2500	2000
البروتين (غ)	150	10
الكالسيوم (غ)	2	0
الحديد (ملغ)	8	17
فيتامين A (ملغ)	3	0.5
فيتامين C (ملغ)	0	3

مع العلم أن ثمن شراء 250 غ من اللحم بـ 15 و.ن وثمن شراء 500غ من الخضر بـ 4و.ن.

المطلوب: تكوين البرنامج الخطي الذي يسمح للاعب بتحقيق برنامجه الغذائي بأقل تكلفة ممكنة.

الحل:

$$Min\ Z = 15x_1 + 4x_2$$ **دالة الهدف (تدنيت التكليف).**

$$2500x_1 + 2000x_2 \geq 2500$$ **قيد الحريرات اكبر من 2500**

$$2\,500x_1 + 2000x_2 \leq 5000$$ **قيد الحريرات اقل من 5000**

$$150x_1 + 10x_2 \geq 200$$ **قيد البروتين**

$$2\,x_1 + 0x_2 \geq 15$$ **قيد الكالسيوم.**

$$8x_1 + 17x_2 \geq 53$$ **قيد الحديد**

$$(0.5 + 3)x_1 + (3 + 0)x_2 \leq 25$$ **قيد الفيتامينات**

$$x_1, x_2 \geq 0$$ **قيد عد السالبية.**

Dr.merwan haid

سلسلة تمارين:

التمرين الأول: يقوم مصنع بتركيب نوعين من السيارات، سيارات من نوع (VS2150) وسيارات من نوع (BN300)، سعر بيع كل (VS2150) 5000ون و(BN300) 12000ون لكل وحدة، وحسب متطلبات السوق لا يجب أن يتعدى تركيب النوعين 10000 وحدة و8000 وحدة على التوالي أسبوعيا، يتوافر لدى المؤسسة 500 عامل ويشتغل كل عامل 10 ساعات يوميا و5 أيام أسبوعيا، مدة تركيب النوع الأول من السيارات ضعف مدة تركيب النوع الثاني، وإذا أرادت المؤسسة صنع النوع الأول فقط فيمكن أن تصنع 16000 وحدة في اليوم.

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي الذي يعطي بعد حله اكبر عائد ممكن؟

التمرين الثاني: تنتج مؤسسة معينة ثلاث أنواع من المحافظ (للرجال والنساء والأطفال) باستعمال موردين (الجلد والقماش)، بحيث أن وحدة واحدة من محافظ الرجال تتطلب 2 متر من الجلد و3 أمتار من القماش أما محافظ النساء تتطلب 3 أمتار من الجلد و1.5 متر من القماش، والمحافظ الموجه للأطفال يستعمل في إنتاجها 1.5 متر من الجلد و1 متر من القماش.

للمؤسسة مخزون بكمية 4000 متر من الجلد و6000 متر من القماش وتتم عملية الإنتاج في ورشتين (للجلد والقماش) بحيث، يشتغل في الورشة الأولى 20 عامل لمدة 8 ساعات في اليوم و 30 يوم في الشهر ويشتغل في الورشة الثانية 40 عامل لمدة 8 ساعات في اليوم 30 يوم في الشهر.

يحتاج المنتوج الأول (رجال) إلى 20% من عدد العمال في الورشة الأولى و 20 % من عدد العمال في الورشة الثانية ويحتاج المنتوج (النساء) إلى50 % من عدد عمال الورشة الأولى و20% من عدد عمال الورشة الثانية، أما المنتوج الثالث (الأطفال) فيحتاج إلى 15% من عدد عمال الورشة الأولى و10% من عدد عمال الورشة الثانية.

متطلبات السوق بالنسبة للمتوجات الثلاثة هي على التوالي كالتالي: 200 وحدة للمنتج الأول شهريا و 300 وحدة للمنتج الثاني شهريا و 500 وحدة للمنتج الثالث شهريا.

مبيعات المؤسسة كالتالي: 500 دينار بالنسبة للمنتوج الأول، 800 دينار للمنتوج الثاني، 400 دينار للمنتوج الثالث، كما أن التكاليف الإجمالية تقدر بـ 200 دينار للمنتوج الأول، 450دينار للمنتوج الثاني، 250 دينار للمنتوج الثالث.

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي الذي يعطي بعد حله اكبر ربح ممكن؟

التمرين الثالث: مصنع لصناعة العلب البلاستيكية ينتج نوعين من علب التجميد (كبيرة، صغيرة)، وعملية الإنتاج تمر بمرحلة تذويب البلاستيك وتشكيل العلب وتجفيفها حيث أن براد التجفيف مقسم إلى أماكن خاصة، وكل مكان يستوعب إما علبة واحدة كبيرة أو 3علب صغيرة، مع العلم أن البراد كله يحتوي على 4000 مكان

Dr.merwan haid

للتجفيف، ولتلبية طلب السوق يجب على المؤسسة أن توفر على الأقل 1000علبة كبيرة/اليوم، وعلى الأقل 1500علبة صغير/اليوم، ولأسباب تقنية للبراد، يجب أن لا تجفف فيه أكثر من 2000 علبة كبيرة/اليوم.

ومع العلم أن:

- ✓ تشكيل 100علبة من النوع الأول (الكبير) يتطلب 4كلغ من البلاستيك في 2ساعة عمل.
- ✓ تشكيل 100علبة من النوع الثاني (الصغير) يتطلب 2.5كلغ من البلاستيك في 1.5 ساعة عمل.
- ✓ يمكن للمؤسسة أن توفر 10000كلغ من البلاستيك يوميا، ووقت العمل الأقصى المتاح للمؤسسة هو 200سا/يوم.
- ✓ بعد عملية الإنتاج تأتي عملية نقل المنتجات، حيث تزن العلبة الكبيرة (0.5كلغ) والعلب الصغيرة (0.2كلغ)، والمؤسسة تملك ثلاث شاحنات للنقل، مع العلم أن الطاقة القصوى للنقل لكل شاحنة هي 5000كلغ.
- ✓ تباع كل وعلبة كبيرة وصغيرة بـ 0.8ون و0.6ون على التوالي.

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي الذي يعطي بعد حله اكبر عائد ممكن؟

التمرين الرابع: يقوم جزار بعمل شطائر اللحم بخلط نوعين من اللحوم (لحم بقر ولحم خروف)، يحتوي لحم البقر على 80 % لحم و 20 % دهون ويكلف 24 ون/كلغ، في حين أن لحم الخروف يحتوي على 68 % لحم و32 % دهون ويكلف 18 ون/كلغ.

ما هي كمية اللحم من كل نوع يجب أن يستخدمها المحل في كل واحد كلغ من شطائر اللحم إذا علمت انه يجب تخفيض التكاليف والمحافظة علي نسبة الدهون، بحيث لا تزيد نسبة الدهون فيها عن 25%.

التمرين الخامس: تقوم إحدى الشركات بإنتاج أنواع مختلفة من الأسمدة الزراعية، ووردت إلى الشركة طلبية للحصول على 50000 كيلوغرام من أسمدة معينة.

يتكون هذا النوع من الأسمدة من ثلاث مركبات أساسية (A،B،C) والمواصفات المطلوبة لذلك السماد كما وردت في الطلبية مبينة كما يلي:

- ✓ يجب أن يحتوي السماد على الأقل 600 كيلوغرام من المركب(B).
- ✓ يجب أن لا يحتوي السماد على الأكثر من 800 كيلوغرام من المركب(A).
- ✓ يجب أف يحتوي السماد على الأقل من 4000 كيلوغرام من المركب(C).

وإذا علمت أن كلفة كيلوغرام من المركب A تساوي 4 دينار، وكلفة كيلوغرام من المركب(B) تساوي 6 دينار، وكلفة كيلوغرام من المركب (C) تساوي 8 دينار.

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي الذي يعطي بعد حله اقل تكلفة ممكنة؟

Dr.merwan hard

التمرين السادس: ينوي مزارع تربية 15000 طير لمدة 8 أسابيع ثم بيعها، علما بأن معدل العلف الأسبوعي للطير الواحد هو 4 كلغ، ومن اجل الوصول بالطيور إلى وزن معين على المزارع تحضير علف يحتوي على خلطتين (B،A) تحضر كل واحدة منهما على حدا، تحتوي كل خلطة منهما على موردين مختلفين من الموارد (M4،M3،M2،M1)، إذا علمت أن:

- ❖ العلف يحتوي على 30% من (A) و 50% من (B).
- ❖ الخلطة (A) يجب أن تحتوي على الأقل 30% منها من(M1) و20% من (M4).
- ❖ الخلطة (B) تحتوي على 40% منها من(M2) و 40%من (M3).
- ❖ تكلفة (M4،M3،M2،M1) على التوالي (15،20،8،12)ون.

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي لهذه المشكلة؟

التمرين السابع: خصص مدير مبيعات للإحدى الشركات مبلغا ماليا قدره 150000 ون للإعلان والإشهار للسنة القادمة، حيث أن البرنامج الإعلاني المقترح عبارة عن مجلتين أسبوعيتين، تكلفة الإعلان في كل الأسبوع في المجلة الأولى 2000ون و4000ون في المجلة الثانية، وجاءت شروط العقد على النحو التالي:

أن تنشر المجلة الأولى الإعلان لفترة لا تقل عن 20 أسبوع و15 أسبوع في المجلة الثانية، كما انه لا داعي للنشر في أي من المجلتين لمدة تزيد عن 50 أسبوع.

المطلوب: صياغة النموذج الخطي الذي يسمح بتحديد عدد الأسابيع نشر الإعلان فيها في المجلة الأولى والمجلة الثانية، مع تكرار هذا الإعلان حسب الميزانية المخصص اكبر عدد مرات ممكن.

Dr.merwan hard