جامعة حسيبة بن بوعلي- الشلف- كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التسيير LMD	مقياس الرياضيات II سنة أولى	السنة الدراسية: 2018/2017 المجموعة: 01-02-03

امتحان الثاني في مقياس الرياضيات II

التمرين الأول(06ن):

1- في الفضاء الشعاعي R^3 على الحقل R $v_1=(2,1,4), v_2=(1,-1,2), v_3=(3,3,6)$

- أحسب العلاقة التالية: $-2v_1+v_2+v_3$ وماذا تستنتج؟

2- المجموعة A التي تشكل فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي E على R

$$1)\ A=\{(x,y,z,t)\in R^4\ ,\ x+4y+3t=0\ ,\ z+y=0\}$$

-اوجد الاساس والبعد؟

التمرين الثاني (08):

$$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\0&\alpha&1\\0&1&\alpha\end{pmatrix}\quad ,B=\begin{pmatrix}2&-1\\4&1\end{pmatrix}\quad ,C=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$$

1- ما هي قيم العدد الحقيقي α التي تجعل المصفوفة A قابلة للقلب ؟

2- احسب $B.C$ ، C^2

3- أحسب مقلوب المصفوفة B ؟

4- اوجد المصفوفة X ، بحيث: $X\ .\ B=C$

التمرين الثالث (06ن):

لتكن لدينا المصفوفة A معرفة كمايلي:

$$A=\begin{pmatrix}2&\alpha\\\alpha&1\end{pmatrix}$$

1- أوجد الكثير الحدود المميز $P_A(\lambda)$

2- ماهي قيمة α التي تجعل A مصفوفة قطرية

(بدون حساب الاشعة الذاتية ومصفوفة الانتقال)

بالتوفيق

حل امتحان الثاني في مقياس الرياضيات II

التمرين الأول(06ن):

1- في الفضاء الشعاعي R^3 على الحقل R $\quad v_1=(2,1,4), v_2=(1,-1,2), v_3=(3,3,6)$

أحسب العلاقة التالية: $-2v_1+v_2+v_3$

$$\begin{aligned}-2v_1+v_2+v_3 &= \\ &= -2(2,1,4)+(1,-1,2)+(3,3,6)\\ &= (-4,-2,-8)+(1,-1,2)+(3,3,6)\\ &= (-4+1+3,-2-1+3,-8+2+6)\\ &= (0,0,0)\end{aligned}$$

نستنتج ان الاشعة مرتبطة خطيا $\quad -2v_1+v_2+v_3=0_{R^3}$

المجموعة A التي تشكل فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي E على R

$$1)\ A=\{(x,y,z,t)\in R^4\ ,\ x+4y+3t=0\ ,\ z+y=0\}$$

-ايجاد الاساس

$$\begin{cases}x+4y+3t=0\\ z+y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-4y-3t\\ z=-y\end{cases}$$

$$\begin{aligned}(x,y,z,t) &= (-4y-3t,y,-y,t)\\ &= (-4y,y,-y,0)+(-3t.0.0,t)\\ &= y(-4,1,-1,0)+t(-3,0,0,1)\end{aligned}$$

الشعاعان يشكلان جملة مولدة ومستقلان خطيا فهو اساس لـ v والبعد هو 2 اي $\dim(v)=2$

التمرين الثاني (08):

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 0 & \alpha & 1\\ 0 & 1 & \alpha\end{pmatrix} \quad ,B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix} \quad ,C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

1- ما هي قيم العدد الحقيقي α التي تجعل المصفوفة A قابلة للقلب

A قابلة للقلب يجب ان يكون $\det(A)\neq 0$

$$\det(B)=\begin{vmatrix}1 & 0 & 3\\ 0 & \alpha & 1\\ 0 & 1 & \alpha\end{vmatrix}=1\Delta_{11}-0\Delta_{21}+0\Delta_{31}$$

$$=1\begin{vmatrix}\alpha & 1\\ 1 & \alpha\end{vmatrix}=\alpha^2-1$$

$$\det(A)\neq 0\Rightarrow \alpha^2-1\neq 0$$

اذن :

$$\alpha\neq -1 \quad ,\alpha\neq 1\Rightarrow R-\{-1,1\}$$

2- احسب $B.C$ ، C^2

$$,BC=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 7 & 12\end{pmatrix}$$

$$,C^2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 10\\ 15 & 22\end{pmatrix}$$

3- أحسب مقلوب المصفوفة B ؟

$$\det(B)=\det\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix}=6$$

بمان المحدد لا يساوي الصفر المصفوفة قابلة للقلب اي يوجد B^{-1}

$$B^{-1}=\frac{1}{\det(B)}\left(C_B^T\right)$$

بحيث C_B^T المصفوفة المرافقة للمصفوفة B

$$C_A=\begin{pmatrix}+\Delta_{11} & -\Delta_{12}\\ -\Delta_{21} & +\Delta_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}+1 & -4\\ 1 & +2\end{pmatrix}$$

$$C_A^T=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -4 & 2\end{pmatrix}$$

ومنه مقلوب المصفوفة هو $A^{-1}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -4 & 2\end{pmatrix}$

لتحقق من النتيجة نحسب $B^{-1}B=I_2=BB^{-1}$

4- اوجد المصفوفة X ، بحيث:

$$X.B=C$$

$$XBB^{-1}=CB^{-1}$$

$$X=CB^{-1}$$

$$X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -4 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-7}{6} & \frac{5}{6}\\ -\frac{13}{6} & \frac{11}{6}\end{pmatrix}$$

التمرين الثالث (06ن):

لتكن لدينا المصفوفة A معرفة كمايلي:

$$A=\begin{pmatrix}2 & \alpha\\ \alpha & 1\end{pmatrix}$$

1- ايجاد الكثير حدود المميز

$$\det(A-\lambda I_2)=\left|\begin{pmatrix}2 & \alpha\\ \alpha & 1\end{pmatrix}-\lambda\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right|$$
$$=\begin{vmatrix}2-\lambda & \alpha\\ \alpha & 1-\lambda\end{vmatrix}$$
$$=(2-\lambda)(1-\lambda)-\alpha^2$$
$$=\lambda^2-3\lambda+2-\alpha^2$$

2-ماهي قيمة α التي تجعل A مصفوفة قطر

(بدون حساب الاشعة الذاتية ومصفوفة الانتقال)

تكون المصفوفة A قابلة للتقطير اذاكان :

1- $\alpha=0$ تصبح المصفوفة A هي مصفوفة قطرية

2- $\alpha\neq 0$ لنحسب حلول الكثير الحدود المميز نجد

$$\Delta=9-4(1)(2-\alpha^2)$$
$$=1+4\alpha^2$$

$\Delta\neq 0$ ذوما موجبة هذا يعني يوجد قيم ذاتية ومنه المصفوفة قابلة للتقطير