

Série d'exercices N^o05 : Bon ordre et preuve par récurrence

Exercice 01 : Soit la suite définie par la relation de récurrence

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2}, \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + u_n^2). \end{cases}$$

Montrer par le principe du bon ordre que (u_n) est majorée par 1.

Exercice 02 : En utilisant le principe du bon ordre montrer que pour tout entier naturel $n \geq 4$: $n! > 2^n$

Exercice 03 : (Inégalité de Cauchy Scwhartz) Soient a_1, a_2, \dots, a_n des nombres réels positifs, montrer en utilisant le principe de récurrence de Cauchy que

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n} \leq \frac{1}{n} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$