TD 1

Exercice 1

Comment s'écrivent les équations de Maxwell dans le vide ?

a. $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad \mathrm{div}(\vec{B}) = 0$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

b. $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad \mathrm{div}(\vec{B}) = 0$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

c. $\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad \mathrm{div}(\vec{B}) = 0$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Exercice 2

1. La 3eem équation de Maxwell nous dit que $\overrightarrow{rot}\vec{E}$ est égale à :

   a. 0 , *b.* $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, *c.* $\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

2. L'équation de Maxwell $div\vec{B} = 0$ signifie que :
   a. Les lignes du champ magnétique $\vec{B}$ divergent
   b. Le champ $\vec{B}$ est à flux conservatif
   c. Le champ $\vec{B}$ varie en fonction du temps
3. Le terme $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ représente
   a. Un courant de conduction
   b. Un courant de déplacement
   c. Un courant de dérive

Exercice 3

Soit, dans le vide, un champ électrique de composantes :

$E_x = 0, \; E_y = 0, \quad E_z = E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}$

1. Calculer sa divergence et son rotationnel.
2. En déduire les composantes du champ magnétique $\vec{B}$ qui l'accompagne.
3. Calculer $div\vec{B}$ et $\overrightarrow{rot}\vec{B}$
4. Quelle relation doit lier α et β pour que soient satisfaites les équations de Maxwell.

Exercice 4

Un solénoïde cylindrique d'axe z'z, de rayon R et de longueur l (l>>R), comportant n spires par unité de longueur, est parcouru par un courant constant d'intensité I. On admet que le champ magnétique propre $B_0(t)$ produit par le solénoïde est uniforme à l'intérieur (r<R)

$\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e_z}$

1. Calculer le flux propre Φ_0 de B (t) à travers une spire du solénoïde. En déduire le flux total Φ_P à travers le solénoïde.
2. Déterminer l'inductance propre L du solénoïde en fonction de μ_0, n, l, R.
   Le solénoïde est maintenant parcouru par un coutant d'intensité variable $i(t)=I_m \cos(\omega t)$. On souhaite calculer le champ électrique induit E (t) 1 par la variation temporelle de :
   $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e_z} = B_0 m \cos(\omega t) \vec{e_z}$
3. Appliquer la relation de Maxwell-Faraday (sous sa forme intégrale) à un contour circulaire (C) de rayon r d'axe z'z pour déterminer le champ électrique E1(t)à l'intérieur et à l'extérieur du solénoïde.

Exercice 5

Un disque conducteur, de conductivité ,de rayon b et d'épaisseur « faible » e est plongé dans un champ $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{e_z}$ localisé dans un cylindre de rayon a<b et nul ailleurs (figure 1). On convient de négliger le champ créé par le courant induit.

1. Donner l'équation de Maxwell relative à l'induction sous forme locale et intégrale.
2. Utiliser la forme intégrale de l'équation précédente et déterminer l'expression du champ électromoteur induit dans les deux cas suivants : r<a et a<r<b.
3. En déduire la densité de courant induite dans les deux cas.