دروس للأساتذة التعليم المتوسط
السنة الأولى رياضيات (LMD)

الوحدة : تاريخ الرياضيات 1

من إعداد

يوسف قــرقــور

قسم الرياضيات

المدرسة العليا للأساتذة، القبة-الجزائر

فهرست وحدة تاريخ الرياضيات 1

ما فائدة تاريخ العلوم؟

إذا كان العلم، وهو العامل الحضاري الذي يزيد من سيطرة الإنسان على العالم، يتجه نحو المستقبل حيث لا تزال أمامه تساؤلات عديدة، فما الفائدة من تاريخ العلوم؟ إن الآراء حول هذا السؤال تنقسم إلى اتجاهين : فهناك من يقول إن لا سبيل إلى فصل الفلسفة عن تاريخها، لأنها التاريخ بعينه، أما التاريخ بالنسبة إلى العلم فليس علما، بل هو ماضي العلم وما تأتى من سعي الإنسان وراء الحقيقة. أما الرأي الآخر فانه يجد أن تاريخ العلم يخبرنا بتقدم الإنسان في شرحه للعالم وبتقدم الفكر الإنساني. والحقيقة إن الفيلسوف لا يبدأ فلسفته من حيث انتهى سلفه. بل إن الفيلسوف الحقيقي يبدأ فلسفته من ابعد من ذلك، من أول الأسس. وهمه أن يكشف لنا عن حقيقة الوجود ومعناه، وبالتالي فإن نظرته تكون جذرية، بحيث لا تترك المجال لسؤال ابعد، كما أنها تكون شاملة، لا تستثني شيئا من افقها. وهذا يعني الفلسفات لا تتوالى بخط مستقيم تتزايد معه كمية المعلومات وتتوسع آفاق المعرفة. إن الفلسفة هي ولوج الفيلسوف إلى باطن الوجود، ولكل فلسفة طريقها، لأن كل فلسفة هي عالم جديد وبناء مستقل. فالفلسفات لا تقاس بمقياس التزايد، لكن بمقياس الولوج إلى باطن الوجود وأسسه. إن الفلسفة لا تخدم الإنسان كالعلم ولا تزيد سيطرته على العالم، لكنها تجعله يتحد بالوجود في ضوء الحقيقة.

أما العلم، فانه يتزايد في شكل مستمر، ولا يحتاج عالم اليوم لأن يدرس تاريخ العلوم، بل يكفيه أن ينطلق من العلم في عصره. إن تاريخ العلوم مهم من حيث ارتباطه بالحضارة، لا من حيث أن العالم يحتاج إليه، فالعالم يستبدل بالتاريخ المختبر والاعتماد على العمليات الرياضية، وهذا يعني إن العلوم، مهما تنوعت، تجعل من الرياضيات مثالها والإدارة للتعبير عنها في مقدماتها ونتائجها. وهذا الارتباط بالرياضيات يعني أن العلم ينظر إلي موضوعاته المختلفة من

زاوية اقترابها من الكم والامتداد بدلا من الولوج إلى العمق. بالرغم من ذلك، فإن لتاريخ العلوم أهمية كبرى. إنه يعرفنا بالحضارات أولا، كما أنه يمكننا من تحديد الطريق التي اتبعها الإنسان في محاولاته لفهم العالم والسيطرة عليه.

لتاريخ العلوم فائدة تربوية هامة، إذ نرى من خلال دراسته، كيف إن العلوم، التي نملكها اليوم، نشأت تدريجيا وببطيء كبير، ولكنها استمرت في سيرها إلى أن انتهت إلى الحصول على استقلالها من جانب المنهج ومن جانب الموضوع. وما تاريخ الفرد إلا تاريخ الإنسانية المصغر، وبالتالي لا يُكتسب العلم إلا بالاستمرار والانتقال دائما نحو المعرفة الأدق الناجمة عن الدرس والتحليل، ومن ثم تأليف هذه المعارف بشكل يحافظ على وحدة العلوم.

أما الفائدة التربوية الأخرى من دراسة تاريخ العلوم، وخصوصا عند العرب، فلأنه يربطنا ثقافيا بحضارتنا ويحثنا على العمل في سبيل رفع مستواها.

إن لدراسة تاريخ العلوم العربية -كل مكتوب باللغة العربية- مجالا واسعا، لم يستغل لحد الآن بشكل واسع ودقيق، ودراسته لا تزال بطيئة جدا، إذ لا نزال نجهل معظم الأعمال العلمية التي أنجزت من طرف علماء العرب والمسلمين سواء في المشرق العربي أو مغربه.

لماذا تاريخ الرياضيات؟

من المعروف أن كثيرا من تلاميذ المستوى الأساسي والثانوي يعتبرون مادة الرياضيات صعبة المنال وجافة ومجردة ولا منفعة في دراسة بعض مواضيعها. ولا يخص هذا المدارس الجزائرية وحدها بل نراه ساريا أيضا في مدارس معظم دول العالم. لذا لا بد من البحث عن وسائل وأدوات تجعل الرياضيات مادة محبوبة من قبل التلاميذ تؤدي بهم إلى الرغبة في تعلمها والبحث عن خباياها. ويتم ذلك بإدخال وسائل مسلية ومشوقة في تعلم الرياضيات وبالابتعاد عن تعليم هذه المادة في شكلها القطعي (الأسلوب الجاف الرمزي) والصوري (الصيغي) (Formel) كما يظهر حاليا في الكتب المدرسية المعتمدة. لذا يستحسن إدخال الوظيفة الاجتماعية للرياضيات وربط منهج تدريسها بالبيئة الاجتماعية والطبيعية، وهذا سيساعد التلميذ على ربط المدرسة بالمحيط الذي يعيش فيه، بحيث يجعله لا يشعر بعزلة معارفه عن النشاط الاجتماعي السائد ونظام الطبيعة.

ومن ضمن الأمور التي نراها ضرورية لتقريب الرياضيات إلى التلميذ:

1. **بعدها التاريخي** : من حيث تطور الأفكار وانتقالها عبر التاريخ، وتعليل ظهور المفاهيم الرياضية. لذا فإن لتاريخ الرياضيات أهمية كبرى إذ يمكّن من:

– تتبع (وتبرير، أحيانا) مراحل ظهور المفاهيم الرياضية باعتماد النصوص الأصيلة ومصدر منشئها.

– إدخال هذه المفاهيم في إطار شامل ومعالجة كيفية توظفيها.

– تحليل العراقيل التي يصادفها الرياضي للوصول إلى نتائجه.

– إدخال البعد الحضاري والثقافي للبيئة التي تنشأ فيها الرياضيات والتعرف على أهم المساهمين

والمبدعين في هذه المادة.

2. تعليلها الهندسي : إن إدخال الأشكال الهندسية في تعليل حلول المسائل المطروحة تجعل التلميذ يستوعب هذه الحلول بشكل أفضل، وتقوي رغبته فيها وفي تبريراتها.

1. البعد التاريخي

لتوظيف تاريخ الرياضيات في الميدان التربوي يوجد دائما تعليلان اثنان :

أ. رد فعل ضد تعليم الرياضيات على الشكل القطعي والصوري (الصيغي) (Dogmatique et Formel).

ب. ضرورة النظر إلى الأهمية الخاصة لدور الرياضيات المرتبط بالجانب الاجتماعي .

لذا نرى على الأقل خمس نقاط هامة يمكن اعتمادها لاستغلال تاريخ الرياضيات كأداة بيداغوجية، وهي :

1 . إزالة الاعتقاد بأن علم الرياضيات علم معقد وشكلي وقطعي ومغلق (تعاريف، بديهيات، نظريات)، مما يؤدي إلى الانطباع بأن تعلم الرياضيات هو خطاب بلا معنى ولا روح عند الطالب وحتى عند المعلم. ومردّ ذلك أننا لا نعرف – بالضبط – ما هو سؤال الذي يجيب عنه المعلم : لماذا هذه النظريات؟ لماذا هذا المفهوم؟ وتاريخ الرياضيات يمكنه تقديم بعض المعلومات والإشارات حول النظريات والمفاهيم بالاعتماد على حالتها والعراقيل والمشاكل التي صادفت العلماء أثناء البحث عن هذه النظريات والمفاهيم.

2 . علم الرياضيات لم يظهر من العدم ولا هو بتنزيل إلا هي، بل لقد أنشئ وله تاريخ. لذا يجب البحث عن هذا الإنشاء الإنساني في سياق المنحى التاريخي والفلسفي والاجتماعي.

3 . يسمح تاريخ الرياضيات بدراسة وبحث الخطوات والمراحل التي مرت بها الرياضيات من ناحية الأفكار والمشاكل والأخطاء والعراقيل التي صادفت هذا المفهوم أو ذاك.

4 . يُمكّن تاريخ الرياضيات من فهم الأعمال الرياضية المنجزة (دور المسألة، الأخطاء المرتكبة أثناء البرهان وكذا نزاهة نظرية وبرهانها والدقة في العمل مع الارتباط بالمسائل والعراقيل البيداغوجية.

4. إن تاريخ الرياضيات كنز ثقافي لا يمكن الاستغناء عنه.

5. إن تاريخ الرياضيات هي فرصة للمكوّن ليخرج عن الرياضيات الصيغية والشكلية ليعيش جو تطور الأفكار وانتقال العلوم من فترة إلى أخرى ومن مكان إلى أخر.

2. بعد الحل الهندسي

يقول ابن خلدون عن أهمية الهندسة : "أعلم أن الهندسة تفيد صاحبها إضاءة في عقله واستقامة ... فممارسة علم الهندسة للفكر بمثابة الصابون للثوب الذي يغسل الأقدار وينقيه من الأوضار والأردان"[1]. هذه الشهادة تدل دلالة واضحة على أهمية الهندسة في التوجيهات التربوية والتعليمية. ونعلم أن من بين الأهداف العامة لتدريس الرياضيات هي " تنمية الوضوح الفكري والدقة في الحكم لدى التلميذ عن طريق تعويده على الاستدلال الاستنتاجي ودقة المنطق وتدريبه على بناء سلسلة من الاستنتاجات وعلى كشف مواطن الضعف أو الخلل في استدلال ما، وعلى ممارسة النقد البناء وتوجيهه إلى معرفة حدود الاستدلال الاستقرائي". ولتحقيق هذه الأهداف، يجب الاعتناء بالهندسة باعتبارها وسيلة فعالة لتحقيق أهداف تدريس الرياضيات بصفة خاصة

[1] عبد الرحمن بن خلدون: كتاب العبر وديوان المبتدأ والخبر في أيام العرب والعجم والبربر ومن عاصرهم من ذوي السلطان الأكبر (جزء المقدمة). تحقيق : درويش الجويدي، بيروت، المكتبة العصرية، 1996. ص. 471.

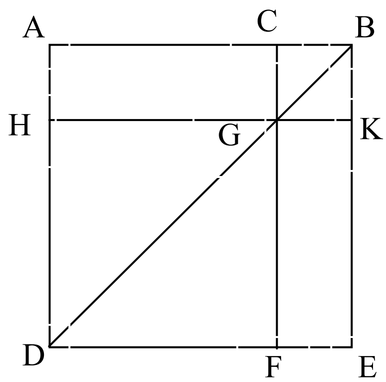
والتعليم بصفة عامة، إذ أن الهندسة تنمي مؤهلات التلاميذ العلمية ومهاراتهم، وذلك بتنشيط ذكائهم وتنمية استعدادهم وإثراء إمكاناتهم في مجال البحث والملاحظة والاستدلال والتجريد والدقة في التعبير.

وانطلاقا من هذه الأهداف نقدم بعض الأمثلة الهندسية لتعليل حلول بعض المسائل الحسابية أو الجبرية من خلال بعض المؤلفات التراثية.

1. كتاب الأصول لأقليدس : نقدم من هذا الكتاب 3 أمثلة :

أ. الشكل الرابع من المقالة الثانية [2]

إذا قسم خط مستقيم كيف ما اتفق فإن مربعي القسمين وضعف السطح الذي يحيط به القسمان مساو لمربع الخط كله[3].



برهان

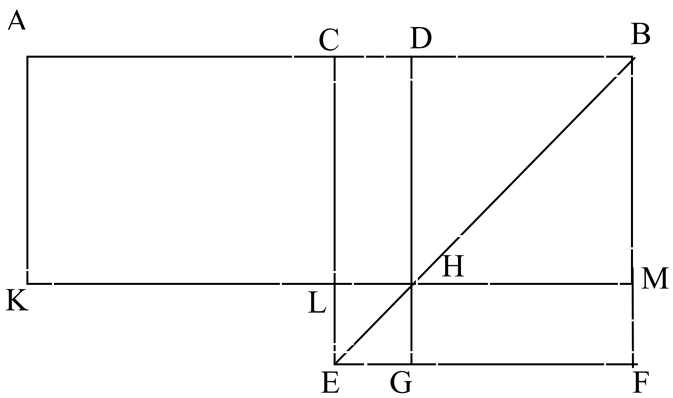
[2] B. Vitrac : *Les Eléments d’Euclide*. Paris, PUF, Vol. 1. 1990, p. 331-332.

[3] تمثل هذه المبرهنة جبريا المتطابقة الشهيرة : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

نشئ المربع ABCD الكائن من الخط AB نصل BD ثم من C نرسم الخط CF مواز لكل من الخطين AD, EB. ومن النقطة G نرسم مواز لكل من الخطين AB ، DE . ومنه مربع AB يساوي مربعي AC , CB وضعف المستطيل المحيط بالخطين AC, CB.

ب. الشكل الخامس من المقالة الثانية[4]

إذا قسم خط مستقيم بنصفين وقسمين مختلفين فإن السطح الــذي يحــيط بـــه القــسمان المختلفان مع مربع القسم الذي بين موضعي القسمة مساو لمربع نصف الخط[5].



جـ. الشكل الحادي عشر من المقالة الثانية[6]

نريد أن نقسم خطا مستقيما مفروضا بقسمين حتى يكون السطح القائم الزوايا الذي يحيط به الخط كله وأحد قسميه مساويا لمربع الباقي[7].

---

[4] B. Vitrac : *Les Eléments d'Euclide*. Op., cit., pp. 333-335.

[5] القراءة الجبرية لهذه المبرهنة هي كما يلي : إذا كان AB=a و DB=b فإن القسم المحصور بين القسمين CD=a-b. ومنه يكون $(a-b)b+(\frac{a}{2}-b)^2=(\frac{a}{2})^2$

[6] B. Vitrac : *Les Eléments d'Euclide*. Op., cit., pp. 353-357.

[7] هذه المبرهنة عبارة عن معادلة من الدرجة الثانية يمكن التعبير عنها جبريا كما يلي : نضع $AB=a$ و $AH=x$ ومنه تكون المعادلة $x^2=(a-x)a$ وحلها هو $x=\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$.

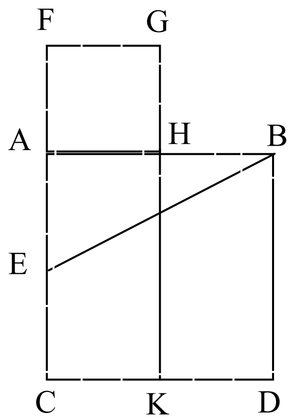
برهان

ليكن الخط المستقيم المفروض AB. ننشئ المربع ABCD ننصف AC عند النقطة E.

نصل بين B و E ثم نزيد على الخط AC زيادة في انتجاه A الى F بحيث EF=EB ، ثم ننشئ المربع AFGH ، ثم نمدد GH فيقطع DC في K. فنحصل على $ABxHB=AH^2$.

نفرض أن $AB=a$ فإن $AE=\frac{a}{2}$

لدينا $BE=EF=\frac{a\sqrt{5}}{2}$



حسب المبرهنة 47 من المقالة الأولى من كتاب الأصول لأقليدس.

ومنه $HB=a\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

وكذلك فإن $AH=a\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

وباعتماد الوسط المتناسب نحصل على $\frac{AB}{HB}=\frac{HB}{AH}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.[8]

[8] يسمى هذا العدد بالعدد الذهبي وهو الحل الوحيد الموجب للمعادلة $x^2-x-1=0$.

ومن خواص هذا العدد هو $\varphi^2=1+\varphi$ و $\varphi=1+\frac{1}{\varphi}$ حيث φ يمثل العدد الذهبي .

حضارة ما بين النهرين
(الحضارة البابلية)

تمهيد

تجمعت المعالم الحضارية الكبرى حول الأودية الكبرى التي تقع في المناطق شبه الاستوائية الممتدة شمال خط الاستواء. ومن الواضح أن حضارة متعددة الظواهر لا تستطيع أن تنمو إلا في إقليم يستطيع فيه جماعة من الناس أن يعيشوا معا في سلام نسبي مع توافر سبل الراحة. ومن هذه الأنهار نذكر النيل، دجلة والفرات، السند، ... وغيرها. وكل نهر يروى مساحات شاسعة من الأراضي الخصبة، والأنهار لا تحمل ماء إلى البحر، بل رجالا وسلعا وأفكارا. ولا بد أن تكون كبيرة إلى درجة أنها تتيح الوسائل إلى التجمع البشري والمنافسة الكبيرة عند مصباتها. وللحضارة تعدد في الظواهر والتعقيد بحيث لا يمكن أن تنشأ بين جماعة صغيرة بل بين جماعات كبيرة نسبيا. بما أننا نهتم أولا وقبل كل شئ بأصول حضارتنا فسوف نهتم كذلك بالحضارة البابلية والمصرية لما لهما من اثر عميق في شعوب البحر الأبيض المتوسط دون ترك الحضارة الصينية والهندية لقربهما النسبي من هذه المناطق وكذا الحضارة اليونانية التي استطاعت أن تلم بهذه الحضارات والتي جاءت في فترة متأخرة نسبيا.

وهذا واضح وضوحا كافيا بشأن بلاد ما بين النهرين، فإن الفرات الأعلى يقترب جدا من البحر الأبيض المتوسط ولكن مصباته ومصبات نهر دجلة تقع في الخليج العربي. أما النيل- وهو النهر الوحيد -فيصب في البحر الأبيض المتوسط ومع هذا فالحضارة المصرية القديمة لم تنشأ بالقرب من البحر بل على مسافة بعيدة منه، لم يكن البحر عند المصريين البحر الأبيض المتوسط بل النيل نفسه، وكانت مصر "واحة نهرية طويلة وسط الصحراء".

أقدم الآثار التاريخية الخاصة بحضارة ما بين النهرين جاءت إلينا من بلاد سومر. غير أن هذه الحضارة لابد أن شملت غير السومريين الذين استوطنوا السهل. إن البحث العلمي لا يستطيع أن يكون على يقين من كيف ومتى بدأت حضارة ما أي لا يستطيع تقديم الدليل المنطقي على بدأ حضارة ما). لأن أقدم الآثار والوثائق التي في متناولنا لا تمثل لنا البداية أبدا. بل تصور مرحلة متأخرة نوعا ما ولعلها

متأخرة جدا، من هنا يمكن أن نتساءل : فهل بدأت حضارة ما بين النهرين في بلاد سومر أم انتقلت من الأقاليم المرتفعة في أعالي النهرين أو من الأقاليم الجبلية الواقعة إلى الشرق منها؟

هذه أسئلة من الصعب جدا الإجابة عنها، والمهم من هذا كله هو أن الحضارة البابلية كانت مجموعة من الشعوب تعيش علي شواطئ الفرات والخليج العربي. الذي يهمنا في هذه الحضارة هو التقليد الرياضي ونوعية الرياضيات التي كانت سائدة آنذاك. وقبل التطرق إلى مضمون هذه الرياضيات نقدم لمحة تاريخية عن المراحل التي مرت بها هذه الحضارة لما لها من ارتباطات بممارسة وتطور الرياضيات.

تحدد فترة الحضارة البابلية من سنة 3500 ق.م إلى غاية 60 ق.م ويمكن تقسيم هذه الفترة إلى المراحل التالية :

1. **المرحلة السومرية (الحكم السومري)** [3500 ق.م – 3000 ق.م]

كانت هذه الفئة تعيش على ضفاف نهر الفرات. تعتمد في عيشها على الفلاحة. فتظهر لأول مرة الفلاحة والإنتاج الفلاحي. لقد ظهرت المدن في هذه الفترة وبالتالي حياة مدنية واقتصادية مبينة على التجارة. فتكونت فئة من الصناع والكهنة والتجار ونتيجة لذلك برزت إلى الوجود إدارة لتسيير حاجيات المدن الصغيرة ومن بين المدن مدينة أرك. وحسب معلوماتنا ظهرت في هذه الفترة الكتابة والتي تسمى الكتابة المسمارية [أي الكتابة الموجودة على الألواح الطينية] وهذه الألواح مصنوعة من الطين ويكتب عليها النص بواسطة وتد يشبه المسمار وربما تكوى فيما بعد وهذا سبب من الأسباب التي بقت على حالها إلى هذا الوقت. لقد تمكن السومريون من التحكم في هذه الجهة حتى شواطئ البحر الأبيض المتوسط.

لقد ظهرت كذلك في هذه المرحلة الأنظمة المترولوجيا من كيل ووزن وقياس.

2. **المرحلة الأكادية (الحكم الأكادي)** [2500 ق.م – 2000 ق.م]

تظهر في هذه المرحلة النصوص الرياضية الأولى وجداول رياضية بها أعداد

.

3. **المرحلة البابلية (الحكم البابلي)** [2000 ق.م– 1600 ق.م]

إنها أهم مرحلة في حضارة وادي الرافدين، حيث تظهر فيها عاصمة كبيرة جدا، تتحكم في جميع الجهات من الناحية السياسية والاقتصادية، لاسيما العلمية، والحكم البابلي استطاع أن يوحد الوسائل الرياضية بين الجهات كلها، ونجهل لحد الآن الأسباب التي أدت إلى ذلك. لقد ظهرت كذلك في هذه المرحلة :

- مسائل رياضية مع خوارزميات حلولها.
- نوعية المسائل.
- مسائل في الحساب.
- مسائل في الجبر (مسائل جبرية).
- مسائل عددية (نظرية الأعداد).
- مسائل هندسية ولكنها قليلة نسبيا.
- مسائل فلكية.

4. **مرحلة الاستقرار** [1600 ق.م – 700 ق.م]

لم نعثر –حسب المعلومات والآثار والوثائق المتوفرة– على تجديد أو تطوير في الرياضيات أو في الوسائل التقنية الرياضية وفي نفس الوقت لم نجد انخفاضا في المستوى الرياضي. أما على المستوى السياسي والاقتصادي هناك فئات من الحواريين والحيتين هاجموا بابل واستطاعوا أن يتغلبوا على البابليين، وكانت لهذه الفئات صناعات جميلة من الذهب والنحاس. ولقد كان تأثير الحيتين واضحا، وقد امتد هذا التأثير إلى مصر.

وتجدر الإشارة إلى أننا نجهل إلى حد الآن لماذا لم تتطور الرياضيات في هذه الفترة ؟ طبع ربما هناك أسباب اقتصادية واجتماعية نجهلها.

5. **المرحلة الفارسية (الحكم الفارسي) (السالوسية)** [700 ق.م – 60 ق.م]

يعتبر الاختصاصيون أن الحضارة البابلية، انتهت حوالي 60ق.م. ولحد الآن أن هذه المرحلة ليست بابلية محضة، ولكن في الحقيقة حضارة بابلية وحكم وتحكم واقتصاد في يد الفارسيين (لهذا سميت المرحلة الفارسية). لأن الفارسيين هم الذين تحكموا في هذه المنطقة وعلى هذا المجتمع في تلك الفترة.

أما خصوصيات هذه المرحلة في الميدان الرياضي، فهناك تجديد في هذا المجال. ولكن السؤال المطروح : هل هذا التجديد مرتبط بالتقليد الرياضي البابلي أو

ناتج عن تأثير خارجي؟ وعندما نقوم بتحليل مقارن لبعض النصوص الموجودة نجد علاقة غير مباشرة بين التقليد البابلي وتقليد رياضي جديد ظهر في حضارة أخرى هي الحضارة اليونانية. هل تأثر اليونانيون بالحضارة البابلية أو العكس؟

مضمون الرياضيات البابلية

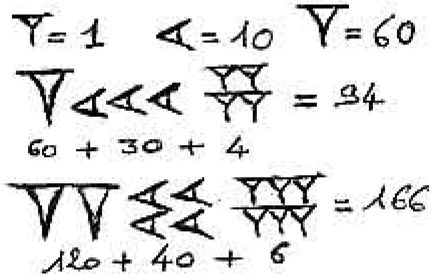
سيطر المؤرخون الأوربيون منذ القرن السابع عشر ميلادي إلى غاية القرن 20م على كتابة تاريخ الرياضيات. حيث كانوا يقولون، على إن الرياضيات اليونانية هي رياضيات يونانية محضة ولا علاقة لها بالرياضيات المصرية ولا البابلية ولا الهندية. ولهم في ذلك مبررات وبراهين إلى غاية حوالي سنة 1930م حيث الترجمة والتحليل الأول الذي أهتم بالوثائق البابلية من لوحات مسمارية وآثار، غيّر من المواقف والإيديولوجية العلمية. فظهرت مدرسة جديدة تقول : "حقيقة أن هناك علاقة كبيرة علمية بين التقليد الرياضي البابلي والتقليد اليوناني". ومنه نستنتج أن الجهل والمواقف الإيديولوجية وغياب بعض الوثائق، هو الذي شجع كتابة تاريخ غير صحيح لأنهم لا يعرفون التقليد الرياضي البابلي. وأول من تكلم وبحث في هذا الميدان وعمل تحقيقا للنصوص الرياضية البابلية هو المؤرخ الألماني أوطو نيقباور Otto Neguebeaur وتلاه المؤرخ الفرنسي F. Thureau-Dangin وغيره.

الحساب :

نظام العد عند البابليين ستيني عشري مختلط ووضعي أي أن الوضع مهم في كتابة الأرقم، وهذا اختراع هام جدا يستحق كل العناية والتقدير لأنهم أول من اخترع الوضع للأرقام الذي يسود نظامنا العشري حاليا. وأهمية الوضع هذا يفيد في تقليص الرموز وربح المكان لكتابة النصوص. ولهذا السبب نجد أن للبابليين رمزين فقط لكتابة أي عدد، هما :

 للوحدات و  للعشرات.

مثال



=1 ، = 2 ، .... ، = 9 ، = 10 ، 20 = ، ... ، = 50

قد يكون يساوي 1 أو 60 أو 60^2 أو 60^3 أو $\frac{1}{60} = 60^{-1}$ أو $\frac{1}{60^2} = 60^{-2}$ الخ ...

أمثالة : = 12 ؛ = 21 ؛

= 71 ؛ = 100 (40 + 60).

نعلم أن النظام الستيني يكتب على الشكل التالي :

$N = a_{\dot{a}} + a_1 60 + a_3 60^3 + ... + a_n 60^n$ حيث a_i يكتب بدلالة و حسب القيمة العددية لذلك العدد .

أمثلة : = (3 + (2 + 10) 60)= 723

= (2.60.60 + 10.60 + 4) = 7804

الكسور بالمفهوم القديم : وهي الأجزاء أي الكسر الذي صورته واحد ومقامه عدد طبيعي، حيث لم يكن لهم مفهوم الكسر كما كان فيما بعد عند العرب والهنود .

أمثلة : هو (30 أو نصف) أي نصف الساعة ؛

هو 90 أو واحد ونصف (ساعة ونصف الساعة)؛ هو 80 أو واحد وثلث (ساعة وثلث الساعة) الخ ...

نعلم كذلك أن الحساب البابلي انتقل إلى اليونان من خلال النشاطات الفلكية، ولكن اليونانيون غيروا كتابة الأعداد والأرقام المسمارية إلى الحروف الأبجدية.

مضمون الجبر [مسائل حسابية تحل بأدوات جبرية] البابلي :

توجد في اللوحات المسمارية المتطابقات الشهيرة، التي كانت تعتقد بأنها من اختراع أقليدس حتى القرن 20 م لوجودها في المقالة الثانية من كتاب الأصول.

وهذه المتطابقات هي :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2a.b + b^2$$

$$(a+2b).a + b^2 = (a+b)^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(a+b)^2 + (b-a)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

ملاحظة

تعطى هذه المتطابقات وبعض النتائج من طرف البابليين بدون برهان غير أنه يلاحظ تغير هذا الموقف عند اليونان حيث تبدأ رياضيات برهانية .

لقد ظهرت العمليات الحسابية لأول مرة منذ حوالي 5000 سنة – لا يهم ماذا برهنوا لكن المهم بالنسبة لتاريخ الرياضيات هي الوسائل المستعملة في هذه العمليات– فالعمليات الحسابية + ، -، x ، : ، $\sqrt{.}$ تظهر لأول مرة عند البابليين. حيث أن هؤلاء قاموا بتعميم هذه العمليات إلى أشياء مجردة ، لأن كل فئة بإمكانها جمع أو طرح الأعداد، لكن توسيع هذه العمليات إلى أشياء مجردة من مساحات وقياس ووزن تعد قفزة نوعية في تطور الرياضيات.

والسؤال الذي يطرح ما هي المسائل التي ظهرت لأول مرة في اللوحات المسمارية ؟

1. مسائل جبرية (معادلات جبرية بالمفهوم الحديث) مكتوبة بالحروف المسمارية وغير معبر عنها بالرموز أو المجاهيل.

مثال ذلك : حقل مربع نزيد عليه طول ضلعه يساوي 40 . الملاحظ عن هذه المسألة انها هندسية ولكن في جبرية بالمفهوم العصري : $x^2 + x = 40$ وحل هذه المسألة في اللوحات المسمارية يعتمد على خوارزميات هي نفسها التي نعرفها الآن.

2. هناك مسائل أعم من المثال السابق وهي ذات مجهولين.

مثال ذلك : حقل مستطيل مساحته 20 ومجموع طوله وعرضه 10 ونبحث عن طوله وعرضه.

ونكتب هذه المسألة بالرموز العصرية كما يلي $\begin{cases} xy = 20 \\ x + y = 10 \end{cases}$: نجد حل البابلي لهذه المسألة يعتمد طريقة خاصة تسمى وسيلة الزيادة والنقصان وذلك بوضع $\begin{cases} x = \frac{s}{2} + a \\ y = \frac{s}{2} - a \end{cases}$ حيث أن $x + y = s$

وبعد التعويض في المعادلتين السابقتين فإننا نحصل على معادلة من الدرجة الثانية. وهذا يوضح بشكل جيد أن البابلي قد استعمل طريقة تغير المجهول لأول مرة وهي تعتبر قفزة نوعية هامة لتطور الرياضيات. في الأخير نشير إلى أن البابلي لم تكن له الحلول والخوارزميات النموذجية العامة في حله للمعادلات من الدرجة الثانية والذي سنراه عند الخوارزمي عند تعريفه للجبر. كذلك لم نجد في الرياضيات البابلية إشارة إلى مصدر أو اسم رياضي أو كتاب يكون قد اعتمد في الحلول الموجدة. ولم نجد طريقة واضحة في العمليات الحسابية غير أن النتيجة صحيحة ودقيقة.

ملاحظة :

لا تعتقد أن الرياضيات في تطور مستمر، لكن نظرتنا الآن نظرة نسبية. فهناك تقهقر وفشل في الرياضيات والدليل على ذلك أن البابليين متقدمين في هذا الميدان على غيرهم ولاسيما في نظام العد الستيني وعدم التجانس في الرياضيات، الذي لا نجده في الرياضيات اليونانية، ومعناه لا يستطيع الرياضي اليوناني جمع مساحة مع طول ومن هنا نلاحظ أن الرياضيات البابلية متطورة نسبيا عن الرياضيات اليونانية، حيث أنها حطمت عدم التجانس الذي عجز عن تحطيمه اليونان .

الهندسة عند البابليين :

لقد أينعت الهندسة في الحضارة البابلية (3500 ق.م – 60 ق.م) من جرّاء نشاطها التجاري، فاكتشف البابليون مساحة المربع والمستطيل وشبه المنحرف والمثلث وأن الزاوية المرسومة في نصف دائرة قائمة، وحجم متوازي المستطيلات والأسطوانة القائمة والموشور، وهذا كله دون برهان أيضا.

ومن مسائلهم سؤال عن مثلث عرفت قاعدته b وفيه مستقيم طوله l يوازي القاعدة ويقسم المثلث إلى مثلث وشبه منحرف الفرق بين مساحتيهما s والفرق بين إرتفاعيهما a، وفي الحل يحسبون l من العلاقة $l = \sqrt{\frac{1}{2}\left(b - \frac{s}{a}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{s}{a}\right)^2} + \frac{s}{a}$، ثم يجدون ارتفاع شبه المنحرف a_1 من العلاقة $a_1 = \frac{l - b}{2l - b} a$.

تـــمارين

ملاحظة

يرمز إلى ; الفاصل بين الأسس الموجبة والسالبة في النظام الستيني و , ترمز إلى الرتبة.

أمثلة : 12 ;13, 2 تعني في النظام الستيني ما يلي :

25, 12, 7; 21, 13, 2 تعني كذلك في النظام الستيني ما يلي :

ويرمز كذلك المر بع بطول ضلعه والمساحة إلى مساحة المربع.

I. أكتب في نظام العد البابلي : **638122** ، **12464213**، **216002**، **12965310** (ماذا تلاحظ؟).

II. حلل النصوص البابلية التالية، باستعمال الرموز الرياضية المعاصرة، مع إعطاء الحالة العامة :

1. مسألة : 0. جمعت المساحة و(ضلع) مربعي : 45 ;0

حل : 1. ضع ;1 الوحدة

2. قسم إلى جزئين ;1 : 30 ;0

3. اضرب 30 ;0 و 30 ;0 : 15 ;0

4. أضف 15 ;0 إلى 45 ;0 : ;1

5. ;1 هو مربعِ

6. 30 ;0 الذي ضربته من ;1 اطرحه : 30 ;0

7. 30 ;0 هو (ضلع) المربع.

2. مسألة : 0. طرحت ثلث المساحة ثم أضفت للمساحة ثلث (ضلع) المربع : 20 ;0

حل : 1. ضع ;1 الوحدة

2. تطرح ثلث ;1 : 40 ;0

3. تحمل 40 ;0 إلى 20 ;0 تكتب 20 ,13 ;0

4. قسم إلى جزئين 20 ;0 الثلث الذي أضفته : 10 ;0

5. تضرب 10 ;0 و 10 ;0 : 40 ,1 ;0

6. تضيف 40 ,1 ;0 إلى 20 ,13 ;0 : 15 ;0

7. هو مربعِ 30 ;0

8. 10 ;0 الذي ضربته، اطرحه من 30 ;0 : 20 ;0

9. مقلوب 0; 40 هو 1; 30

10. تحمل 1; 30 إلى 0; 20 : 0; 30

11. 0; 30 هو (ضلع) المربع.

3. مسألة : 0. جمعت سبع مرات مربعي وإحدى عشر مرة المساحة : 6; 15

حل : 1. سجل 7; و 11;

2. احمل 11; إلى 6; 15 : 1; 8, 45

3. قسم إلى جزئين 7; : 3; 30

4. اضرب 3; 30 و 3; 30 : 12; 15

5. أضف 12; 15 إلى 1; 8, 45 : 1, 21;

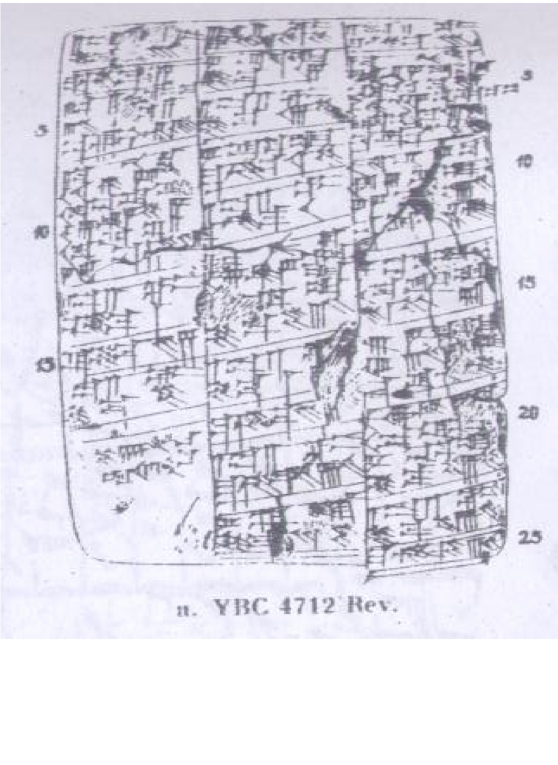
6. هو مربع 9;

7. 3; 30 الذي ضربته، من 9; اطرحه، ثم سجل : 5; 30

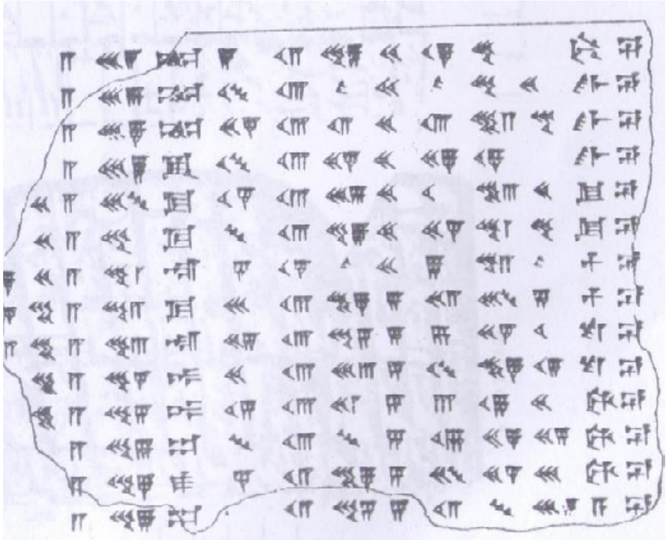
8. مقلوب 11; لا يمكن فصله

9. ما ذا يجب افتراضه لــ 11; لتعطي 5; 30 تحمل 1; 30 إلى 0; 20 : 0; 30

11. 0; 30 هو حاصل قسمته 0; 30: هو (ضلع) المربع.

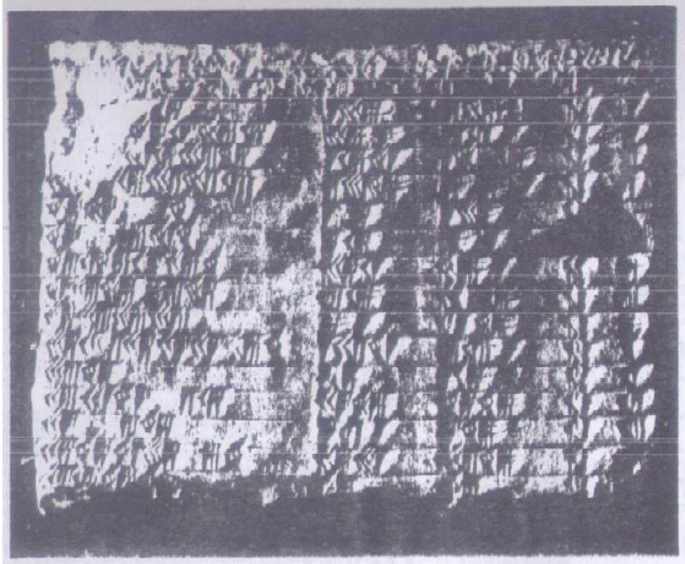


n. YBC 4712 Rev.

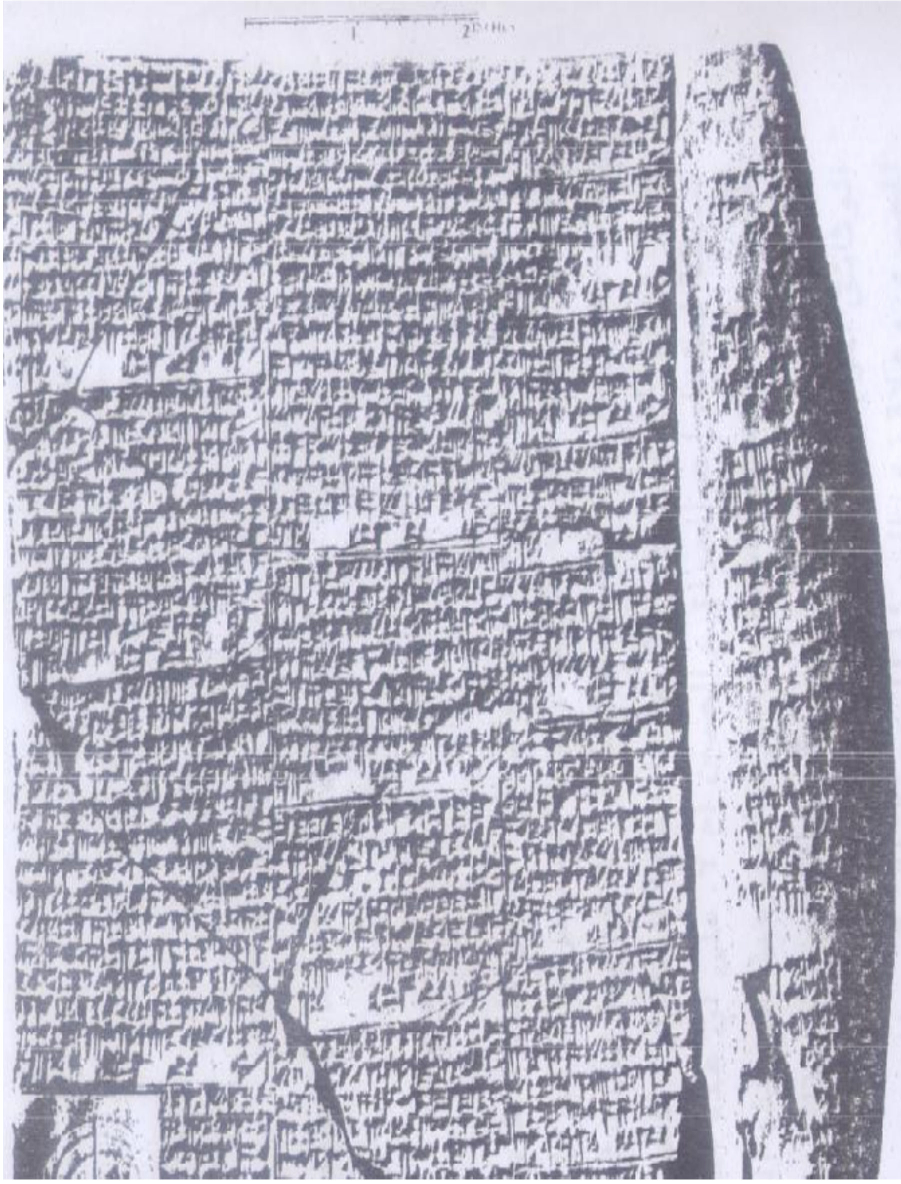


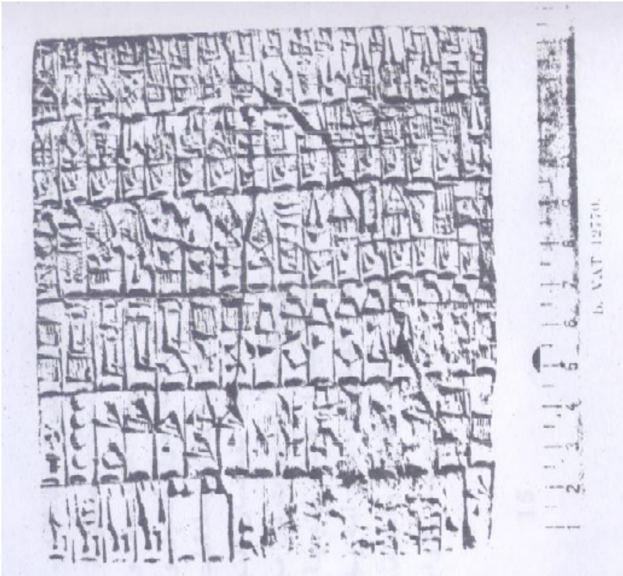
b. Sp. II, 62 ~ BM 34589.

PLATE 7



a. Plimpton 322.




b. VAT 12770.


a. VAT 7858.
1 2 3 4