Faculté des Sciences de la matière et d'Informatique.
Département d'Informatique.
1ère année Master – GLSD/IABD.

Recherche Opérationnelle Avancée 2

Série de Travaux Dirigés N°02

2025-2026

Exercice 01:

Soit le PL exprimé sous forme standard :

$$(P)\begin{cases} \min Z = 2x_1 + x_2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_5 = 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Soit $B^{-1} = \begin{pmatrix} 3/5 & -1/5 & 0 \\ -4/5 & 3/5 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, associée à la base B définie par les variables x_1, x_2, x_5

1). Ecrire les variables de base de ce PL en fonction des variables Hors-base (on appelle ça le dictionnaire associé à la base B).

2). La solution de base associée à B est-elle réalisable et optimale ?

Exercice 02 :

Soit le PL sous forme standard suivant :

$$P)\begin{cases} \max Z = 100x_1 + 50x_2 + 25x_3 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 25 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 25 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 10 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + x_7 = 50 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

La base optimale de P est : $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et

$B^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & 4 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$

1). Ecrivez le dual de (P)

2). Quelle est la solution optimale du programme (P) et celle de son dual?

3). Dans quel intervalle peut varier le membre de droite de la contrainte (2) sans affecter l'optimalité de B?

Exercice 03 :

Considérons le programme linéaire suivant :

$$(P)\begin{cases} \max Z = 5x_1 + x_2 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 30 \\ x_1 - 5x_2 - 6x_3 \leq 40 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Le dictionnaire final associé à la solution optimale est :

$$\begin{cases} z + 23x_1 + 7x_3 = 150 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 30 \\ -10x_2 - 8x_3 + x_5 = 10 \end{cases}$$

1). Ecrivez le problème dual associé.

2). Déterminez la matrice de base optimale B.

3). Déduisez-en la solution optimale du dual.

4). Dans quel intervalle peut varier b1 (idem b2) sans affecter l'optimalité de la base B?

Exercice 04 :

Résoudre par la méthode du simplexe révisée les PL suivants :

$$(P1)\begin{cases} \max Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$(P2)\begin{cases} \max Z = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + 2x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$(P)\begin{cases} \max Z = 2x1 + 3x2 + x3 \\ x1 + x2 + x3 \leq 40 \\ 2x1 + x2 - x3 \geq 10 \\ -x2 + x3 \geq 10 \\ x1, x2, x3 \geq 0 \end{cases}$$