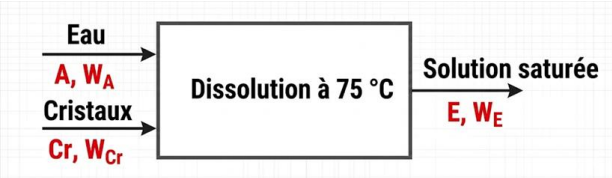
Corrigé de l'examen de rattrapage

Exercice 01 : *(08 pts)*

On dissout en continu 700 kg/h de sulfate ferreux anhydre ($FeSO_4$) dans une quantité minimale d'eau afin d'obtenir une solution saturée à 75 °C. La solution est ensuite envoyée dans un cristalliseur continu où elle est refroidie jusqu'à 20 °C après passage dans un échangeur thermique à contre-courant. Le refroidissement est assuré par une eau glacée entrant dans l'échangeur à 8 °C et sortant à 38 °C. Au cours du refroidissement, le sulfate ferreux cristallise sous forme de $FeSO_4 \cdot 7H_2O$. Les cristaux sont totalement séparés des eaux mères, lesquelles quittent l'installation saturées à 20 °C. Déterminer :

- La quantité minimale d'eau nécessaire pour préparer la solution saturée à 75 °C ? et la masse totale de la solution obtenue ?



D'après la solubilité de $FeSO_4$ à 75 °C, il faut ajouter 100 g d'eau à 85 g de cristaux de $FeSO_4$ pour obtenir une solution saturée à cette température.

$A + Cr = E$ ……. (1)
$A\ w_A + Cr\ w_{Cr} = E\ w_E$ ……. (2)

L'eau ne contenant pas de $FeSO_4$, on peut donc dire que $w_A = 0$, et les cristaux de $FeSO_4$ étant anhydre, donc ne contenant pas de solvant, ce qui revient à dire que $w_{Cr} = 1$. Ainsi l'équation (2) devient : $Cr = E\ w_E$

Le titre de la solution saturée préparée est lié à la solubilité à cette température (75 °C).

Ainsi: $w_E = \dfrac{\text{masse du soluté}}{\text{masse du soluté+masse du solvant=100}} = \dfrac{85}{85+100}$ => $w_E = 0.4595$

D'où: $E = \dfrac{Cr}{w_E} = \dfrac{700}{0.4595} => E = 1523.4$ kg

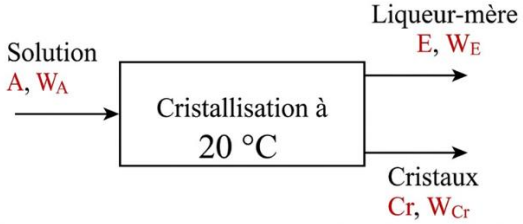
Et $A + Cr = E$ => $A = E - Cr = 1523.4 - 700$ => $A = 823.4$ kg

Pour solubiliser une masse de 700 kg de $FeSO_4$ anhydre, il faut utiliser 823.4 kg d'eau et dans ces conditions la masse de la solution saturée obtenu à 75 °C est donc 1523.4 kg.

- Le rendement de la cristallisation dans ces conditions ?

Le rendement de cristallisation s'écrit : $\eta = \dfrac{Cr\ w_{Cr}}{A\ w_A}$

On calcul les cristaux de $FeSO_4$ et les eaux mères obtenues après refroidissement à 20 °C :



$A = Cr + E$ ……. (1)
$A\ w_A = Cr\ w_{Cr} + E\ w_E$ ……. (2)

Connaissant $A = 1523.4$ kg, $w_A = 0.4595$.

Reste à déterminer le titre massique des eaux mères. Lors d'une cristallisation, on considère que les eaux mères sont forcément saturées, donc le titre massique des eaux mères est lié à la solubilité à cette température (20 °C) :

Ainsi: $w_E = \frac{\text{masse du soluté}}{\text{masse du soluté+masse du solvant=100}} = \frac{22}{22+100}$ => $w_E = 0.1803$

L'acide citrique cristallise sous forme de heptahydraté :

Donc : $w_{Cr} = \frac{masse\ de\ FeSO_4\ anhydre}{\text{masse de } FeSO4{\cdot}7H2O} = \frac{152}{152+(18 \times 7)} = \frac{152}{278}$ => $w_{Cr} = 0.5468$

En procédant par substitution entre les équations (1) et (2) nous pouvons trouver :

A = Cr + E => E = A – Cr

$A\ w_A = Cr\ w_{Cr} + E\ w_E$

$A\ w_A = Cr\ w_{Cr} + (A - Cr)\ w_E$

$A\ w_A = Cr\ w_{Cr} + A\ w_E - Cr\ w_E$

$A\ (w_A - w_E) = Cr\ (w_{Cr} - w_E)$

$$\Rightarrow Cr = \frac{A\ (w_A - w_E)}{(w_{Cr} - w_E)} = \frac{1523.4\ (0.4595 - 0.1803)}{(0.5468 - 0.1803)}$$

=> Cr = 1160.53 kg

E = A – Cr

D'où E = 1523.4 – 1160.53 => E = 362.87 kg

Le rendement de la cristallisation dans ces conditions :

Le rendement de cristallisation s'écrit : $\eta = \frac{Cr\ w_{Cr}}{A\ w_A} = \frac{1160.53 \times 0.5468}{1523.4 \times 0.4595}$ => $\eta = 0.9065 = 90.65\ \%$

- Déterminer la quantité totale de la chaleur à éliminer pour réaliser la cristallisation ?

La chaleur à éliminer du cristalliseur correspond au refroidissement de la solution de 75 à 20 °C et à la chaleur dégagée par la cristallisation, qui est exothermique, soit :

Φ refroidissement = $A\ Cp_A\ (T_E - T_A)$ **:** désigne la chaleur massique à pression constante.

Φ refroidissement = $A\ Cp_A\ (75 - 20) = 1523.4 \times 3.1 \times (-55)$ => Φrefroidissement = – 259739.7 kJ/h

Φ cristallisation = $Cr\ w_{Cr}\ \Delta H_{Cr} / M_{Na2SO4} = 1160.53 \times 0.5468 \times (-24) / 278\ 10^{-3}$ => Φcristallisation = – 54783.69 kJ/h

Le flux à éliminer du cristalliseur est donc : Φ global = Φ refroidissement + Φ cristallisation

Φ global = – 314523.39 kJ/h

- Le débit massique de l'eau de refroidissement ?

Le débit de saumure se déduit du bilan énergétique :

$|\Phi global| = D_{Saumure}\ Cp_{Saumure}\ (38 - 8)$

D'où : $D_{Saumure} = |\Phi\ global| / (Cp_{Saumure} \times 40) = 314523.39 / (4.18 \times 30)$ => $D_{Saumure} = 2508.16$ kg

- La surface d'échange du cristalliseur ?

En considérant un échange à contre courants, la moyenne logarithmique des écarts de température est donc :

$\Delta T\ ml = [(75 - 38) - (20 - 8)] / \ln [(75 - 38) / (20 - 8)]$

$\Delta T\ ml = 22.32$ °C

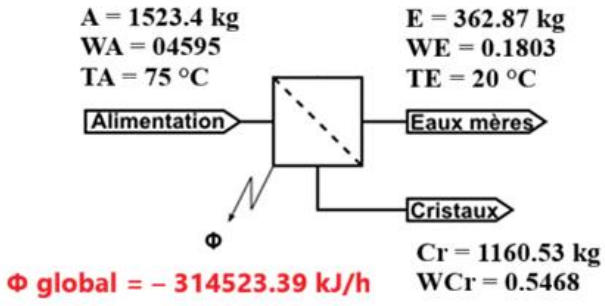
Le flux s'écrit :

$\Phi\ ech = |\Phi\ global| = K \times S \times \Delta T\ ml$

D'où: $S = |\Phi\ global| / (K \times \Delta T\ ml) = 314523.39 / (2900 \times 22.32)$

=> $S = 4.86\ m^2$

- Faire un schéma représentant les différents courants de matière et de chaleur ?

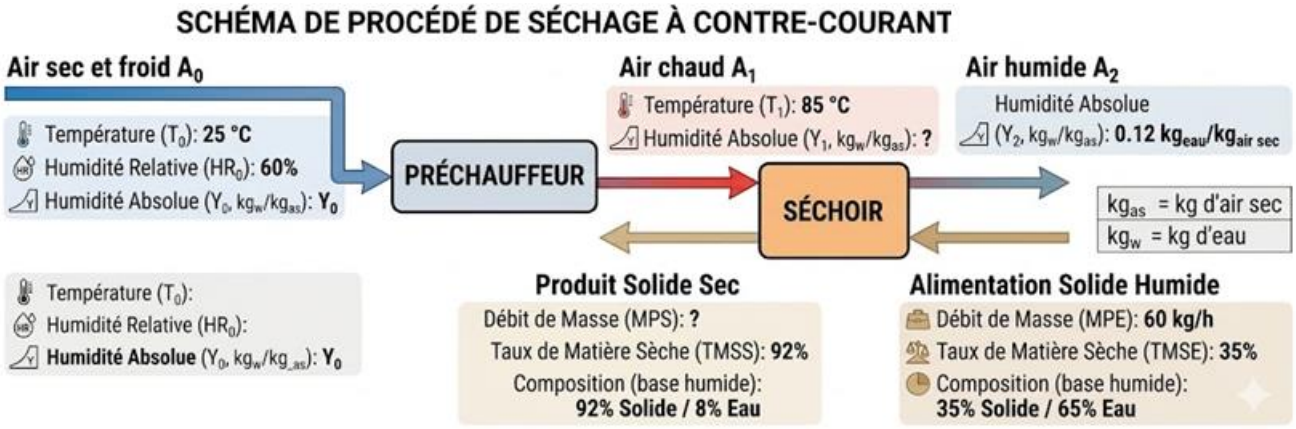


Données :

- Solubilité à 75 °C : 85 g de $FeSO_4$ / 100 g d'eau et à 20 °C : 22 g de $FeSO_4$ / 100 g d'eau.
- Masses molaires : M $CuSO_4$ = 152 g/mol et M H_2O = 18 g/mol.
- Capacité calorifique : Solution : Cp = 3.1 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot °C^{-1}$ et Eau : Cp = 4.18 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot °C^{-1}$.
- Enthalpie de cristallisation : $\Delta H = -24\ kJ \cdot kg^{-1}$.
- Coefficient global d'échange : K = 2900 $kJ \cdot h^{-1} \cdot m^{-2} \cdot °C^{-1}$.

Exercice 02 : (05 pts)

Un produit solide humide est séché dans un séchoir à bandes en contre-courant avec de l'air chaud. On introduit 60 kg/h de matériau humide contenant 65 % d'eau en masse. Le produit est séché à température constante de 75°C jusqu'à une humidité finale de 8 % en masse. L'air ambiant à 25°C et d'humidité relative 60 % est chauffé jusqu'à 85°C avant d'être envoyé dans le séchoir.



- Déterminer la masse de matière sèche dans le produit ?

Ms = masse du produit sec = 0.35 x 60 = 21 kg/h

- Calculer le débit d'eau évaporée ?

Le liquide éliminé de la phase solide et capté par la phase gaz lors du séchage => V (débit d'eau éliminé par le sécheur) = Ma ($Y_2 - Y_1$) = Ms ($TH_E - TH_S$)

Calcul de TH_E et TH_S :

$$TH_E = \frac{\text{masse d'eau}}{\text{masse du solide sec}} = \frac{0.65}{0.35} = 1.857\ \frac{\text{kg d'eau}}{\text{kg du solide sec}}$$

$$TH_S = \frac{\text{masse d'eau}}{\text{masse du solide sec}} = \frac{0.08}{0.92} = 0.087\ \frac{\text{kg d'eau}}{\text{kg du solide sec}}$$

$V = Ms\ (TH_E - TH_S) = 21\ (1.857 - 0.087) = 37.17$ kg/h

- Sachant que l'air sort du séchoir avec une humidité de 0.12 kg d'eau/kg d'air sec, calculer le débit d'air sec nécessaire ?

$$Ma = \frac{Ms\ (TH_E - TH_S)}{(Y_2 - Y_1)}$$

Y à la sortie du sécheur = Y_2 = 0.12 kg d'eau vapeur/ kg d'air sec.

Y_1 à déterminer graphiquement :

A partir du diagramme d'air humide et en connaissant T_0= 25 °C et l'humidité relative de l'air H_R= 60% à l'entrée du préchauffeur => Y_1 = 0.012 kg d'eau vapeur/ kg d'air sec

Et comme l'humidité absolue de l'air ne change pas lors de son chauffage on a donc : $Y_1 = Y_0$ = 0.012 kg d'eau vapeur/ kg d'air sec.

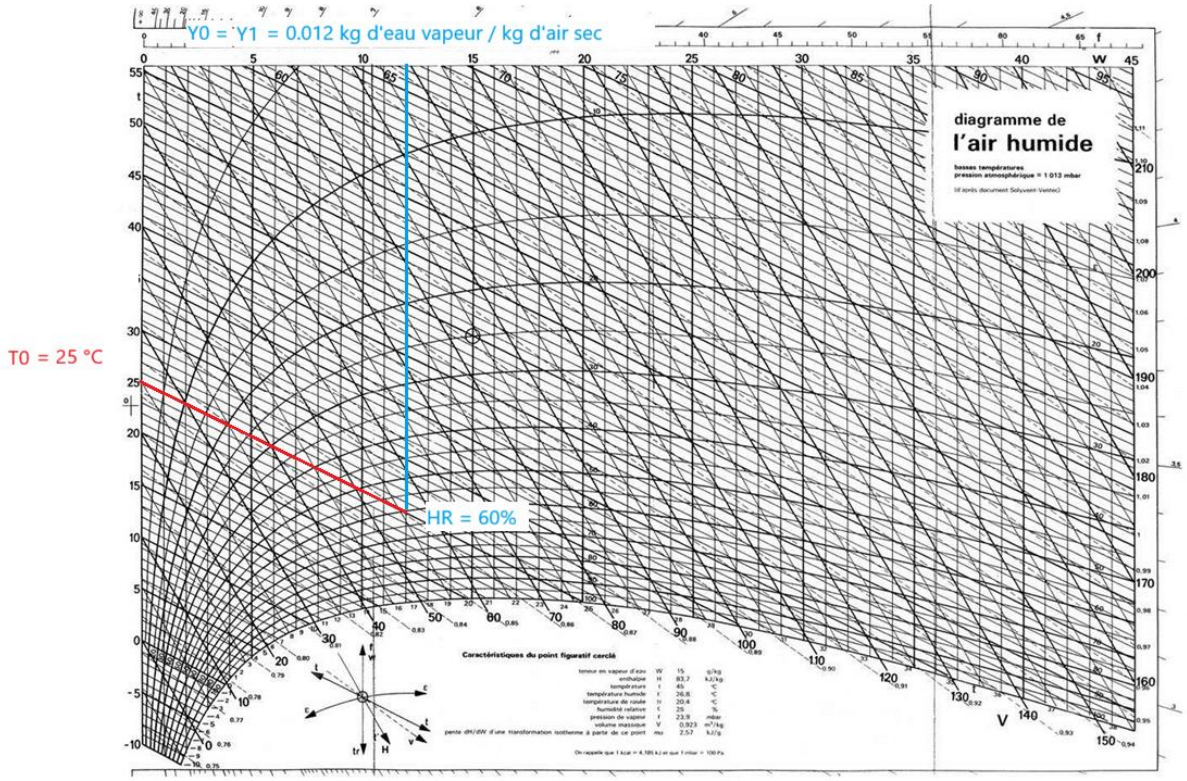
Calcul du débit d'air sec nécessaire au chauffage :

$$Ma = \frac{Ms\,(TH_E - TH_S)}{(Y_2 - Y_1)} = \frac{21\,(1.857-0.087)}{(0.12-0.012)} = 344.16 \text{ kg d'air sec/h}$$

Calcul du débit d'air entrant et sortant du sécheur :

$Ma_E = Ma\,(1 + Y_1) = 344.16\,(1 + 0.012) = 348.29$ kg/h

$Ma_S = Ma\,(1 + Y_2) = 344.16\,(1 + 0.12) = 385.46$ kg/h



Exercice 03 : (07 pts) *(Voir annexe)*

Une suspension d'eau et de sulfate de magnésium heptahydraté ($MgSO_4 \cdot 7H_2O$) est soumise à une opération de filtration. Afin de dimensionner un filtre industriel, des essais préliminaires sont réalisés sur un filtre de laboratoire constitué d'un cylindre de 8 cm de diamètre intérieur. On assimile les propriétés du liquide interstitiel à celles de l'eau à 20 °C : masse volumique de l'eau $\rho_l = 1000\ kg \cdot m^{-3}$, viscosité de l'eau $\mu = 10^{-3}$ Pa·s, la masse volumique des cristaux de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ est $\rho_s = 1680\ kg \cdot m^{-3}$.

- Un échantillon de gâteau saturé en solution mère est prélevé. La masse du gâteau humide : 82.4 g et la masse après séchage complet : 54.8 g. Déterminer la porosité ε du gâteau ?

M_{GH} (masse du gâteau humide) = 82.4 g, M_{GS} (masse du gâteau sec) = 54.8 g :

$$\varepsilon = \frac{V_L}{V_L + V_S} = \frac{V_{GH} - V_{GS}}{V_{GH}} = \frac{V_{vide}}{V_{GH}} = \frac{V_{pores}}{V_{total\ du\ \text{gâteau}}}$$

Le séchage du gâteau montre que la masse de liquide évaporée, initialement retenue dans les pores est :

$M_L = M_{GH} - M_{GS} = 82.4 - 54.8 = 27.6$ g = 0.0276 kg

Le volume du liquide correspondant est : (avec $\rho_L = \rho_{eau} = 1000$ kg/m^3)

$$V_L = \frac{M_L}{\rho_L} = \frac{0.0276}{1000} = 2.76\ 10^{-5}\ m^3$$

Le volume du solide correspondant est : (avec $\rho_S = 1680$ kg/m^3, $M_S = M_{GS} = 54.8$ g = 0.0548 kg)

$$V_S = V_{GS} = \frac{M_S}{\rho_S} = \frac{0.0548}{1680} = 3.26\ 10^{-5}\ m^3$$

La porosité est donc :

$$\varepsilon = \frac{V_L}{V_L + V_S} = \frac{2.76\ 10^{-5}}{2.76\ 10^{-5} + 3.62\ 10^{-5}} = 0.4326$$

- On introduit dans le cylindre de filtration une masse de gâteau saturé de 500 g. Après tassement, on mesure une hauteur de gâteau h = 6.8 cm. À partir de la porosité calculée précédemment, déterminer le volume théorique occupé par 500 g de gâteau humide, comparer les deux résultats et conclure sur la cohérence des mesures ?

Données : $M_{GH} = M_G$ = 500 g = 0.5 kg (gâteau saturé : c'est-à-dire humide), h = 6.8 cm = 6.8 x 10^{-3} m.

Calculons la hauteur du gâteau attendue pour une masse de 500 g :

La hauteur du gâteau attendue est :

$$h = \frac{V_G}{S}$$

La masse du gâteau s'écrit :

$$M_G = M_L + M_S = V_L\,\rho_L + V_S\,\rho_S = \varepsilon\,\rho_L V_G + (1-\varepsilon)\rho_S V_G = V_G(\varepsilon\,\rho_L + (1-\varepsilon)\rho_S)$$

$M_{GH} = M_G$ et $V_{GH} = V_G$

Le volume V_G est donc :

$$V_G = \frac{M_G}{\varepsilon\,\rho_L + (1-\varepsilon)\rho_S} = \frac{0.5}{0.4326 \text{ x } 1000 + (1-0.4326) \text{ x } 1680} = 3.6\ 10^{-4}\ m^3$$

La section du filtre est : (avec D = 8 cm =0.08 m)

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \text{ x } (0.08)^2}{4} = 5\ 10^{-3}\ m^2$$

D'où :

$$h = \frac{V_G}{S} = \frac{3.6\ 10^{-4}}{5\ 10^{-3}} = 7.2\ 10^{-2}\ m = 7.2\ cm$$

La hauteur du gâteau calculée = 7.2 cm tan disque celle mesurée = 6.8 cm. La hauteur mesurée est légèrement inférieure à celle qui peut être calculée à partir de la porosité. Cette différence peut s'expliquer par les incertitudes de mesure et par un éventuel tassement du lit lors de son introduction dans le filtre.

- Calculer la taille des particules supposées sphériques en utilisant le modèle de Kozeny-Carman ? Déterminer la vitesse en fut vide lorsque le débit est de 75 L/h ? (On prendra K = 1.2 × 10^{-11} m^2) ?

En utilisant l'expression de la perméabilité selon le modèle de Kozeny-Carman, on obtient une évaluation de la surface spécifique et par conséquent de la taille des particules :

$$K = \frac{\varepsilon^3}{h_K.(1-\varepsilon)^2.S_{sp}^2}$$

=> La surface spécifique est donc :

$$S_{sp} = \sqrt{\frac{\varepsilon^3}{h_K.(1-\varepsilon)^2.K}} = \sqrt{\frac{(0.4326)^3}{4.5 \text{ x } (1-0.4326)^2 \text{ x } 1.2\ 10^{-11}}} = 68240.714\ m^{-1}$$

On prend h_K = 4.5 (particules sphériques)

On a: $Ssp = \frac{6}{d_s}$ (d_S : diamètres des particules)

=> $d_s = \frac{6}{Ssp}$ => $d_s = \frac{6}{68240.714} = 87.92 \text{ x } 10^{-6}\ m$

La vitesse en fut vide (c'est-à-dire en absence du gâteau ou avant formation du gâteau) est :

$$v = \frac{Q_V}{S} = \frac{75 \text{ x } 10^{-3}}{3600 \text{ x } 5\ 10^{-3}} = 4.16\ 10^{-3}\ m/s$$